রাশিবিজ্ঞানের প্রয়োগপদ্ধতি

(Methods of Applied Statistics)

ডঃ ব্রজেন্দ্র কুমার গুহঠাকুরতা,
ফলিত অর্থনীতি ও পরিসংখ্যান ব্যুরো, পশ্চিমবঙ্গ,

শ্রীভাগবত দাশগুপ্ত,
রাশিবিজ্ঞান বিভাগ, প্রেসিডেন্সী কলেজ

ডঃ বাসুদেব অধিকারী,
রাশিবিজ্ঞান বিভাগ, কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়।

পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ
(পশ্চিমবঙ্গ সরকারের একটি সংস্থা)

March, 1976

Published by Shri Abani Mitra, Chief Executive Officer, West Bengal State Book Board, Arya Mansion (Eighth floor), 6/A, Raja Subodh Mullick Square, Cal-700013, under the Centrally Sponsored Scheme of production of books and literature in regional languages at the University level of the Government of India in the Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture), New Delhi and printed by Dourga Prosad Mitra, at the Elm Press, 63, Beadon Street, Cal-700006.

ভূমিকা

"রাশিবিজ্ঞানের প্রয়োগ পদ্ধতি"তে কয়েকটি বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে রাশিবিজ্ঞানের ব্যবহারিক প্রয়োগের আলোচনা করা হ'য়েছে। বিশ্ববিদ্যালয় মঞ্জুরী কমিশনের (University Grants Commission) নির্দ্দেশে এবং পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদের (West Bengal State Book Board) উদ্যোগে এ বই লেখা হ'য়েছে—স্নাতক পর্যায়ের (পাসকোর্স) শিক্ষার্থীদের প্রয়োজন অনুযায়ী।

বইটি মোট দু'টি খণ্ডে ও ন'টি পরিচ্ছেদে বিভক্ত। প্রথম খণ্ডের প্রথম পরিচ্ছেদে "নমুনা সমীক্ষা পদ্ধতি" (Sample Survey Methods)-এর মূল বিষয়বস্তুগুলি বর্ণিত হ'য়েছে। দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে "জীবন সংক্রান্ত রাশিবিজ্ঞান" (Vital Statistics)-এর প্রধান বিষয়বস্তুগুলির আলোচনা করা হ'য়েছে। "মনোবিজ্ঞান ও শিক্ষায় রাশিবিজ্ঞানের প্রয়োগপদ্ধতি" (Statistical Methods in Psychology and Education)-এর বর্ণনা দেয়া হ'য়েছে তৃতীয় পরিচ্ছেদে। শিল্পক্ষেত্রে (বিশেষতঃ বৃহৎ শিল্পে) "রাশিবিজ্ঞান সম্মত গুণ নিয়ন্ত্রণ" (Statistical Quality Control)-এর মূল বিষয়গুলি বর্ণিত হ'য়েছে চতুর্থ পরিচ্ছেদে। "অর্থনীতি সংক্রান্ত পরিসংখ্যান" (Economic Statistics)-এর অন্তর্গত "সূচক সংখ্যা" (Index Numbers)-এর এবং "কালীন সারি বিশ্লেষণ" (Time Series Analysis)-এর বর্ণনা দেওয়া হ'য়েছে যথাক্রমে পঞ্চম এবং ষষ্ঠ পরিচ্ছেদে। সপ্তম পরিচ্ছেদে সর্বভারতীয় এবং পশ্চিমবঙ্গ সংক্রান্ত "সরকারী পরিসংখ্যান পদ্ধতি" (Official Statistics)-এর বর্ণনা দেওয়া হ'য়েছে। দ্বিতীয় খণ্ডের প্রথম ও দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে যথাক্রমে "প্রভেদ বিশ্লেষণ" (Analysis of Variance) ও "পরীক্ষণ পরিকল্পনা" (Design of Experiments)-এর মূল বিষয়বস্তুগুলি আলোচিত হয়েছে। প্রয়োজনীয় রাশিবিজ্ঞানজনিত সারণীসমূহ পরিশিষ্টে সন্নিবেশিত হ'য়েছে।

ছাত্রদের প্রয়োজনের কথা মনে রেখে প্রতিটি পরিচ্ছেদে বিভিন্ন ধরণের উদাহরণের সাহায্যে বিষয়বস্তুগুলিকে যথাসাধ্য সরল ক'রে বোঝাবার চেষ্টা করা হ'য়েছে। উদাহরণগুলিতে এবং অনুশীলনসমূহে যথাসম্ভব বাস্তব-ক্ষেত্র থেকে নেওয়া আধুনিক দেশজ রাশিতথ্য ব্যবহার করা হ'য়েছে।

বাংলাভাষায় রাশিবিজ্ঞানের পাঠ্যপুস্তক এখন পর্যন্ত খুব কমই লেখা হ'য়েছে। ফলে, অতীত অভিজ্ঞতার সুযোগ গ্রহণ করার সুবিধা এক্ষেত্রে খুবই সীমিত। এ ধরণের লেখার একটা প্রধান অসুবিধা হ'লো প্রয়োজনানুগ রচনাশৈলীর অভাব এবং পরিভাষার স্বল্পতা। সুখের কথা, পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ কিছুদিন আগে "রাশিবিজ্ঞানের পরিভাষা" প্রকাশ ক'রেছেন। এই বইএ ঐ পরিভাষাই প্রধানতঃ ব্যবহার করা হ'য়েছে। এ ছাড়া অনেক ক্ষেত্রে অধ্যাপক ডঃ পূর্ণেন্দ্র কুমার বসু লিখিত "রাশিবিজ্ঞানের গোড়ার কথা" (বিশ্বভারতী, 1956) নামক পুস্তিকাটিরও সহায়তা নেওয়া হ'য়েছে। বইটি লেখার ব্যাপারে—বিশেষতঃ বিভিন্ন পরিচ্ছেদ, উদাহরণ, অনুশীলনী ইত্যাদির বিন্যাসে—ইংরাজীতে A.M. Goon, M.K. Gupta & B. Dasgupta প্রণীত Fundamentals of Statistics, Vol. II (World Press, 1976) বইটির সহায়তা নেওয়া হ'য়েছে। বইটিকে দোষত্রুটী থেকে যথাসাধ্য মুক্ত রাখার চেষ্টা হ'য়েছে। তা হ'লেও প্রাথমিক প্রয়াস হিসাবে কিছু ভুল ও মুদ্রণ-ত্রুটী থেকে যেতে পারে। সহৃদয় পাঠকবৃন্দের সহায়তা পেলে ভবিষ্যতে এগুলির সংশোধন করা যেতে পারে। যেসব মুদ্রণ-ত্রুটী চোখে পড়েছে সেগুলো "শুদ্ধিপত্র" হিসেবে পরিশিষ্টে দেওয়া হ'য়েছে।

এ বই লেখায় বিভিন্ন বন্ধু, সহকর্মী এবং শুভানুধ্যায়ীদের কাছ থেকে যে উপদেশ এবং উৎসাহ পেয়েছি তা আমরা কৃতজ্ঞ-চিত্তে স্মরণ করছি। এ ব্যাপারে শ্রদ্ধেয় অধ্যাপক ডঃ তারাপদ চৌধুরীর নাম বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য। তিনি বইটির পাণ্ডুলিপি আদ্যোপান্ত পাঠ করেন এবং বহুক্ষেত্রে সংশোধন এবং সংযোজনের পরামর্শ দেন।

পরিশেষে এই পুস্তক প্রণয়নের উদ্যোক্তা এবং এর প্রকাশক পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদকে ও এর মুদ্রাকর এলম্ প্রেসকে আমাদের ধন্যবাদ জানাই।

কলকাতা
মার্চ, 1976

ব্রজেন্দ্র কুমার গুহঠাকুরতা
ভাগবত দাশগুপ্ত
বাসুদেব অধিকারী

সূচীপত্র

প্রথম খণ্ড

প্রথম পরিচ্ছেদ : নমুনা সমীক্ষা পদ্ধতি 1— 40

সূচনা ; নমুনা সমীক্ষার মূলনীতিসমূহ ; সম্পূর্ণ সমীক্ষার তুলনায় নমুনা সমীক্ষার সুবিধাসমূহ ; নমুনা সমীক্ষার বিভিন্ন কার্যক্রম ; সমসম্ভব নমুনাচয়ন প্রণালী ; বিভিন্নপ্রকারের পূর্ণক ও নমুনা ; নমুনা সমীক্ষায় বিভিন্ন ধরণের পক্ষপাত ও ভ্রান্তি ; সরল সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহ ; উদ্দেশ্যমূলক নমুনা সংগ্রহ ; স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব নমুনাসংগ্রহ ; বহুবিভাগী নমুনা সংগ্রহ ; নিয়মানুগ নমুনাসংগ্রহ ; বহুপর্যায়ী নমুনা সংগ্রহ ; দ্বিমুখী নমুনাসংগ্রহ ; জাতীয় নমুনা সমীক্ষা।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ : জীবনসংক্রান্ত রাশিবিজ্ঞান পদ্ধতি 41— 75

সূচনা ; জীবনসংক্রান্ত ঘটনার হার ; বিভিন্ন প্রকার মৃত্যুহার : অশোধিত মৃত্যুহার, বিশেষিত মৃত্যুহার, প্রমাণীকৃত মৃত্যুহার ; জীবন সারণী ; বিভিন্নপ্রকার প্রজনন হার : অশোধিত জন্মহার, সাধারণ প্রজননহার, বয়স বিশেষিত প্রজননহার, সঙ্কলিত প্রজনন হার ; ভবিষ্যৎ জনসংখ্যা হ্রাসবৃদ্ধির পরিমাপন : অশোধিত স্বাভাবিক বৃদ্ধিহার, জীবন-সংক্রান্ত সূচক, স্থূল সংজনন হার, নীট্ সংজনন হার ; লজিষ্টিক রেখা : পার্ল ও রীডের পদ্ধতি, রোড্সের পদ্ধতি।

তৃতীয় পরিচ্ছেদ : মনোবিদ্যা ও শিক্ষায় রাশিবিজ্ঞানের প্রয়োগপদ্ধতি 76—101

সূচনা ; বিভিন্ন মাত্রানিরূপণ পদ্ধতি : টেষ্ট আইটেমের কাঠিন্যের মাপনামাত্রা, বিভিন্ন টেষ্ট নম্বরের মাত্রানিরূপণ, মূল্যায়ণ ও মানক্রমের মাত্রা-নিরূপণ, বিচার মাপনামাত্রা ; টেষ্ট তত্ত্ব : প্রজরৈখিক

মডেল, সমান্তরাল টেষ্ট সমূহ, টেষ্টের নির্ভরযোগ্যতা ও ভ্রান্তি ভেদমান, নির্ভরযোগ্যতার বাস্তব প্রাককলন, টেষ্ট সঙ্গতি ; বুদ্ধি পরীক্ষা ও ধীসূচক ভাগফল।

চতুর্থ পরিচ্ছেদ : রাশিবিজ্ঞান সম্মত গুণ নিয়ন্ত্রণ 102—136

সূচনা ; বিভিন্ন গুণমাপক ; বিচার প্রসূত গুচ্ছাংশ ; গড়, সমকপার্থক্য ও প্রসারের নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র ; ত্রুটীযুক্ত খণ্ডসংখ্যা ও খণ্ড ভগ্নাংশের নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র ; ত্রুটীসংখ্যার নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র ; প্রণালী নিয়ন্ত্রণ সম্পর্কে আলোচনা ; নমুনা বীক্ষণ—গুণ লক্ষণের সাহায্যে : একক নমুনাবীক্ষণ প্রণালী, দ্বিপর্যায়ী নমুনাবীক্ষণ প্রণালী, বহুপর্যায়ী নমুনাবীক্ষণ প্রণালী ও ক্রমপর্যায়ী নমুনাবীক্ষণ।

পঞ্চম পরিচ্ছেদ : সূচক সংখ্যা 137—177

সূচনা ; সূচকসংখ্যায় ব্যবহৃত কয়েকটি প্রতীক ; সূচকসংখ্যা নির্ণয়ের সমস্যাসমূহ ; সূচক সংখ্যায় বিভিন্ন ধরণের ভ্রান্তি ; সূচকসংখ্যার সামঞ্জস্য বিচার ; শৃঙ্খলযুক্ত সূচকসংখ্যা ; নির্দিষ্ট ভিত্তিকালের সূচকসংখ্যার সাথে শৃঙ্খলযুক্ত সূচকসংখ্যার তুলনা ; জীবিকা নির্বাহন ব্যয়ের সূচক ; কয়েকটি উদাহরণ ; সর্বভারতীয় পাইকারী দরের সূচক ; জীবিকা নির্বাহন ব্যয়ের সূচক—পশ্চিমবঙ্গের 25টি শহরে 5টি ব্যয়স্তরের জন্য ; সূচকসংখ্যার অন্যান্য ব্যবহারসমূহ।

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ : কালীন সারি বিশ্লেষণ 178—221

সূচনা ; কালীন সারির বিভিন্ন অংশ ; কালীন সারিতে ব্যবহৃত প্রতীক ; সুশাসিত গতিধারার পরিমাপ ; ঋতুজ ভেদের পরিমাপ ; চক্রীল ভেদের পরিমাপ।

সপ্তম পরিচ্ছেদ : সরকারী পরিসংখ্যান 222—250

সূচনা ; সরকারী পরিসংখ্যানের ক্রমবিকাশ ; জনশিক্ষা ও জনস্বাস্থ্য সংক্রান্ত পরিসংখ্যান ; কৃষি পরিসংখ্যান ; শিল্পসংক্রান্ত পরিসংখ্যান ; ব্যবসাবাণিজ্য ও [illegible] সংক্রান্ত পরিসংখ্যান ; যানবাহন

সংক্রান্ত পরিসংখ্যান ; শ্রমসংক্রান্ত পরিসংখ্যান ; দর সংক্রান্ত পরিসংখ্যান ; অপরাপর বিষয় সংক্রান্ত পরিসংখ্যান।

দ্বিতীয় খণ্ড

প্রথম পরিচ্ছেদ : প্রভেদ বিশ্লেষণ 1— 28

ভূমিকা ; একধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ ; ঋজুরৈখিক প্রতিরূপ ও প্রভেদ বিশ্লেষণ পরীক্ষার স্বীকরণ ; প্রতিটি কক্ষে একটি অবেক্ষণযুক্ত দুইধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ ; প্রতিটি কক্ষে m (>1) অবেক্ষণ-যুক্ত দুইধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ ; সহ ভেদমান বিশ্লেষণ ; একধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের সহভেদমান বিশ্লেষণ।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ : পরীক্ষণ পরিকল্পনা 29— 77

ভূমিকা ; বৈজ্ঞানিক গবেষণার যুক্তি ; পরীক্ষণী পরিকল্পনার অন্তর্নিহিত তত্ত্ব : সমসম্ভবীকরণ, নিয়মানুগ বিন্যাসের পক্ষপাত, বহুকরণ, স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ বা ভ্রান্তি নিয়ন্ত্রণ ; পরিশিষ্ট ; সম্পূর্ণরূপে সমসম্ভব পরিকল্পনা ; সমসম্ভব ব্লক পরিকল্পনা ; ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনা ; উপাদানীয় পরীক্ষা : ভূমিকা, উপাদানীয় পরীক্ষার বিশেষ গুণ, মুখ্যফল ও যৌথ ক্রিয়াফল, দুই উপাদানীয় ফলের সমষ্টিবর্গ এবং তার সংশয় বিচার, তিন উপাদানীয় পরীক্ষা, উপাদানীয় পরীক্ষার ফল সমষ্টি বের করবার ইয়েট্সের পদ্ধতি, উপাদানগুলি যখন দুই এর অধিক মাত্রায় প্রয়োগ করা হয় তখন দুই উপাদানীয় পরীক্ষা।

পরিশিষ্ট : সারণীসমূহ i— x

বর্ণানুক্রমিক সূচী xi—xviii

শুদ্ধিপত্র xix

প্রথম খণ্ড

প্রথম পরিচ্ছেদ

নমুনা সমীক্ষা পদ্ধতি

(Sample Survey Methods)

1.1 সূচনা

সমগ্রকের সম্পর্কে অনুমান করবার জন্যে নমুনার ব্যবহার সভ্যতার সুরু থেকেই চলে আসছে। চাল সিদ্ধ হ'ল কিনা দেখবার সময় গৃহিণী ভাতের হাঁড়ি থেকে একটি কি দুটি চালই টিপে দেখে নেন। ঝুড়ি থেকে আম কিনবার সময় আমরা একটি আমই কেটে এক টুকরো মুখে পুরে দেখি মিষ্টি কিনা। অবশ্য অনুমান যাতে সঠিক হয় সেজন্য নমুনাটি প্রতিনিধি-মূলক হওয়া চাই। অংশক বা নমুনা থেকে সমগ্রক বা পূর্ণক সম্পর্কে এই অনুমিতিকে বলা চলে **আরোহী অনুমিতি**।

রাশিবিজ্ঞানীর কাছে সচরাচর যে সব প্রশ্ন আসে তার উত্তর দিতে হলে অধিকাংশ ক্ষেত্রে রাশিবিজ্ঞানীকে নমুনার আশ্রয় নিতে হয়। অনেক সময় সময়ের সীমা বা খরচের সীমা নির্ধারিত থাকায় এই নমুনাগ্রহণ অপরিহার্য হয়ে পড়ে। আবার কখনও সমীক্ষার কাজের সুবিধার্থেই এই নমুনা গ্রহণ করা হয়। কোন কোন ক্ষেত্রে সম্পূর্ণ সমীক্ষা বা সেন্সাস অবাস্তব বা অসম্ভবও হতে পারে।

এই সব নমুনাভিত্তিক প্রশ্নগুলিকে আবার দুই শ্রেণীতে ভাগ করা যায়।

(1) কোন কোন ক্ষেত্রে প্রশ্নটির উত্তর একটি নমুনাভিত্তিক পরীক্ষণের উপর নির্ভরশীল। একটি নূতন ঔষধ পূর্বতন ঔষধ থেকে অধিক কার্যকরী কিনা দেখতে হলে আমাদের কয়েকজন রোগীর উপরে ঔষধটি প্রয়োগ করে দেখতে হবে। পাঁচটি বিভিন্ন প্রকার বীজধানের মধ্যে কোনটি অধিকাংশক্ষেত্রে অধিক ফলনশীল জানতে হলে কতগুলি সম আকার ও আয়তনের প্লটে বীজধানগুলি পরীক্ষা করে দেখতে হবে। এই ধরণের পরীক্ষণ পদ্ধতি সম্পর্কে 'পরীক্ষণ পরিকল্পনা' শীর্ষক পরিচ্ছেদে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।

(2) আবার কোন কোন ক্ষেত্রে প্রশ্নটির উত্তর পরীক্ষণের উপর নির্ভরশীল নয়। এক্ষেত্রে সমগ্রকের অন্তর্ভুক্ত প্রতিটি ব্যক্তি বা একক প্রকৃতিতে ইতস্তত ছড়ানো রয়েছে। আমরা একটি নমুনা সংগ্রহ করে নমুনালব্ধ তথ্য থেকেই প্রশ্নটির উত্তর দিতে পারি। পশ্চিমবঙ্গে শিক্ষিত চাকুরীপ্রার্থী বেকার শতকরা কতজন অথবা কলকাতার মধ্যবিত্ত শ্রেণার

পরিবার তাদের মোট ব্যয়ের কত অংশ খাদ্যবস্তু কিনতে খরচ করে ইত্যাদি প্রশ্ন এই শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত। এসব ক্ষেত্রেও নমুনাচয়নের জন্য পরিকল্পনার প্রয়োজন রয়েছে। কি পদ্ধতিতে নমুনাচয়ন করা হবে, নমুনাসংখ্যা কত হবে যাতে করে আমরা নির্দিষ্ট খরচ সাপেক্ষে সবচেয়ে ত্রুটিহীন অনুমান করতে পারব—এইসব সমস্যার আলোচনা ও সমাধান এই নমুনাপরিকল্পনার অন্তর্ভুক্ত। বর্তমান পরিচ্ছেদে আমাদের আলোচ্য বিষয়-বস্তু এইটেই।

1.2 নমুনাসমীক্ষার মূল নীতিসমূহ

নমুনা সমীক্ষা পরিকল্পনের জন্য দুটি মূলনীতি অনুসৃত হয়।

(1) **সামঞ্জস্য:** নমুনা সমীক্ষা পরিকল্পনাটিকে আমরা তখনই সামঞ্জস্যপূর্ণ বলব যখন তার থেকে লব্ধ তথ্য সম্ভাবনাতত্ত্বের ভিত্তিতে বিশ্লেষণ করা সম্ভব হয়। এই নীতির স্বার্থে প্রয়োজন একটি সম্ভাবনাশ্রয়ী নমুনাচয়ন করা। তাহলেই নমুনালব্ধ তথ্য থেকে আমরা সমঞ্জস প্রাক-কলক ও বিচারাঙ্ক নির্ণয় করতে পারব। সম্ভাবনাশ্রয়ী নমুনা বলতে বোঝায় এমন একটি নমুনা যাতে পূর্ণকের প্রতিটি ব্যক্তির নমুনায় অন্তর্ভুক্ত হওয়ার একটি পূর্বনির্ধারিত (সমান বা অসমান) সম্ভাবনা থাকবে।

(2) **উৎকর্ষতা:** একটি নমুনার উৎকর্ষতা দুটি গুণের উপর নির্ভর করে: (a) দক্ষতা ও (b) খরচ। দক্ষতা মাপা হয় প্রাক-কলকের বিবর্ত্ত ভেদমান দিয়ে। খরচ মাপা হয় সমীক্ষার কাজের জন্য প্রয়োজনীয় অর্থ (টাকার অংকে বা মানুষ-ঘণ্টায়) দিয়ে। নমুনা সমীক্ষাটি প্রকৃষ্ট হতে হলে সীমিত খরচে তাকে সর্বাধিক দক্ষ হতে হবে অথবা সীমিত দক্ষতা-মাত্রায় তাকে সর্বনিম্ন খরচে সম্পন্ন হতে হবে।

স্বভাবতঃ নমুনা সমীক্ষায় আমাদের নিম্নলিখিত বিষয়গুলি স্থির করতে হবে:

প্রথমতঃ নমুনার প্রকার স্থির করা। আমাদের পরবর্তী আলোচনায় দেখা যাবে সম্ভাবনাশ্রয়ী নমুনা নানাপ্রকারের হতে পারে।

দ্বিতীয়তঃ নমুনাটির খুটিনাটি এমনভাবে স্থির করতে হবে যাতে নমুনা সমীক্ষাটি সর্বোৎকৃষ্ট হয়।

নমুনার প্রকার স্থির করা হয় সাধারণতঃ দুটি মূলনীতির ভিত্তিতে। (a) সুবিধা—প্রতিটি ক্ষেত্রে কোন প্রকার নমুনা সবচেয়ে সুবিধাজনক তা ভেবে দেখতে হবে। (b) দক্ষতা—প্রতিটি ক্ষেত্রে কোন প্রকার নমুনা সর্বাধিক দক্ষ তা দেখতে হবে।

নমুনার উৎকর্ষতার জন্য প্রথমতঃ আমরা খরচ (C) ও ভেদনান (V) কয়েকটি নির্ণয়যোগ্য উপাদান বা চলকের উপর নির্ভরশীল মনে করব। এই চলকগুলিকে যদি F_1, $F_2,...F_p$ বলা হয়, তাহলে C $(F_1, F_2,\cdots F_p)$ ও V $(F_1, F_2,...F_p)$ হ'ল যথাক্রমে নমুনাটির খরচ অপেক্ষক ও ভেদমান অপেক্ষক। $F_1, F_2,...F_p$ আমরা এমনভাবে নির্ণয় করব যাতে $C=C_0$ (সীমিত) নিয়ে V সর্বনিম্ন (অর্থাৎ দক্ষতা সর্বাধিক) হয় অথবা $V=V_0$ (সীমিত) নিয়ে C সর্বনিম্ন হয়। Lagrange এর অনির্ণীত গুণক পদ্ধতির সাহায্যে এইভাবে $F_1, F_2,...F_p$ নির্ণয় করা যেতে পারে।

1.3 সম্পূর্ণ সমীক্ষার তুলনায় নমুনাসমীক্ষার সুবিধাসমূহ

নমুনা সমীক্ষায় পূর্ণকের অন্তর্ভুক্ত প্রতিটি ব্যক্তির কাছ থেকে তথ্য আহরণ না করে একটি প্রতিনিধিমূলক অংশক বা নমুনায় অন্তর্ভুক্ত ব্যক্তিদের কাছ থেকে তথ্য আহরণ করা হয়। পূর্ণ সমীক্ষায় বা সেন্সাসে পূর্ণকের প্রতিটি ব্যক্তির কাছ থেকেই তথ্য আহরণ করা হয়। নমুনা সমীক্ষায় নিম্নলিখিত সুবিধাগুলি বর্তমান :

(1) অর্থের সাশ্রয় :—পূর্ণ সমীক্ষা থেকে নমুনা সমীক্ষায় অর্থ ব্যয় স্বভাবতঃই কম হবে, যদিও নমুনা সমীক্ষায় জনপ্রতি আনুপাতিক খরচ বেশী হতে পারে।

(2) সময়ের সাশ্রয় :—বহুক্ষেত্রে আমাদের সমীক্ষালব্ধ তথ্যগুলি অতি সত্বর প্রয়োজন হয়। সেসব ক্ষেত্রে নমুনা সমীক্ষাই শ্রেয়, কারণ নমুনা সমীক্ষায় অনেক সময়ের সাশ্রয় হয়।

(3) অধিকতর পরিধি :—নমুনা সমীক্ষার ব্যবহারিক পরিধি অনেক বেশী। কোন কোন ক্ষেত্রে তথ্য আহরণের জন্য ট্রেনিং প্রাপ্ত কর্মী বা ব্যয়-বহুল যন্ত্রপাতির প্রয়োজন হতে পারে। এইসব ক্ষেত্রে পূর্ণ সমীক্ষা সম্ভব নয়। তাছাড়া নমুনা সমীক্ষায় অনেক কম সংখ্যক ব্যক্তির কাছ থেকে তথ্য আহরণ করতে হয় বলে সহজেই অনেক বেশী তথ্য আহরণ করা যায় ও পূর্ণকের আয়তনও অনেক বড় নেওয়া যায়।

(4) অধিকতর নির্ভুলঃ—নমুনা সমীক্ষালব্ধ তথ্যসমূহ পূর্ণ সমীক্ষালব্ধ তথ্য সমূহের তুলনায় নির্ভুল হয় কারণ নমুনা সমীক্ষায় আমরা কর্মীদের অধিকতর ট্রেনিংএর ব্যবস্থা করতে পারি ও সুপারভাইজারদের সাহায্যে তদারকির ব্যবস্থা করতে পারি। যদিও পূর্ণ সমীক্ষায় কোন নমুনাজ ভ্রান্তি নেই, কিন্তু অনমুনাজ ভ্রান্তি এত বেশী হয় যে নমুনালব্ধ প্রাক-

কলক সমূহ পূর্ণ সমীক্ষালব্ধ প্রাক-কলক সমূহ থেকে অনেক বেশী নির্ভুল হয়।

অবশ্য সমগ্রকটি যদি খুব বড় আকারের না হয় ও যদি সময় ও অর্থ সীমিত না হয় তাহলে পূর্ণ সমীক্ষাই কোন কোন ক্ষেত্রে অধিকতর যুক্তিবহ মনে হতে পারে।

1.4 নমুনা সমীক্ষার বিভিন্ন কার্যক্রম

নমুনা সমীক্ষার কাজে তিনটি প্রধান কার্যক্রম রয়েছে। পারস্পর্য বিচারে সেগুলি হ'ল—(*a*) পরিকল্পন কাজ, (*b*) সমীক্ষা কাজ ও (*c*) বিশ্লেষণ ও বিবরণী তৈরীর কাজ। প্রতিটি প্রধান কার্যক্রমের আবার বিভিন্ন ধাপ রয়েছে।

পরিকল্পনা কাজের বিভিন্ন ধাপ হ'ল:

(1) নমুনা সমীক্ষার উদ্দেশ্যগুলি স্থির করা :—উদ্দেশ্যগুলি সঠিক ভাবে নিরূপন করতে হবে, কারণ তার উপরে পরবর্তী কার্যপ্রণালী নির্ভর করবে। উদ্দেশ্যগুলিকে জরুরী ও সুদূরপ্রসারী এই দুইভাগে ভাগ করা যায়। এরই সঙ্গে এই সমীক্ষা কাজের জন্য কত অর্থ পাওয়া যাবে, কতজন কর্মী পাওয়া যাবে, সময় সীমা কী হবে ও বিভিন্ন পূর্ণাঙ্কগুলির প্রাক-কলকের ভ্রান্তিমাত্রা কি হবে এসবও ঠিক করতে হবে।

(2) সমগ্রক বা পূর্ণকের সংজ্ঞা নিরূপন :—সমগ্রক বা পূর্ণক হ'ল সেই ব্যক্তি-সমষ্টি যাদের মধ্যে আমাদের সমীক্ষা কাজ সীমিত। সমীক্ষালব্ধ তথ্যগুলি নমুনা থেকে আহরিত হলেও সেগুলি সমগ্রকের উপরেই বর্তাবে। সুতরাং সমগ্রকটির সংজ্ঞা দ্ব্যর্থহীনভাবে স্থির করতে হবে। সমগ্রকটির ভৌগোলিক, লিঙ্গ ও বয়সগত বা অন্যান্য সীমানা স্থির করতে হবে। উদাহরণস্বরূপ, আমরা কোন সমীক্ষায় পশ্চিমবঙ্গে পুরুষ, যাদের বয়স ১৮ থেকে ৬৫ বৎসর, তাদের সম্বন্ধে কৌতুহলী হতে পারি। এক্ষেত্রে সমগ্রক হ'ল পশ্চিমবঙ্গের সমস্ত পুরুষের সমষ্টি যাদের বয়স ১৮ থেকে ৬৫।

(3) কি কি রাশিতথ্য আহরণ করতে হবে তা স্থির করা :—কি কি রাশিতথ্য আহরণ করতে হবে তা অবশ্য সমীক্ষার উদ্দেশ্যসমূহের উপর নির্ভর করবে। ঐসব রাশিতথ্য যাতে নমুনার অন্তর্ভুক্ত ব্যক্তিদের থেকে আহরণ করা যায় তার জন্য একটি বিবরণলিপি বা তপশীল রচনা করতে হবে। সাধারণতঃ একটি খসড়া বিবরণলিপি রচনা করে তা কিছুসংখ্যক ব্যক্তির উপরে পরীক্ষামূলক ভাবে প্রয়োগ করা হয়। যদি কোথাও

কোন অসংগতি দেখা যায় তা পরিশুদ্ধ করতে হবে। বিবরণলিপি সহজবোধ্য ও অসংগতিবিহীন হওয়া বাঞ্ছনীয়। প্রশ্ন সমূহ যথাসম্ভব ব্যক্তিনিরপেক্ষ হওয়া উচিত। প্রশ্নের উত্তর দিতে উত্তরদাতাকে যেন বেশী চিন্তা বা কল্পনার আশ্রয় নিতে না হয়।

(4) রাশিতথ্য আহরণের উপায় নির্ধারণ :—নানা উপায়ে রাশিতথ্য আহরণ করা যায়। সামাজিক অর্থনৈতিক সমীক্ষায় সাধারণতঃ আমরা ইণ্টারভিউ পদ্ধতি ব্যবহার করি। পারিবারিক সমীক্ষায় তথ্যানুসন্ধানী বাড়ী বাড়ী গিয়ে পরিবারের কর্ত্তা বা তার অনুপস্থিতিতে অন্য কোন দায়িত্বশীল ব্যক্তির কাছ থেকে প্রশ্ন করে প্রয়োজনীয় রাশিতথ্য বিবরণ-লিপিতে লিপিবদ্ধ করেন। কখনও কখনও বিবিরণলিপি ডাকযোগে পাঠিয়েও রাশিতথ্য আহরণ করা সম্ভব। কিন্তু এ পদ্ধতি কেবলমাত্র শিক্ষিত ব্যক্তিদের সম্পর্কেই খাটে। তাছাড়া এ পদ্ধতি অনুসরণ করলে যদিও খরচ কম হবে, কিন্তু নিরুত্তর সংখ্যা খুব বেশী হবে। যারা সমীক্ষাটির বিষয়ে বিশেষভাবে কৌতুহলী নন তারা নিশ্চয়ই কষ্ট করে বিবরণলিপিটি পূর্ণ করে তা ডাকযোগে ফেরৎ পাঠাবেন না (ফেরৎ পাঠাবার ডাক ষ্ট্যাম্প পাঠান সত্ত্বেও)। ফলতঃ আমরা যাদের কাছ থেকে রাশিতথ্য পাব তারা সমগ্রকের ঠিক প্রতিনিধিমূলক নমুনা নয়।

কৃষি সমীক্ষায় আমাদের বহুক্ষেত্রে চোখে দেখে রাশিতথ্য আহরণ করতে হয়। সেখানে কি পদ্ধতিতে প্রয়োজনীয় চলকগুলি মাপা হবে তা স্থির করতে হবে। উদাহরণস্বরূপ, কৃষিফলন সংক্রান্ত সমীক্ষায় আমাদের স্থির করতে হবে চোখে দেখে আন্দাজে একর প্রতি বা হেক্টর প্রতি ফলন ঠিক করা হবে অথবা শস্য কেটে নিয়ে সঠিক ফলন বার করা হবে। কি ধরণের যন্ত্রের সাহায্যে প্রয়োজনীয় চলকগুলি মাপা হবে তাও অনেকক্ষেত্রে ঠিক করতে হয়।

(5) নমুনা একক স্থির করা :—নমুনা একক বলতে বোঝায় সমীক্ষার প্রয়োজনে সমগ্রকের যে ক্ষুদ্রতম অংশটির নমুনা নেওয়া হয়। নমুনা একক স্বভাবতঃই সমীক্ষার উদ্দেশ্যের উপর নির্ভরশীল। একটি কৃষিসমীক্ষায় আমাদের স্থির করতে হবে একটি গ্রামের সমস্ত চাষযোগ্য জমি অথবা একটি চাষযোগ্য জমির প্লট বা কয়েকটি প্লটের একটি গুচ্ছ বা একটি প্লটের মধ্যস্থিত একটি বৃত্তাকার বা আয়তাকার অংশকে আমরা নমুনা একক হিসাবে নেব। একটি সামাজিক অর্থনৈতিক সমীক্ষায় স্থির করতে হবে একটি পরিবার বা পরিবারভুক্ত একজন ব্যক্তিকে আমরা নমুনা একক নেব। পারিবারিক আয়-ব্যয়ক সমীক্ষায় একটি পরিবারকে নমুনা একক

হিসাবে নেওয়া হয়। নমুনা একক স্থির করার পরে দেখতে হবে নমুনা এককের পূর্ণ তালিকা অর্থাৎ সমগ্রকের অন্তর্ভুক্ত সমস্ত নমুনা এককের একটি সুসংবদ্ধ তালিকা পাওয়া যাবে কিনা। এই তালিকা ছাড়া নমুনা চয়ন করা সম্ভব নয়। যদি তালিকা পাওয়া যায় তাহলে দেখতে হবে তালিকাটি সুসম্পূর্ণ কিনা, পূর্ণক বহির্ভুত কোন ব্যক্তি তালিকায় রয়েছে কিনা, একই ব্যক্তি তালিকায় একাধিকবার আছে কিনা। তালিকাটিতে ঐসব ত্রুটি থাকলে তার শুদ্ধি প্রয়োজন। যদি তালিকা না পাওয়া যায় তাহলে নমুনাচয়ণের পূর্বে এই তালিকা প্রস্তুত করে নিতেই হবে।

(6) নমুনা সমীক্ষার পরিকল্পন :—নমুনা সমীক্ষা পরিকল্পনে কি কি কাজ তা 1.2 পরিচ্ছেদাংশে বর্ণিত হয়েছে। নমুনার প্রকার ও আকার স্থির করতে হবে। নমুনা পরিকল্পনে নির্ণয়যোগ্য উপাদানগুলি প্রকৃষ্ট-ভাবে নির্ণয় করতে হবে সমীক্ষার খরচ ও নির্ধারিত প্রাক-কলকের ভেদমান থেকে। প্রয়োজন হলে একটি প্রাথমিক অনুসন্ধানী সমীক্ষা বা পথনির্দেশী সমীক্ষার আয়োজন করতে হবে।

(9) নমুনাচয়ন :—সমীক্ষার পরিকল্পন কাজ শেষ হলে সমগ্রক থেকে নমুনাচয়ন করতে হবে। সমসম্ভব নমুনাচয়ন প্রণালী বা অন্যপ্রকার সম্ভাবনাশ্রয়ী নমুনাচয়ন প্রণালী 1.5 পরিচ্ছেদাংশে আলোচিত হবে। এসব ক্ষেত্রে সমসম্ভব সংখ্যাসারি সাধারণতঃ ব্যবহার করা হয়।

(8) সমীক্ষা কর্মীদের ট্রেনিং :—নমুনা কাজে নিযুক্ত প্রতিটি প্রাথমিক কর্মী ও সুপারভাইজারদের তাদের কাজ, বিবরণলিপিতে ব্যবহৃত শব্দগুলির সঠিক সংজ্ঞা প্রভৃতি বিষয়ে পুঁথিগত ও হাতেনাতে ট্রেনিং এর ব্যবস্থা করতে হবে।

দ্বিতীয় প্রধান কার্যক্রম হ'ল সমীক্ষা কাজ। সমীক্ষা কাজে সমীক্ষা-কর্মীকে নমুনায় অন্তর্ভুক্ত প্রতিটি ব্যক্তিকে খুঁজে বার করতে হবে ও তার কাছ থেকে প্রয়োজনীয় তথ্যাবলী আহরণ করে বিবরণলিপিতে লিপিবদ্ধ করতে হবে।

তৃতীয় প্রধান কার্যক্রম হ'ল বিশ্লেষণ ও বিবরণী তৈরীর কাজ। এই কাজের বিভিন্ন ধাপগুলি হ'ল :

(1) উপাত্ত সংশোধনী বিচার :—এই বিচারের সাহায্যে আমরা দেখব বিবরণলিপিতে লিপিবদ্ধ উপাত্তসমূহে কোন আপাতঃ অসংগতি বা পরস্পর বিরোধিতা রয়েছে কিনা। সন্দেহজনক বিবরণলিপিটি পুনঃ সমীক্ষার জন্য ফেরৎ পাঠাতে হবে।

(2) উপাত্তের সারণী বিন্যাস :—হাতে হাতে অথবা মেশিনের সহায়তায় এরপর উপাত্তসমূহকে সারণীতে বিন্যস্ত করতে হবে। কয়েক হাজার সংখ্যার সারণী বিন্যাস করতে হলে মেশিনের ব্যবহার অপরিহার্য। গুণগত উপাত্তের সারণী বিন্যাস কালে সাধারণতঃ সংকেত সংখ্যা ব্যবহার করা হয়। মেশিনের সাহায্যে বা হাতে হাতে আমরা প্রথম যে সারণীগুলি তৈরি করি তাদের বলা হয় প্রাথমিক সারণী।

(3) রাশিবিজ্ঞান সম্মত বিশ্লেষণ :—এই বিশ্লেষণকালে আমরা বিভিন্ন পূর্ণকাংকের প্রাক-কলক নির্ণয় করি ও তাদের ভেদমান নির্ণয় করি। আবার পূর্ণকাংক সম্পর্কে কোন প্রকল্প বিচারও এই বিশ্লেষণের অন্তর্ভুক্ত। এই বিশ্লেষণের জন্য প্রাথমিক সারণী থেকে যে সব সারণীর উদ্ভব হয় তাদের আহৃত সারণী বলা হয়।

(4) বিবরণী প্রকাশ :—বিশ্লেষণের পরে সমীক্ষালব্ধ সমস্ত তথ্যের আলোচনা ও সিদ্ধান্ত সমূহ সম্বলিত একটি বিবরণী অবশ্যই প্রকাশ করতে হবে। বিবরণীতে পরিকল্পন কাজ ও সমীক্ষা কাজের বিভিন্ন ধাপের সম্যক আলোচনাও থাকবে। পরিশেষে থাকবে সমস্ত প্রাথমিক ও আহৃত সারণী সমূহ। রাশিবিজ্ঞানসম্মত বিশ্লেষণে ব্যবহৃত প্রাক-কলক ও প্রকল্প বিচারের সূত্রগুলিও বিবরণীতে থাকবে।

(5) ভবিষ্যৎ সমীক্ষার জন্য উপাত্ত সমূহের রক্ষণ :—সমীক্ষার শেষে যাতে সমীক্ষালব্ধ সমস্ত তথ্য ভবিষ্যতে কোন সমীক্ষার পরিকল্পন কাজে ব্যবহার করা যায় সেজন্য সেগুলি ভালভাবে রক্ষা করতে হবে।

1.5 সমসম্ভব নমুনাচয়ন প্রণালী

সমসম্ভব নমুনাচয়ন রাশিবিজ্ঞানে একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়, কারণ নমুনাতত্ত্ব সম্পূর্ণ এই সমসম্ভব নমুনার উপর নির্ভরশীল। সমসম্ভব নমুনাচয়ন বলতে বোঝায় এমন একটি নমুনা যাতে সমগ্রকের প্রতিটি ব্যক্তির নমুনায় অন্তর্ভুক্ত হওয়ার সমান সম্ভাবনা রয়েছে।

প্রাথমিক প্রচেষ্টায় লটারীর সাহায্যে এই সমসম্ভব নমুনা চয়ন করা হ'ত। এই পদ্ধতিতে প্রথমে সমগ্রকের একটি প্রতিরূপ বা মডেল প্রস্তুত করতে হয় যাতে এক একটি ব্যক্তিকে সমআকার ও সমআয়তনের একটুকরো কাগজ, কার্ড বা ধাতব সিলিণ্ডারের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। ঐ কাগজে, কার্ডে বা সিলিণ্ডারের মধ্যে এক একটি সংখ্যা (ক্রমিক

সংখ্যা) বসিয়ে এক একটি ব্যক্তিকে চিহ্নিত করতে হয়। তারপর প্রতিরূপের ব্যক্তিদের (কাগজ, কার্ড, সিলিণ্ডার ইত্যাদি) ভালভাবে মিশিয়ে নিয়ে একটি তুলতে হবে এবং তাতে চিহ্নিত ব্যক্তিটিকে নমুনায় অন্তর্ভুক্ত করা হবে। এইভাবে প্রতিবার নমুনাচয়নের পূর্বে ঐ মিশ্রণ কাজটি করতে হবে। তারফলেই সমসম্ভাবীকরণ কাজটি হয়। যদি গৃহীত ব্যক্তিদের পুনর্বার নমুনাচয়নের পূর্বে সমগ্রকে পুনঃস্থাপিত হয় তাহলে পুনঃস্থাপনাসহ সমসম্ভব নমুনাচয়ন ; তা না হলে হবে পুনঃস্থাপনাবিহীন নমুনাচয়ন। এইভাবে নমুনাচয়ন করে যেতে হবে যতক্ষণ না নমুনাটি নির্দিষ্ট আকারের হয়।

এই পদ্ধতির অসুবিধা হ'ল এতে ঠিক ঠিক সমসম্ভব নমুনাচয়ন নাও হতে পারে, কারণ প্রতিরূপের প্রতিটি ব্যক্তিকে ঠিক ঠিক সম আকারের ও আয়তনের প্রস্তুত করা বাস্তবক্ষেত্রে সম্ভব হয় না—কিছু কিছু তফাৎ থেকেই যায়। তাছাড়া সমগ্রকটি অতিবৃহৎ হলে প্রতিরূপ প্রস্তুত করাই বাস্তবক্ষেত্রে অসম্ভব হয়ে দাঁড়ায়।

এই অসুবিধাগুলি দূর করা যায় যদি আমাদের একটি সমসম্ভব সংখ্যাসারি থাকে (যাতে 0,1,2,...,9 সংখ্যাগুলি সমসম্ভব ভাবে উপস্থিত থাকে)। তাহলে, প্রথমে সমগ্রকের প্রতিটি ব্যক্তিকে একটি ক্রমিক সংখ্যা দিয়ে চিহ্নিত করতে হবে। পরে ঐ সংখ্যাসারির যে কোন জায়গা থেকে পর পর (উপর থেকে নীচে বা বাম থেকে ডাইনে) কতগুলি n—অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা (n নির্ভর করবে সমগ্রকের আয়তনের উপরে) নিতে হবে। যেহেতু ঐ সংখ্যাগুলি সমসম্ভাবনাযুক্ত, ঐ সংখ্যাগুলির সমচিহ্নিত ব্যক্তিরা একটি সমসম্ভব নমুনাভুক্ত ধরা যেতে পারে।

1.5.1 সমসম্ভব সংখ্যাসারির সংজ্ঞা

সমসম্ভব সংখ্যাসারিতে 0,1,2,···,9 সংখ্যাগুলি ঋজুরৈখিক বা আয়তাকারে এমনভাবে সজ্জিত যে উহার প্রতিটি অবস্থানে ঐ দশটি সংখ্যার প্রতিটির বসবার সমান সম্ভাবনা ও যে কোন দুটি অবস্থানের সংখ্যা পরস্পর অনপেক্ষ।

1.5.2 সমসম্ভব সংখ্যাসারির সুবিধা সমূহ

প্রথমতঃ সমসম্ভব সংখ্যাসারি ব্যবহার করলে প্রতিটি ক্ষেত্রে সমগ্রকের একটি প্রতিরূপ প্রস্তুতির কোন প্রয়োজন হয় না।

দ্বিতীয়তঃ সংখ্যাগুলি সমসম্ভবীকৃত হওয়ার ফলে সমগ্রকের প্রতিরূপের ব্যক্তিদের প্রতিবার নমুনাচয়নের পূর্বে মিশ্রিত করবার প্রয়োজন হয় না। সারির যে কোন জায়গা থেকে পর পর সংখ্যাগুলি নিলেই সংখ্যাগুলি সমসম্ভাবনাযুক্ত হবে। আমাদের শুধু সংখ্যাগুলির সমচিহ্নিত ব্যক্তিদের নমুনায় অন্তর্ভুক্ত করতে হবে।

তৃতীয়তঃ সমগ্রকটি যত বড়ই হোক না কেন বাস্তবক্ষেত্রে এই সমসম্ভব সংখ্যাসারির সাহায্যে সমসম্ভব নমুনাচয়ন করা সম্ভব।

1.5.3 বিভিন্ন সমসম্ভব সংখ্যাসারির বর্ণনা

চারটি বিভিন্ন সমসম্ভব সংখ্যাসারির নাম উল্লেখ করা যেতে পারে।

(1) **Tippett, L.H.C. এর সংখ্যাসারি** (Tracts for Computers XV): এতে মোট 41600টি সংখ্যা অথবা চারঅঙ্কের 10400টি সংখ্যা আছে। এই সংখ্যাগুলি কোন আদমসুমারী লব্ধ উপাত্ত থেকে গৃহীত।

(2) **Kendall, M.G. ও Smith, B. এর সংখ্যাসারি** (Tracts for Computers XXIV) : এতে মোট একলক্ষ একাঙ্ক সংখ্যা দুইঅঙ্ক ও চারঅঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যায় সাজানো আছে। আবার এগুলি 100টি 1000 সংখ্যা-গুচ্ছেও সাজানো। 100টি গুচ্ছের মধ্যে আবার 5টি যে সব নমুনাচয়নে 1000 এর কম একাঙ্ক সংখ্যার প্রয়োজন সে সব ক্ষেত্রে অনুপযুক্ত বলে চিহ্নিত। প্রস্তুতকারকরা একটি বিশেষ ভাবে প্রস্তুত জুয়াখেলায় ব্যবহৃত চক্রের সাহায্যে সংখ্যাগুলি পেয়েছেন।

(3) **Fisher, R.A. ও Yates, F. এর সংখ্যাসারি** (Statistical Tables in Biological, Agricultural & Medical Research by Fisher, R.A. and Yates, F.): এতে 2টি করে গুচ্ছে সাজানো মোট 15000টি একাঙ্ক সংখ্যা রয়েছে। লেখকদ্বয় A.J. Thompson এর 20 অঙ্কের লগসারণীর 15তম থেকে 19তম কলম ব্যবহার করে সংখ্যাগুলি পান। লগসারণী থেকে প্রথমে একটি অর্দ্ধপৃষ্ঠা চয়ন করে, তারপর 15তম থেকে 19তম কলমের একটি কলম চয়ন করে ঐ কলমের 50টি সংখ্যা পরপর লিখে নেন। 2টি তাসের প্যাকেটের সাহায্যে এইসব চয়ন কাজ করা হয়।

(4) **র‍্যাণ্ড কর্পোরেশন** (Free Press, Illinois) **প্রকাশিত এক মিলিয়ন (দশ লক্ষ) সংখ্যাসারি :** এরাও Kendall ও Smith এর অনুরূপ একটি চক্রের সাহায্যে সংখ্যাগুলি পেয়েছেন, তবে এদের চয়ন প্রণালীতে অনেক উচ্চ কারিগরি কৌশল ব্যবহৃত হয়েছে।

1.5.4 সমসম্ভব সংখ্যাসারিতে ব্যবহৃত বিচার সমূহ

সমসম্ভব সংখ্যাসারি সম্পূর্ণতঃ বা অংশতঃ সমসম্ভব কিনা বিচার করে দেখবার জন্য কতকগুলি সমসম্ভাবনার বিচার ব্যবহার করা হয়। সবগুলি বিচারই পূর্ণকাঙ্ক নিরপেক্ষ ও x^2 বিচারাঙ্ক ব্যবহার করে।

(1) পরিসংখ্যা বিচার : সমগ্র সংখ্যাসারিতে বা উহার কোন অংশে 0,1,2...,9 এই দশটি অঙ্কের পরিসংখ্যা বার করতে হবে। যদি সংখ্যা-সারিটি সমসম্ভব হয় তাহলে প্রতিটি অঙ্কের সম্ভাবনা $\frac{1}{10}$। যদি মোট পরিসংখ্যা n হয় তাহলে প্রতিটি অঙ্কের প্রত্যাশিত পরিসংখ্যা $n \times \frac{1}{10}$। এখানে x^2 বিচারাঙ্ক হ'ল

$$x^2 = \sum_i (foi - fei)^2 / fei, \tag{1.1}$$

$foi = i$ এর অবেক্ষিত পরিসংখ্যা,
$fei = i$ এর আশংসিত পরিসংখ্যা,
$i = 0,1,2,\cdots,9$
ও স্বাতন্ত্র্য মাত্রা $=10-1=9$।

(2) পারম্পর্য বিচার : সংখ্যাসারির সংখ্যাগুলিকে পর পর দুটি দুটি করে একত্র করে দুইঅংকবিশিষ্ট সংখ্যা মনে করতে হবে। তারপর 00,01,$\cdots$,99 এই 100টি সম্ভাব্য সংখ্যার পরিসংখ্যা বার করতে হবে। এখানে প্রতিটি সংখ্যার সম্ভাবনা (যদি সংখ্যাসারিটি সত্যিই সমসম্ভব হয়) $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$। সুতরাং পরিসংখ্যা বিচারের অনুরূপ x^2 বিচারাঙ্ক (সাতন্ত্র্যমাত্রা $=99$) দিয়ে এখানেও বিচার করা যেতে পারে।

(3) দূরত্ব বিচার : এখানে 0 থেকে 9 এর মধ্যে যে কোন একটি অংক নিতে হবে। ধরা যাক 0 নেওয়া হল। সংখ্যা সারিতে 0 গুলির অবস্থান বার করতে হবে। পরপর দুটি 0র মধ্যে যতগুলি সংখ্যা উহাই ওদের মধ্যে দূরত্ব। এই দূরত্ব 0,1,2,$\cdots$হতে পারে এবং যদি সংখ্যাসারিটি সমসম্ভব হয় তাহলে এই দূরত্বগুলির সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{1}{10}$, $\frac{9}{10} \times \frac{1}{10}$, $(\frac{9}{10})^2 \times \frac{1}{10}$,$\cdots$হবে। এই দূরত্বগুলির অবেক্ষিত পরিসংখ্যা ও আশংসিত পরিসংখ্যা নির্ণয় করে এখানেও আমরা x^2 বিচারাংক ব্যবহার করতে পারি।

(4) পোকার (Poker) বিচার : এখানে সাধারণতঃ সংখ্যাসারির সংখ্যাগুলিকে চারঅংকবিশিষ্ট সংখ্যা করে নেওয়া হয়। এই সংখ্যাগুলির নিম্নলিখিত রূপ হতে পারে।

যদি সংখ্যাসারিটি সমসম্ভব হয় তাহলে ঐ রূপগুলির সম্ভাবনা সাথে সাথে দেওয়া হ'ল।

(a) সবগুলি অংক সমান—যথা 8888, সম্ভাবনা—$\frac{^{10}C_1}{10^4}=\frac{1}{1000}$ ।

(b) তিনটি অংক সমান একটি আলাদা—যথা 8883, সম্ভাবনা—

$$\frac{4!}{3!}\times{}^{10}C_1\times\frac{^{9}C_1}{10^4}=\frac{36}{1000}$$ ।

(c) দুটি অংক সমান দুটি আলাদা—যথা 8832, সম্ভাবনা—

$$\frac{4!}{2!}\times{}^{10}C_1\times\frac{^{9}C_2}{10^4}=\frac{432}{1000}$$ ।

(d) দুটি সমান অংকের দুই গুচ্ছ—যথা 8833, সম্ভাবনা—

$$\frac{4!}{2!2!}\times\frac{^{10}C}{10^4}=\frac{27}{1000}$$ ।

(c) সবগুলি অংক আলাদা—যথা 8321, সম্ভাবনা—

$$4!\times\frac{^{10}C_4}{10^4}=\frac{504}{1000}$$ ।

প্রতিটি রূপের অবেক্ষিত পরিসংখ্যা ও আশংসিত পরিসংখ্যা বার করে এখানেও আমরা x^2 বিচারাংক ব্যবহার করতে পারি।

সাধারণতঃ ব্যবহৃত ও পূর্বোল্লেখিত সংখ্যাসারি সমূহ এইসব বিচারের পরিপ্রেক্ষিতে সন্তোষজনক বলে প্রমাণিত হয়েছে।

1.1 উদাহরণ : কোন স্কুলে মোট 223 জন ছাত্র রয়েছে। তাদের ক্রমিকসংখ্যা যথাক্রমে 1 থেকে 223। এই ছাত্রদের থেকে 5 জন ছাত্রের একটি পুনঃস্থাপনাবিহীন সরল সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহ কর।

এখানে আমরা পরিশিষ্টে প্রদত্ত Tippett এর সমসম্ভব সংখ্যাসারির অংশটি (পৃষ্ঠা 12—13) ব্যবহার করব। এখানে তিনঅঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা নিতে হবে 001 থেকে 892 (তিন অঙ্কের 223 এর সর্ব্বোচ্চ গুণিতক) পর্য্যন্ত। প্রাপ্ত সংখ্যাগুলিকে 223 দিয়ে ভাগ করে ভাগশেষ নিতে হবে। ভাগশেষ 001 থেকে 222 পর্যন্ত হলে ঐ ক্রমিকসংখ্যার ছাত্রটি নমুনায় গৃহীত হবে। ভাগশেষ 000 হলে গৃহীত হবে 223 ক্রমিক সংখ্যার ছাত্রটি। একই ভাগশেষ একাধিকবার এলে পরেরগুলি বর্জন করা হবে।

ষষ্ঠ লাইন থেকে সংখ্যাগুলি পাশাপাশি ভাবে নেওয়া হ'ল।

সারণী 1.1

সমসম্ভব নমুনাচয়ন

প্রাপ্ত সংখ্যা	প্রাপ্ত সংখ্যাকে 223 দিয়ে ভাগ করে ভাগশেষ	গৃহীত ক্রমিক সংখ্যা	বর্জিত
731	062	62	×
348	125	125	×
387	164	164	×
753	084	84	×
835	166	166	×

সুতরাং 62, 125, 164, 84 ও 166 ক্রমিকসংখ্যা যুক্ত ছাত্র নমুনায় গৃহীত হ'ল।

1.6 বিভিন্ন প্রকারের পূর্ণক ও নমুনা

পূর্ণক দুই প্রকারের হতে পারে—যথা, বাস্তব পূর্ণক ও কল্পিত পূর্ণক। যে পূর্ণকের একটা বাস্তব অস্তিত্ব রয়েছে তাকে বাস্তব পূর্ণক বলা হয়। যেমন, পশ্চিম বাংলার মধ্যবিত্ত পরিবার সমূহ, কলকাতার প্রাইমারী বিদ্যালয় সমূহ ইত্যাদি। আবার যেসব পূর্ণকের কোন বাস্তব অস্তিত্ব নেই, যাদের আমরা কল্পনা করে নেই সেগুলি কল্পিত পূর্ণক। যেমন, একটি নর্ম্যাল পূর্ণক যার গাণিতিক গড় 50 ও সমক পার্থক্য 10, অসীম সংখ্যক বার একটি পয়সা ছুড়লে হেড ও টেল (head and tail) এর সমষ্টির পূর্ণক প্রভৃতি।

আবার পূর্ণক সসীম ও অসীম এই দুই প্রকারের হতে পারে। একটি কলেজে 500 জন ছাত্রের উচ্চতার পূর্ণকটি সসীম কিন্তু আবহাওয়া মণ্ডলের বিভিন্ন বিন্দুতে বায়ুর চাপের পূর্ণকটি অসীম। আবার পূর্ণকটি কার্য্যতঃ অসীম হতে পারে—যথা, ভারতবর্ষের জনসমষ্টির পূর্ণক অথবা দৃশ্যমান নক্ষত্রসমূহের পূর্ণকটি এত বৃহৎ যে উহাদের কার্য্যতঃ অসীম বলা যায়।

নমুনা প্রধানতঃ দুইপ্রকারের—ব্যক্তি-নির্ভর ও ব্যক্তি-নিরপেক্ষ। যদি নমুনা চয়ন প্রণালী এমন হয় যে নমুনাটি নমুনাচয়কের খেয়ালখুশী বা বা ইচ্ছা অনিচ্ছার উপর নির্ভর করে তাকে ব্যক্তি নির্ভর নমুনা বলে। যে কোন এলোমেলো বা খেয়ালখুশী মাফিক নমুনা চয়নই ব্যক্তি-নির্ভর। আবার যদি নমুনা চয়ন প্রণালী একটি বিশেষ নিয়ম মাফিক হয়, নমুনা-চয়কের ইচ্ছা অনিচ্ছার উপর নির্ভর না করে তাকে ব্যক্তি-নিরপেক্ষ নমুনাচয়ন বলে।

ব্যক্তি-নিরপেক্ষ নমুনাচয়ন আবার তিনপ্রকারের হয়—সম্ভাবনাভিত্তিক, সম্ভাবনাবিহীন ও মিশ্র। যে পদ্ধতিতে পূর্ণকের প্রতিটি ব্যক্তির নমুনায় অন্তর্ভুক্ত হওয়ার একটি পূর্বনির্দ্ধারিত সম্ভাবনা থাকে তাকে সম্ভাবনাভিত্তিক নমুনাচয়ন বলে। সম্ভাবনাবিহীন নমুনাচয়নে এইরকম কোন সম্ভাবনা নির্দিষ্ট থাকেনা—যথা, একটি তালিকা থেকে প্রতি দশম ব্যক্তিকে নিবাচন বা আলুর ক্ষেত থেকে প্রতি পঞ্চম লাইনটির নির্বাচন। আবার নমুনাচয়ন মিশ্রও হতে পারে—যেমন, তালিকার প্রথম দশজনের একজনকে সমসম্ভব উপায়ে নির্বাচন করে তারপর থেকে প্রতি দশমজনকে নির্বাচন।

সম্ভাবনাভিত্তিক নমুনাচয়ন আবার দুইপ্রকারের—সমসম্ভাবনাযুক্ত ও বিষমসম্ভাবনাযুক্ত। সমসম্ভারনাযুক্ত নমুনাচয়নকে কখনও কখনও সরল সমসম্ভব নমুনাচয়ন বা বাধাহীন সমসম্ভব নমনাচয়নও বলা হয়। সরল সমসম্ভব নমুনাচয়ন আবার দুইপ্রকারের—পুনঃস্থাপনাসহ ও পুবঃস্থাপনাবিহীন।

1.7 নমুনা সমীক্ষায় বিভিন্ন ধরণের পক্ষপাত ও ভ্রান্তি

নমুনাসমীক্ষার সাহায্যে পূর্ণাকাংকগুলির যেসব প্রাক-কলক পাওয়া যায় স্বভাবতঃ সেগুলি সম্পূর্ণ সঠিক নয়। সেগুলিতে নমুনাজ ভ্রান্তি থাকবেই। নমুনাজ ভ্রান্তির মাপক হিসাবে সংশ্লিষ্ট প্রাক-কলকের নমুনাজ নিবেশনের সমকবিচ্যুতি অর্থাৎ সমক ভ্রান্তি নেওয়া যায়। স্বভাবতঃই নমুনার আয়তন n বাড়ার সাথে সমকভ্রান্তি কমে যায়। আমরা দেখেছি এই সমক ভ্রান্তির মাত্রা $O(n^{-1/2})$।

এই সমক ভ্রান্তির সূত্র নির্ণয় কালে ধরে নেওয়া হয় যে নমুনাটি সম্ভাবনাভিত্তিক। কিন্তু নমুনাটি যদি সম্ভাবনাভিত্তিক না হয় বা ব্যক্তি-নির্ভর হয় তাহলে প্রাক-কলকগুলিতে নমুনাজ ভ্রান্তি ছাড়াও একপ্রকার পক্ষপাতদুষ্ট হতে পারে অর্থাৎ নমুনাংকগুলির গাণিতিক প্রত্যাশা পূর্ণকাংকের থেকে বেশী বা কম হতে পারে। যেসব পক্ষপাত নমুনা গ্রহণ প্রণালীর জন্য তাদের নমুনাজ পক্ষপাত বলা যায়।

আবার বহুক্ষেত্রে আমরা সমীক্ষার সাহায্যে যে সব চলকের মান পাই সেগুলি নানাকারণে সঠিক হয়না। অবেক্ষণ জনিত ভ্রান্তি থাকবেই। যদি এই ভ্রান্তিসমূহ এমন হয় যে উহা কখনও ধনাত্মক, কখনও ঋণাত্মক এবং উহার গাণিতিক প্রত্যাশা O, তাহলে নমুনাংকগুলির গাণিতিক প্রত্যাশাও পূর্ণকাংকের সমান হতে পারে। কিন্তু বহুক্ষেত্রে এই ভ্রান্তিসমূহ সর্বদা ধনাত্মক বা সর্বদা ঋণাত্মক হতে পারে ও উহার গাণিতিক প্রত্যাশাও ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হবে। এসব ক্ষেত্রে অবেক্ষণ-জনিত ভ্রান্তি কখনও ধনাত্মক পক্ষপাত ও কখনও ঋণাত্মক পক্ষপাতের রূপ নেবে। স্বভাবতঃই নমুনাংকগুলিও পক্ষপাতদুষ্ট হবে। এই ধরণের পক্ষপাতকে পদ্ধতিনিহিত পক্ষপাত বলা যায় এবং এই পক্ষপাত নমুনা সমীক্ষা ও সম্পূর্ণ সমীক্ষা উভয়ক্ষেত্রেই বর্ত্তমান।

নিম্নে বিভিন্ন প্রকারের সম্ভাব্য পক্ষপাতের বর্ণনা দেওয়া হল।

(*A*) পদ্ধতিনিহিত পক্ষপাত: ইহা বিভিন্ন প্রকারের হতে পারে। যথা—

(1) উত্তর-নিহিত পক্ষপাত: সামাজিক-অর্থনৈতিক সমীক্ষায় আমরা সাধারণতঃ ইণ্টারভিউর সাহায্যে তথ্য সংগ্রহ করে থাকি। উত্তরদাতার প্রদত্ত তথ্যাবলী আমরা বিবরণলিপিতে নথিভুক্ত করি। এই উত্তরের মধ্যে বহুক্ষেত্রে পক্ষপাত থাকে। যেমন, আয়ের অঙ্ক লোকে কমিয়ে বলে বা ব্যয়ের অঙ্ক বাড়িয়ে বলে। নিজের স্বার্থরক্ষা (কর ফাঁকি দেওয়া) এই প্রবণতার কারণ। একই কারণে কোন কারখানার মালিক তার উৎপাদন কমিয়ে বলতে পারে। কখনও কখনও আত্মাভিমান জনিত পক্ষপাত দেখা যায়। এর ফলে লোকে তার শিক্ষামান বা জীবিকার উর্দ্ধায়ন বা বয়সের নিম্নায়ন করে। বয়সের বেলা যুগ্মসংখ্যা বা 5 এর গুণিতকের উপরে আবার বেশী ঝোঁক দেখা যায়।

(2) অবেক্ষণ পক্ষপাত: বহুক্ষেত্রে তথ্যানুসন্ধানী নিজে চোখে দেখে বা মেপে তথ্য আহরণ করেন। এক্ষেত্রেও অনুসন্ধানীর মানসিক প্রবণতার ফলে পক্ষপাত দেখা যায়। যেমন ফসলের ফলন বা গুণগত অবস্থা চোখে দেখে বলতে গেলে অনুসন্ধানী কম করে বলে আবার জমির আয়তন মাপতে গেলে বাড়িয়ে বলে।

(3) নিরুত্তর পক্ষপাত: অনেক সময় উত্তরদাতা বাড়ীতে না থাকার বা উত্তর দিতে অস্বীকার করায় নমুনার অন্তর্ভুক্ত কোন কোন ব্যক্তির কাছ থেকে উত্তর পাওয়া যায়না। ডাকযোগে প্রেরিত বিবরণলিপি

পদ্ধতিতে এই নিরুত্তর সংখ্যা আরও বেশী। বহুক্ষেত্রে এই নিরুত্তর ব্যক্তিরা সমগ্রকের একটি বিশেষ অংশের প্রতিনিধি। সুতরাং এদের বাদ পড়ার জন্য প্রাক-কলকগুলি পক্ষাপাত দোষদুষ্ট হয়ে পড়বে।

(4) ইণ্টারভিউ গ্রহীতার পক্ষপাত : তথ্যানুসন্ধানী ইণ্টারভিউ পদ্ধতির সাহায্যে তথ্য আহরণ করলেও অনেক সময় উত্তরদাতাকে সাহায্য-ছলে তাঁর নিজের মত ও বিশ্বাস উত্তরদাতার উপর খাটাতে চেষ্টা করেন। এর ফলেও প্রাক-কলকগুলি পক্ষপাতদুষ্ট হবে।

(*B*) নমুনাজ পক্ষপাত সমূহ : নমুনাজ পক্ষপাতও বিভিন্ন প্রকারের হতে পারে। যথা—

(1) দোষপূর্ণ নমুনা সংগ্রহ প্রণালী জনিত পক্ষপাত : দেখা গেছে ব্যক্তি-নির্ভর, উদ্দেশ্যমূলক, এলোমেলো, খেয়ালখুশী-মাফিক নমুনাচয়ন অধিকাংশ ক্ষেত্রে পক্ষপাত দোষদুষ্ট হয়। পদ্ধতি যদি ব্যক্তি-নিরপেক্ষ না হয়, তাহলে নমুনাচয়কের ইচ্ছা-অনিচ্ছা বা প্রবণতা পদ্ধতিকে প্রভাবিত করবেই। উদাহরণস্বরূপ কোন নমুনাচয়ক যদি গমের গাছের নমুনাচয়ন করতে গিয়ে গমের জমির মধ্যে একটা ঝুড়ি ছুড়ে দিয়ে যেসব গাছের উপরে ঝুড়িটি পড়বে তাদের গ্রহণ করেন, তাহলে তাঁর ঝোঁক হবে গমের ফলন জমির যে জায়গায় ভালো সেখানে ঝুড়িটিকে ছোড়ার। তাছাড়া প্রাকৃতিক কারণেও ঝুড়িটি গমের বড় গাছগুলির দিকেই আকৃষ্ট হবে। ফলে গমের ফলন সম্বন্ধে যে প্রাক-কলকটি পাওয়া যাবে তা হবে ধনাত্মক পক্ষপাতদুষ্ট।

(2) প্রতিস্থাপন পক্ষপাত : সমীক্ষাকর্মী অনেক সময় নমুনায় অন্তর্ভুক্ত কোন ব্যক্তির কাছ থেকে তথ্য আহরণ করতে বিফলকাম হলে তার বদলে তার প্রতিবেশীকে নমুনায় অন্তর্ভুক্ত করে তার কাছ থেকে তথ্য আহরণ করেন। কর্মীর ধারণা এই প্রতিস্থাপনায় কোন দোষ হবেনা, কারণ নমুনা সংগ্রহ কালে প্রতিবেশীটিও নমুনায় অন্তর্ভুক্ত হতে পারত। কিন্তু এ ধারণা ঠিক নয়। কারণ, এইভাবে প্রতিস্থাপনার ফলে যাদের নমুনা থেকে বাদ দেওয়া হ'ল তারা সমগ্রকের একটি বিশিষ্ট অংশ হতে পারে। ফলতঃ, এই প্রতিস্থাপনার জন্য আমাদের প্রাক-কলকগুলি পক্ষপাতদুষ্ট হওয়ার খুবই সম্ভাবনা।

(3) নমুনা-এককের সীমানার দোষপূর্ণ নির্ধারণজনিত পক্ষপাত : ফসলের ফলন সম্পর্কিত সমীক্ষায় অনেক সময় নমুনায় একক হিসাবে নেওয়া হয় গৃহীত জমির মধ্যে একটি নির্দিষ্ট আকারের বৃত্ত বা

আয়তক্ষেত্র। এই নমুনা-এককের সীমানা জমিতে আসন্নভাবে নির্দিষ্ট হয়। কিন্তু সীমানার উপরে বা সন্নিকটে অবস্থিত গাছগুলির বেলা সমীক্ষাকর্মীর প্রবণতা দেখা যায় সেগুলিকে নমুনা-এককের অন্তর্ভুক্ত করে নেওয়া। কার্যতঃ, এর ফলে নমুনা-এককটির আকার নির্দিষ্ট আকারের থেকে একটু বেশী হয়ে যায়। তার ফলে ফসলের ফলন সম্পর্কে যে প্রাক-কলকটি পাওয়া যাবে তা ধনাত্মক পক্ষপাতদুষ্ট হবে। অবশ্য এই সীমানার দৈর্ঘ্য নমুনার আয়তনের অনুপাতে যত কম হবে, এই পক্ষপাতের পরিমাণ তত কম হবে। তাই নমুনা-এককের বৃত্তটি বা আয়ত ক্ষেত্রটি যত বড় আকারের হবে, পক্ষপাতের পরিমাণ তত কম হবে।

(4) পক্ষপাতদুষ্ট নমুনাংক ব্যবহারজনিত পক্ষপাত: অনেক সময় আমরা পূর্ণকাংকের প্রাক-কলক হিসাবে যে নমুনাংক ব্যবহার করি সেটি পক্ষপাতদুষ্ট। অর্থাৎ নমুনাংকের গাণিতিক প্রত্যাশা পূর্ণকাংকের সমান নয়। যেমন, আমরা জানি পূর্ণকের ভেদমান σ^2 এর প্রাক-কলক হিসাবে নমুনার ভেদমান, $s^2=\frac{1}{n}\sum_i(x_i-\bar{x})^2$, নেওয়া হলে তা পক্ষপাতদুষ্ট হবে।

1.8 সরল সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহ

আমরা আগেই জানি, সরল সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহে সমগ্রকের অন্তর্ভুক্ত প্রতিটি ব্যক্তিরই নমুনায় অন্তর্ভুক্ত হওয়ার সম্ভাবনা সমান। ইহা পুনঃস্থাপনা সহ বা পুনঃস্থাপনাবিহীন এই দুই প্রকারের হতে পারে। যদি ধরা হয় কোন সমগ্রকে N সংখ্যক ব্যক্তি রয়েছে ও নমুনার আয়তন n, তাহলে পুনঃস্থাপনাসহ সরল সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহে মোট N^nটি নমুনা সম্ভব ও পুনঃ-স্থাপনাবিহীন সরল সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহে মোট $\binom{N}{n}$টি নমুনা সম্ভব। সরল সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহে এই প্রতিটি নমুনারই নির্বাচিত হওয়ার সমান সম্ভাবনা অর্থাৎ যথাক্রমে $\frac{1}{N^n}$ বা $\frac{1}{\binom{N}{n}}$। অবশ্য উভয় ক্ষেত্রেই একটি বিশেষ ব্যক্তি, ধরা যাক k-তম ব্যক্তির i-তম নমুনা উত্তোলনে নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{N}$। পুনঃস্থাপনাসহ পদ্ধতিতে ইহার প্রমান সহজ। পুনঃস্থাপনাবিহীন পদ্ধতিতে এই সম্ভাবনা হ'ল:

k-তম ব্যক্তির i-তম উত্তোলনে নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা

= k-তম ব্যক্তির প্রথম উত্তোলনে নির্বাচিত না হওয়ার সম্ভাবনা

× k-তম ব্যক্তির দ্বিতীয় উত্তোলনে নির্বাচিত না হওয়ার সম্ভাবনা

/ k-তম ব্যক্তি প্রথম উত্তোলনে নির্বাচিত না হয়ে থাকলে ×......

× k-তম ব্যক্তির $(i-1)$-তম উত্তোলনে নির্বাচিত না হওয়ার সম্ভাবনা

/ k-তম ব্যক্তি প্রথম থেকে $(i-2)$-তম উত্তোলনে নির্বাচিত না হয়ে থাকলে

× k-তম ব্যক্তির i-তম উত্তোলনে নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা / ঐ ব্যক্তি প্রথম থেকে $(i-1)$তম উত্তোলনে নির্বাচিত না হয়ে থাকলে

$$=\frac{N-1}{N}\times\frac{N-2}{N-1}\times\cdots\cdots\times\frac{N-i+1}{N-i+2}\times\frac{1}{N-i+1}$$

$$=\frac{1}{N}.$$ ।

পুনঃস্থাপনাসহ পদ্ধতিতে একটি বিশেষ n আয়তনের নমুনার নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা $=\frac{1}{N}\times\frac{1}{N}\times\cdots\cdots\times\frac{1}{N}=\frac{1}{N^n}$ ।

পুনঃস্থাপনাবিহীন পদ্ধতিতে এই সম্ভাবনা

$$=\frac{n}{N}\times\frac{n-1}{N-1}\times\cdots\cdots\times\frac{1}{N-n+1}=\frac{1}{\binom{N}{n}}$$ ।

ধরা যাক সমগ্রকের চলকমানগুলি হ'ল $X_1, X_2, \ldots, X_N$ ও নমুনার চলকমানগুলি হ'ল $x_1, x_2, \ldots, x_n$ । এক্ষেত্রে

সমগ্রকের গাণিতিক গড়, $\mu=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}X_i$

ও ভেদমান, $\sigma^2=\frac{1}{N}\Sigma(X_i-\mu)^2$ ।

আমরা জানি পুনঃস্থাপনাসহ ও পুনঃস্থাপনাবিহীন উভয় ক্ষেত্রেই

$$E(x_i)=\mu,\ i=1,2,\ldots,n,$$

ও $Var\ (x_i)=\sigma^2,\ i=1,2,\ldots,n$ ।

$$\text{Cov}(x_i, x_j) \begin{cases} =0 & \text{পুনঃস্থাপনাসহ ক্ষেত্রে} \\ = -\dfrac{\sigma^2}{N-1} & \text{পুনঃস্থাপনাবিহীন ক্ষেত্রে।} \end{cases}$$

ধরা যাক $T=\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$, সর্বোৎকৃষ্ট পক্ষপাতহীন ঋজুরৈখিক প্রাক-কলক।

এখন $E(T)=\sum_i \lambda_i E(x_i)$

$=\mu\Sigma\lambda_i$ ।

পক্ষপাতহীনতার জন্য $E(T)=\mu$ হ'তে হবে। সেক্ষেত্রে,

$\Sigma\lambda_i=1$ ।

সর্বোৎকর্ষতার জন্য Var (T)কে সবনিম্ন হ'তে হবে।

পুনঃস্থাপনাসহ ক্ষেত্রে,

$$\text{Var}(T)=\Sigma\lambda_i^2 \text{ Var}(x_i)$$
$$=\sigma^2\Sigma\lambda_i^2 \text{ ।}$$

Var (T)কে সর্বনিম্ন হ'তে হ'লে $\sum_i \lambda_i^2$কে সর্বনিম্ন হ'তে হবে।

এখানে $\Sigma\lambda_i=1$ ।

সুতরাং $\lambda_1=\lambda_2= \ldots =\lambda_n=\frac{1}{n}$ হ'লে Var (T) সর্বনিম্ন হবে।

অর্থাৎ $T=\frac{1}{n}\Sigma x_i=\bar{x}$, হ'ল সর্বোৎকৃষ্ট পক্ষপাতহীন ঋজুরৈখিক প্রাক-কলক।

এবং $$\text{Var}(\bar{x})=\frac{1}{n^2}\ \Sigma\sigma^2=\frac{\sigma^2}{n} \text{ ।} \qquad (1\cdot2)$$

পুনঃস্থাপনাবিহীন ক্ষেত্রে

$$\text{Var}(T)=\sum_i\lambda_i^2 \text{ Var}(x_i)+\sum_{i\neq j}\lambda_i\lambda_j \text{ Cov}(x_i, x_j)$$

$$=\sigma^2\Sigma\lambda_i^2 \quad -\frac{\sigma^2}{N-1}\sum_{i\neq j}\lambda_i\lambda_j$$

$$=\sigma^2\left(1+\frac{1}{N-1}\right)\Sigma\lambda_i^2-\frac{\sigma^2}{N-1}\left(\Sigma\lambda_i\right)^2$$

এখানে Var (T)কে সর্বনিম্ন হ'তে হ'লে $\Sigma\lambda_i^2$কে সর্বনিম্ন হ'তে হবে, যেক্ষেত্রে $\Sigma\lambda_i=1$ ।

সুতরাং এখানেও $T=\frac{1}{n}\ \Sigma x_i=\bar{x}$ ই সর্বোৎকৃষ্ট পক্ষপাতহীন ঋজু-রৈখিক প্রাক-কলক ।

এখানে $\text{Var}\,(\bar{x})=\frac{\sigma^2}{n}\times\frac{N-n}{N-1}$

$$=\frac{S^2}{n}\times\frac{N-n}{N}, \qquad (1\cdot3)$$

যেখানে $S^2=\frac{1}{N-1}\ \Sigma(X_i-\mu)^2$ ।

উভয়ক্ষেত্রেই $\sqrt{\text{Var}\,(\bar{x})}$ হ'ল প্রাক-কলক $\bar{x}$ এর সমক ভ্রান্তি (standard error) । যদি σ^2 জানা না থাকে, নমুনা থেকে এর প্রাক-কলন করা সম্ভব । আমরা জানি σ^2এর পক্ষপাতহীন প্রাক-কলক হ'ল :

$$s'^2=\frac{1}{n-1}\ \Sigma(x_i-\bar{x})^2,$$ পুনঃস্থাপনাসহ ক্ষেত্রে ।

পুনঃস্থাপনাবিহীন ক্ষেত্রে s'^2 হ'ল S^2এর পক্ষপাতহীন প্রাক-কলক ।
সুতরাং Var $(\bar{x})$-এর পক্ষপাতহীন প্রাক-কলক হ'ল :

n , পুনঃস্থাপনাসহ ক্ষেত্রে

ও $\frac{s'^2}{n}\times\frac{N-n}{N}$, পুনঃস্থাপনাবিহীন ক্ষেত্রে ।

যদি সমগ্রকের কোন বৈশিষ্ট্যের অনুপাত P (সমগ্রকের P অনুপাত ব্যক্তির ঐ বৈশিষ্ট্য আছে)এর প্রাক-কলক চাওয়া যায় তাহলে নমুনায় ঐ বৈশিষ্ট্যের অনুপাত p ই P এর সর্বোৎকৃষ্ট পক্ষপাতহীন প্রাক-কলক এবং

$\text{Var}\,(p)\ \Big\{ =\frac{PQ}{n}$, পুনঃস্থাপনাসহ ক্ষেত্রে,

$=\frac{PQ}{n}\times\frac{N-n}{N-1}$, পুনঃস্থাপনাবিহীন ক্ষেত্রে । $(1\cdot4)$

এখানে $Q=1-P$ । $Var(p)$ এর প্রাক-কলক পেতে হ'লে P এর স্থানে p বসাতে হবে ।

$\frac{N-n}{N-1}$ বা $\frac{N-n}{N}$ গুণকটির পুনঃস্থাপনাবিহীন ক্ষেত্রে আবির্ভাব ঘটে । গুণকটিকে বলা হয় সসীম পূর্ণক জনিত শুদ্ধি । N অসীম হ'লে স্বভাবতঃই এই গুণকটি 1 এর খুব সন্নিকট হবে ও বাদ দেওয়া চলবে ।

উদাহরণ 1.2 উদাহরণ 1.1 এর 223 জন ছাত্র থেকে যে 5 জন নমুনায় গৃহীত হয়েছিল তাদের উচ্চতা (ইঞ্চিতে) দেওয়া হ'ল—

61", 59", 63", 62", 63" ।

223 জন ছাত্রের গড় উচ্চতার প্রাক-কলক ও তার সমক ভ্রান্তির প্রাক-কলক নির্ণয় কর ।

223 জন ছাত্রের গড় উচ্চতার (μ) প্রাক-কলক হ'বে $\bar{x}$, নমুনাজ যৌগিক গড় । $\bar{x}$ ই এক্ষেত্রে সর্ব্বোৎকৃষ্ট পক্ষপাতহীন ঋজুরৈখিক প্রাক-কলক ।

এক্ষেত্রে $\bar{x}=\frac{61+59+63+62+63}{5}$

$=\frac{308}{5}$

$=61\cdot6$ ইঞ্চি ।

পুনস্থাপনাবিহীন ক্ষেত্রে,

$\bar{x}$ এর সমক ভ্রান্তি$=\sqrt{Var(\bar{x})}$

$$=\sqrt{\frac{S^2}{n}\cdot\frac{N-n}{N}}.$$

S^2 এর পক্ষপাতহীন প্রাক-কলক হ'ল $s'^2=\frac{1}{n-1}\Sigma(x_i-\bar{x})^2$ । S^2 এর স্থানে s'^2 বসিয়ে

$\bar{x}$ এর সমক ভ্রান্তির প্রাক-কলক

$$=\sqrt{\frac{s'^2}{n}\cdot\frac{N-n}{N}}\text{ ।}$$

এক্ষেত্রে $s'^2=\frac{1}{n-1}\{\Sigma x_i^2-n\bar{x}^2\}$

$$=\tfrac{1}{4}\{18984-5\times3794\cdot56\}$$

$$=\tfrac{1}{4}\{18984-18972\cdot80\}$$

$$=\frac{11\cdot20}{4}$$

$$=2\cdot80 \text{ ।}$$

সুতরাং $\bar{x}$ এর সমক ভ্রান্তির প্রাক-কলক

$$=\sqrt{\frac{2\cdot80}{5}\cdot\frac{223-5}{223}}$$

$$=\sqrt{0\cdot56\times\frac{218}{223}}$$

$$=\sqrt{0\cdot5474}$$

$$=0\cdot74 \text{ ইঞ্চি ।}$$

1.9 উদ্দেশ্যমূলক নমুনা সংগ্রহ

উদ্দেশ্যমূলক নমুনা সংগ্রহ বিভিন্ন অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে। সবচেয়ে ব্যাপক অর্থে, উদ্দেশ্যমূলক নমুনা সংগ্রহ বলতে বোঝায় এমন ভাবে নমুনা সংগ্রহ করা যাতে কোন বিশেষ উদ্দেশ্য সিদ্ধ হয়। যেমন, কোন ঝুড়ি থেকে আমের নমুনা নেওয়ার বেলা আমরা যদি আকৃতিতে, প্রকৃতিতে বা অন্য কোন বিশেষ গুণ অনুযায়ী মাঝারি ধরণের আম নির্বাচন করি তাহলে তা উদ্দেশ্যমূলক নমুনা চয়ন হবে, কারণ এখানে আমাদের উদ্দেশ্যই হ'ল মাঝারি ধরণের আম নির্বাচন করা। এই পদ্ধতির সবচেয়ে বড় দোষ হ'ল এতে করে যে প্রাক-কলকগুলি পাওয়া যাবে বা যেসব সিদ্ধান্তে আসা যাবে সেগুলি পক্ষপাতদুষ্ট হ'তে পারে। পক্ষপাতের পরিমাণ নির্ণয় করাও এক্ষেত্রে অসম্ভব। দ্বিতীয়তঃ এই পদ্ধতিতে যদিও গড় সম্বন্ধে ভাল প্রাক-কলক পাওয়া যায়, বিস্তৃতি সম্পর্কে ভুল ধারণা পাওয়া যাবে, কারণ নমুনায় অন্তর্ভুক্ত প্রতিটি ব্যক্তিরই চলকমান গড়ের কাছাকাছি।

বিশেষ অর্থে, উদ্দেশ্যমূলক নমুনা সংগ্রহ বলতে বোঝায় একটি বিশেষ পদ্ধতি যেটি Jini, Galvani প্রমুখ রাশিবিজ্ঞানী ইটালীর আদমসুমারী লব্ধ উপাত্ত ব্যবহার করে প্রয়োগ করেছিলেন। এই পদ্ধতিতে যদি আমরা কোন সমগ্রকের y-চলক সম্বন্ধে কৌতুহলী হই ও y'র গাণিতিক গড় μ_y এর প্রাক-কলক পেতে চাই, তাহলে yর সাথে সম্পর্কযুক্ত একটি

x-চলক নির্বাচন করব যার সম্বন্ধে আদমসুমারী লব্ধ উপাত্ত থেকে সমগ্রকের প্রতিটি ব্যক্তির চলকমান জানা আছে। y সম্বন্ধে আমাদের নমুনা চয়ন এমন হবে নমুনায় অন্তর্ভুক্ত ব্যক্তিদের xএর নমুনালব্ধ গড় xএর সমগ্রকের গড়ের প্রায় সমান হয়। যদি N সমগ্রকের আয়তন হয় ও n নমুনার আয়তন হয় তাহলে নমুনাটি এমন হবে যাতে—

$$\bar{x}_n=\mu_x\pm\epsilon, \qquad (1.5)$$

$\bar{x}_n=x$ এর n সংখ্যক নমুনালব্ধ গড়,

$\mu_x=x$ এর সমগ্রকলব্ধ গড় ও

$\epsilon=$পূর্ব নির্ধারিত একটি ক্ষুদ্র ধনাত্মক সংখ্যা।

নমুনাটি সম্ভাবনাশ্রয়ী নয়—শুধু যে কোন উপায়ে লব্ধ নমুনাটি উপরোক্ত সম্পর্কটি মেনে চললেই হ'ল। আমাদের আশা, যেহেতু x ও y সম্পর্কযুক্ত, $\bar{y}_n$ও μ_yর কাছাকাছি হবে ও $\bar{y}_n$, μ_yর একটি ভাল প্রাক-কলক হবে। ইচ্ছে করলে এই সম্পর্কযুক্ত চলক একাধিক নেওয়া চলতে পারে।

এককালে এই পদ্ধতিটি সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহ থেকে ভাল কি না সে সম্বন্ধে তীব্র মতভেদ ছিল। কিন্তু Neyman, J. 1934 সালে দেখিয়েছেন যে এই পদ্ধতিটি যদি সম্ভাবনাশ্রয়ী হ'ত, অর্থাৎ যতগুলি নমুনা উপরোক্ত সম্পর্ক মেনে চলে তাদের যে কোনটি নির্বাচনের যদি সমান সম্ভাবনা হয়, তাহলেও অধিকাংশ ক্ষেত্রেই সরল সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহ পদ্ধতিতে এই পদ্ধতি থেকে উৎকৃষ্টতর প্রাক-কলক পাওয়া যাবে। যে সব ক্ষেত্রে এই পদ্ধতিটি সরল সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহ থেকে শ্রেয়, তাদের অধিকাংশ ক্ষেত্রে আবার স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহ পদ্ধতি এই পদ্ধতি থেকে শ্রেয়। খুবই সামান্য দু'একটি ক্ষেত্রে এই পদ্ধতি স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব নমুনা পদ্ধতি থেকে শ্রেয়, কিন্তু বাস্তবে এইসব ক্ষেত্র খুবই সুদুর্লভ।

1.10 স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহ

স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহে প্রথমে সমগ্রকটিকে কতকগুলি স্তরে বিভক্ত করতে হবে। স্তরগুলি চলকের মানের ভিত্তিতে যথাসম্ভব অন্তঃসম হবে। কিন্তু বিভিন্ন স্তরের বৈষম্য যথাসম্ভব বেশী হবে। সরল বা বন্ধনমুক্ত সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহে সমগ্রকের প্রতিটি ব্যক্তির নমুনায়

অন্তর্ভুক্ত হওয়ার সম্ভাবনা সমান। কিন্তু স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহে তা নয়। প্রতিটি স্তর থেকে আলাদা ভাবে পরস্পর অনির্ভর নমুনা গ্রহণ করা হয়। যদি প্রতিটি স্তর থেকে এক একটি সরল সমসম্ভব নমুনা নেওয়া হয় তাহ'লে একটি স্তরের অন্তর্ভুক্ত প্রতিটি ব্যক্তির নমুনায় অন্তর্ভুক্ত হওয়ার সম্ভাবনা সমান হ'লেও, একটি স্তর থেকে অন্যস্তরে এই সম্ভাবনা আলাদা হবে। সরল সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহের সমক ভ্রান্তি সমস্ত সমগ্রকের ভেদশীলতার উপর নির্ভরশীল, কিন্তু স্তরবিন্যস্ত নমুনা সংগ্রহে তা নির্ভর করে অন্তঃস্তর ভেদশীলতার উপর। যেহেতু সমগ্রকের ভেদশীলতা থেকে একটি অংশ আন্তঃস্তর ভেদশীলতা হিসাবে বাদ চলে গেছে স্তরবিন্যস্ত নমুনা সংগ্রহ পদ্ধতিতে সমক ভ্রান্তি অপেক্ষাকৃত কম। স্তরগুলি যত বেশী অন্তঃসম হবে ও বিভিন্ন স্তর যতবেশী বিষম হবে সমক ভ্রান্তির কমার পরিমাণ তত বেশী। যদি কোন সামাজিক অর্থনৈতিক পারিবারিক সমীক্ষায় সমীক্ষার বিষয়গুলি পারিবারিক আয়ের উপর নির্ভরশীল হয়, তাহ'লে সমগ্রককে পারিবারিক আয়ের ভিত্তিতে কতগুলি স্তরে বিভক্ত করা সম্ভব। যেমন, যাদের পারিবারিক মাসিক আয় 1 টাকা থেকে 100 টাকা তারা প্রথম স্তর, 101 টাকা থেকে 350 টাকা দ্বিতীয় স্তর, 351 টাকা থেকে 700 টাকা তৃতীয় স্তর ও 701 টাকা ও তদূর্দ্ধ আয়ের পরিবারগুলি চতুর্থস্তর নেওয়া যেতে পারে। আবার শস্য উৎপাদন নির্ণয়ের জন্য নমুনা সমীক্ষায় জমিখণ্ড (Plot) গুলিকে কতগুলি স্তরে বিন্যস্ত করে নেওয়া যায়। যথা, 5 একর পর্যন্ত জমিখণ্ডগুলি প্রথম স্তর, 5 একর থেকে 7 একর পর্যন্ত দ্বিতীয় স্তর ও 7 একরের অধিক তৃতীয় স্তর হিসাবে নেওয়া যায়।

ধরা যাক কোন সমগ্রকে মোট N সংখ্যক ব্যক্তি রয়েছে। সমগ্রটিকে kটি স্তরে বিভক্ত করা হ'ল যাতে করে প্রথম স্তরে N_1 সংখ্যক, দ্বিতীয় স্তরে N_2 সংখ্যক,....,k-তম স্তরে N_k সংখ্যক ব্যক্তি হ'ল। স্তরবিন্যস্ত নমুনা সমীক্ষায় আমরা প্রথম স্তর থেকে n_1 জন, দ্বিতীয় স্তর থেকে n_2 জন,.....,k-তম স্তর থেকে n_k জন পুনঃস্থাপনাবিহীন সরল সমসম্ভব উপায়ে নমুনায় নির্বাচিত করব। বিভিন্ন স্তর থেকে নমুনাচয়ন পরস্পর অনির্ভর হবে। এক্ষেত্রে,

$$N_1+N_2+\ldots.+N_k=N$$

$$\text{ও } n_1+n_2+\ldots.+n_k=n \text{ ।}$$

যদি সমগ্রকের যৌগিক গড় μ সম্বন্ধে নমুনা থেকে প্রাক-কলক চাওয়া হয়, তাহলে

$$\mu=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{Ni}X_{ij}$$

$$=\frac{1}{N}\sum_{i}N_i\,\mu_i,\text{ যে ক্ষেত্রে}$$

$$\mu_i=\frac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{Ni}X_{ij}\text{ ও}$$

X_{ij} হ'ল সমগ্রকের i-তম স্তরের j-তম ব্যক্তির চলকমান। যদি x_{ij} নমুনায় অন্তর্ভুক্ত i-তম স্তরের j-তম ব্যক্তির মান হয়, তাহলে ধরা যাক

$$T=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{ni}\lambda_{ij}\,x_{ij}\ ,$$

μ এর সর্বোৎকৃষ্ট পক্ষপাতহীন ঋজুরৈখিক প্রাক-কলক। সুতরাং

$$E(T)=\mu$$

ও $Var\ (T)$ সর্বনিম্ন হ'তে হবে।

যদি $$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i}\sum_{j}(X_{ij}-\mu)^2$$

ও $$\sigma_i^2=\frac{1}{N_i}\sum_{j}(X_{ij}-\mu_i)^2\text{ হয়,}$$

আমরা জানি $E(x_{ij})=\mu_i$

$$V(x_{ij})=\sigma_i^2 \quad j=1,2..n_i\text{ হ'লে,}$$

$$Cov.(x_{ij},\ x_{i'j'})=0 \qquad i\neq i'\text{ হ'লে}$$

ও $$Cov\ (x_{ij},\ x_{ij'})=-\frac{\sigma_i^2}{N_i-1}\ ।$$

এর ফলে,

$$E(T)=\sum_{i}\sum_{j}\lambda_{ij}\,E(x_{ij})$$

$$=\sum_i \sum_j \lambda_{ij}\,\mu_i$$

$$=\sum_i \mu_i \sum_j \lambda_{ij}\ ।$$

$E(T)$ যদি $\mu=\frac{1}{N}\Sigma N_i\,\mu_i$ এর সমান হয় তাহলে

$$\sum_j \lambda_{ij}=\frac{N_i}{N}\ (\text{ নির্দিষ্ট })$$

এবং

$$Var(T)=\sum_i Var(\sum_j \lambda_{ij}\,x_{ij})$$

$$=\sum_i\{\sum_j\lambda_{ij}^2 Var(x_{ij})+2\sum_{j<j'}\lambda_{ij}\lambda_{ij}'\ \text{Cov}\ (x_{ij},x_{ij}')\}$$

$$=\sum_i\left\{\sum_j \lambda_{ij}^2\,\sigma_i^2-2\sum_{j<j'}\lambda_{ij}\ \lambda_{ij}'\frac{\sigma_i^2}{N_i-1}\right\}$$

$$=\sum_i\left\{\frac{N_i\sigma_i^2}{N_i-1}\sum_j\lambda_{ij}^2-\frac{2\sigma_i^2}{N_i-1}\sum_{j<j'}\lambda_{ij}\,\lambda_{ij}'-\frac{\sigma_i^2}{N-1}\sum_j\lambda_{ij}^2\right\}$$

$$=\sum_i\{S_i^2\sum_j\lambda_{ij}^2-\frac{\sigma_i^2}{N_i-1}(\sum_j\lambda_{ij})^2\},$$

যেখানে,

$$S_i^2=\frac{1}{N_i-1}\sum_{j=1}^{N_i}(X_{ij}-\mu_i)^2\ ।$$

$Var(T)$ সর্বনিম্ন হ'তে হ'লে $\sum_j \lambda_{ij}^2$ কে সর্বনিম্ন হ'তে হবে,

যেখানে

$$\sum_j \lambda_{ij}=n_i\,\lambda_{io}=\frac{N_i}{N}(\text{ নির্দিষ্ট })\ ।$$

সুতরাং $\lambda_{ij}=\lambda_{io}=\frac{N_i}{Nn_i}$

এবং $T=\frac{1}{N}\Sigma N_i \frac{1}{n_i}\sum_j x_{ij}$

$$=\frac{1}{N}\Sigma N_i x_{io} \quad । \tag{1.6}$$

সুতরাং $T=\frac{1}{N}\Sigma N_i x_{io}$ ই হ'ল সর্বোৎকৃষ্ট ঋজুরৈখিক পক্ষপাতহীন প্রাক-কলক। এই প্রাক-কলকের ভেদমান হ'ল

$$Var(T)=\frac{1}{N^2}\Sigma N_i^2 V(x_{io})$$

$$=\frac{1}{N^2}\Sigma N_i^2.\frac{S_i^2}{n_i}.\frac{N_i-n_i}{N_i}$$

$$=\frac{1}{N^2}\Sigma N_i.\frac{S_i^2}{n_i}.(N_i-n_i) \quad । \tag{1.7}$$

স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহে একটি জরুরী সমস্যা হ'ল কি ভাবে বিভিন্ন স্তরান্তর্গত নমুনার আয়তন (n_i) নির্ণয় করা হবে। সহজতম উপায় হ'ল n_i কে স্তরান্তর্গত পূর্ণকের আয়তনের (N_i) সমানুপাতে নির্ণয় করা। অর্থাৎ

$$n_i \propto N_i$$

অথবা $\frac{n_1}{N_1}=\frac{n_2}{N_2}=\cdots=\frac{n_k}{N_k}=\frac{n}{N}$

অথবা $$n_i=N_i\cdot\frac{n}{N} \quad । \tag{1.8}$$

লক্ষ্য করা যেতে পারে এক্ষেত্রে নমুনা ভগ্নাংশ অর্থাৎ নমুনার আয়তন ও পূর্ণকের আয়তনের ভাগফল প্রতিটি স্তরের জন্য ও সমগ্র পূর্ণকের জন্য একই। এই পদ্ধতিকে সমানুপাতিক নমুনা বণ্টন বা সম নমুনা ভগ্নাংশ প্রণালী বলা হয়। একে Bowley'র নমুনা বণ্টন পদ্ধতিও বলা হয়।

অপর বণ্টন পদ্ধতি হ'ল প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টন। এক্ষেত্রে ভেদমান ও খরচকে নির্ণয় যোগ্য চলক সমূহ $n_1, n_2, \ldots, n_k$ এর অপেক্ষক হিসাবে

প্রকাশ করতে হবে। ভেদমান অপেক্ষক (1.7)তে দেখান হয়েছে। খরচকে $n_1, n_2, \ldots, n_k$র একটি ঋজুরৈখিক অপেক্ষক হিসেবে প্রকাশ করা হয়। যদি a_0 উপরি খরচ ধরা যায় ও c_i i-তম স্তরে জনপ্রতি খরচ ধরা যায় তাহলে খরচ (C), $n_1, n_2, \ldots, n_k$ এর নিম্নলিখিত অপেক্ষক হবে :

$$C = a_0 + c_1 n_1 + c_2 n_2 + \ldots . c_k n_k \text{ ।} \tag{1.9}$$

যদি সমীক্ষার খরচ C_0 নির্দিষ্ট হয় তাহলে প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টনে $n_1, n_2, \ldots, n_k$ এমন ভাবে নির্নীত হবে যাতে $C = C_0$ সম্পর্ক স্থির রেখে V সর্বনিম্ন হয়। Lagrange এর অনির্নীত গুণনীয়ক পদ্ধতি অনুসারে আমাদের $C = C_0$ স্থির রেখে

$V + \lambda C$ কে সর্বনিম্ন করতে হবে। এখানে λ হ'ল অনির্নীত গুণনীয়ক।

সমীকরণ সমূহ হ'ল

$$\left.\begin{aligned} \frac{\delta_V}{\delta n_i} + \lambda \frac{\delta C}{\delta n_i} = O \quad i = 1, 2, \ldots, k \\ C = C_0 \text{ ।} \end{aligned}\right\} \tag{1.10}$$

আমাদের ক্ষেত্রে সমীকরণ সমূহ হ'ল

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{N^2} \cdot \frac{N_i^2 . S_i^2}{n_i^2} + \lambda c_i = O \\ C = C_o \text{ ।} \end{aligned}\right\} \tag{1.11}$$

অথবা

$$\left.\begin{aligned} n_i \propto \frac{N_i S_i}{\sqrt{c_i}} \\ C = C_o \text{ ।} \end{aligned}\right\} \tag{1.12}$$

যদি $n_i = \lambda' \dfrac{N_i S_i}{\sqrt{c_i}}$ ধরা হয়,

তাহ'লে $C = C_0$ থেকে আমরা পাই

$$a_o + \lambda' \Sigma N_i S_i \sqrt{c_i} = C_o$$

অথবা $$\lambda' = \frac{C_0 - a_0}{\Sigma N_i S_i \sqrt{c_i}} \text{ ।} \tag{1.13}$$

যদি $c_1 = c_2 = \ldots = c_k$ ধরা হয়, তাহলে $C = C_0$ নির্দিষ্ট করার অর্থই হ'ল $n_1 + n_2 + \ldots + n_k$ নির্দিষ্ট করা। এক্ষেত্রে যদি $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$ ধরা হয়,

$$n_i \propto N_i S_i$$

অথবা $$n_i = \lambda'' N_i S_i \text{ ।} \tag{1.14}$$

$n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$ থেকে আমরা পাই

$$\lambda'' = \frac{n}{\Sigma N_i S_i} \text{ ।} \tag{1.15}$$

(1.14) ও (1.15) এ যে নমুনাবণ্টন দেখান হ'ল একে J. Neyman এর নামানুসারে Neyman এর প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টন বলা হয়।

এই বিষয়ে আমাদের কয়েকটি বিষয় মনে রাখতে হবে।

(1) অধিকাংশ সমীক্ষায় আমরা একই সঙ্গে একাধিক চলক সম্পর্কে কৌতুহলী হই। যদি এই চলকগুলির মধ্যে একটি সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ চলক থাকে তবেই সেই চলকের মাধ্যমে প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টন নির্ণয় করা সম্ভব। তা না হ'লে আমাদের সমানুপাতিক নমুনা বণ্টন করতে হবে।

(2) প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টন করতে হ'লে আমাদের যে তথ্যগুলি প্রয়োজন তা হ'ল বিভিন্ন স্তরের চলকের প্রমাণ বিচ্যুতি $S_1, S_2, \ldots S_k$ ও বিভিন্ন স্তরের জনপ্রতি খরচ $c_1, c_2 \ldots c_k$। এই তথ্যগুলি আগে থেকে জানা না থাকাই সম্ভব। তাহ'লে আসল সমীক্ষার আগে একটি পথ-নির্দেশী সমীক্ষার আয়োজন করতে হবে। এই সমীক্ষাটি অবশ্যই আসল সমীক্ষার তুলনায় অনেক ছোট হবে। কিন্তু সমানুপাতিক নমুনা বণ্টনে এই পথনির্দেশী সমীক্ষার প্রয়োজন হয়না। প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টনে প্রাক-কলকের ভেদমান বা প্রমাণ ভ্রান্তি অপেক্ষাকৃত কম হলেও, প্রয়োজনীয় পথনির্দেশী সমীক্ষা গ্রহণ সত্ত্বেও প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টন শ্রেয় কিনা ভাবতে হবে। কারণ পথনির্দেশী সমীক্ষায় যে বাড়তি খরচ হবে তা সমানুপাতিক নমুনা বণ্টনে বৃহত্তর নমুনা গ্রহণ করে প্রাক-কলকটি অধিকতর ভ্রমশূন্য করা যেতে পারে।

উদাহরণ 1. 3 নিম্নে উদ্ধৃত সারণীটিতে গাজিয়াবাদ সাব্‌ডিভিসনের 340টি গ্রামের পূর্ণসমীক্ষার সংক্ষিপ্ত বিবরণ রয়েছে। গ্রামগুলিকে তাদের আয়তন অনুযায়ী 4টি স্তরে বিন্যস্ত হয়েছে। বিভিন্ন স্তরের গ্রামসংখ্যা (N_i), গমের জমির আয়তনের গড় ($\bar{y}_i$), গমের জমির আয়তনের সমক পার্থক্য (S_i) দেওয়া আছে। 34টি গ্রামের নমুনার সাহায্যে গমের মোট জমির আয়তনের প্রাক-কলকের ভেদমান নির্ণয় কর যদি নমুনাটি (1) স্তরবিহীন সমসম্ভব হয়, (2) স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব, সমানুপাতিক নমুনা বণ্টন পদ্ধতিতে গৃহীত হয় ও (3) স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব, প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টন পদ্ধতিতে গৃহীত হয়।

স্তর সংখ্যা	গ্রামের আয়তন (বিঘা)	N_i	$\bar{y}_i$	S_i
1	0—500	63	112·1	56·3
2	501—1500	199	276·7	116·4
3	1501—2500	53	558·1	186·0
4	2501 ও তদূর্ধ্ব	25	960·1	361·3

এক্ষেত্রে, $\bar{y}=\dfrac{\Sigma N_i \bar{y}_i}{N}=340{\cdot}3$

$$S^2=\frac{\Sigma (N_i-1)\, S_i^2+\Sigma N_i (\bar{y}_i-\bar{y})^2}{N-1}$$

$$=\frac{23{,}527{,}043{\cdot}02}{339}=69{,}401{\cdot}31 \text{ ।}$$

সরল সমসম্ভব নমুনা পদ্ধতিতে মোট আয়তনের ভেদমান,

$$V_1=N^2\times\frac{S^2}{n}\times\frac{N-n}{N}$$

$$=340\times\frac{69,401\cdot31}{34}\times(340-34)$$

$$=212,368,008\cdot6\text{ ।}$$

সমানুপাতিক নমুনা বণ্টন পদ্ধতিতে গৃহীত স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব নমুনায় ভেদমান,

$$V_2=\sum_{i=1}^{k}N_i^2\,.\,\frac{S_i^2}{n_i}\,.\,\frac{N_i-n_i}{N_i}$$

$$=\sum_{i=1}^{k}N_i.\,f.\,S_i^2.\left(1-\frac{1}{f}\right)\quad\text{এখানে}\quad\frac{n_i}{N_i}=\frac{1}{f}$$

$i=1,2..k$ এর জন্যে

$$=(f-1)\sum_{i=1}^{k}N_i\,S_i^2\text{ ।}$$

এক্ষেত্রে $f=\frac{340}{34}=10$ ।

সুতরাং,

$$V_2=9\times\Sigma\,N_i\,S_i^2$$
$$=9\times7,992,963\cdot76$$
$$=71,936,673\cdot84$$

প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টন পদ্ধতিতে নমুনাসংখ্যাগুলি হবে—

$$\frac{n_1}{N_1\,S_1}=\frac{n_2}{N_2\,S_2}=\frac{n_3}{N_3\,S_3}=\frac{n_4}{N_4\,S_4}=\frac{n}{\Sigma\,N_i\,S_i}$$

সুতরাং, $n_1=\frac{34\times N_1\,S_1}{\Sigma\,N_i\,S_i}=\frac{3,546\cdot9\times34}{45,601\cdot1}=2\cdot64\simeq3,$

অনুরূপভাবে, $n_2=17\cdot27\simeq17,$

$n_3=7\cdot35\simeq7$

ও $n_4=6\cdot73\simeq7$ ।

তাহ'লে, $$V_3=\sum_{i=1}^{h} N_i^2 . \frac{S_i^2}{n_i} . \frac{N_i-n_i}{N_i}$$

$$=\sum_{i=1} \frac{S_i^2}{n_i} . N_i (N_i-n_i)$$

53,300,553·82 ।

1.11 বহুবিভাগী নমুনা সংগ্রহ

বহুবিভাগী নমুনাসংগ্রহ পদ্ধতিতে সর্বশেষ নমুনা এককটি কতগুলি বিভাগের মধ্য দিয়ে পাওয়া যায়। প্রথমতঃ নমুনা-গ্রহণযোগ্য বস্তুটিকে কতগুলি প্রথম বিভাগীয় নমুনা এককে ভাগ করা হয়। দ্বিতীয়তঃ প্রতিটি প্রথম বিভাগীয় নমুনা একককে আবার কতগুলি দ্বিতীয় বিভাগীয় নমুনা এককে ভাগ করতে হবে। এইভাবে ভাগ করে যেতে হবে যতক্ষণ, সর্বশেষ নমুনা এককটি না পাওয়া যায়। সর্বশেষ নমুনা একক থেকে আমাদের তথ্য আহরণ করতে হবে।

নমুনাসংগ্রহ পদ্ধতিও অনুরূপ বিভিন্ন বিভাগে বিন্যস্ত হবে। প্রথমতঃ প্রথম বিভাগীয় নমুনা এককের সমগ্রক থেকে উপযুক্ত পদ্ধতিতে নমুনা সংগ্রহ করতে হবে। দ্বিতীয়তঃ প্রতিটি নির্বাচিত প্রথম বিভাগীয় নমুনা একক থেকে কতগুলি দ্বিতীয় বিভাগীয় নমুনা এককের নমুনাসংগ্রহ করতে হবে কোন উপযুক্ত পদ্ধতিতে। এইভাবে নমুনা সংগ্রহ করে যেতে হবে যতক্ষণ না আমরা সর্বশেষ নমুনা এককের একটি নমুনা পাই।

উদাহরণ স্বরূপ, কোন সামাজিক অর্থনৈতিক সমীক্ষায় যদি সমগ্র গ্রামীণ পশ্চিমবঙ্গ থেকে কতগুলি পরিবারের নমুনাসংগ্রহ করতে হয়, তাহ'লে প্রথমতঃ সমগ্র পশ্চিমবঙ্গকে কতগুলি গ্রামে (প্রথম বিভাগীয় নমুনা একক) ভাগ করতে হবে। প্রথম বিভাগীয় নমুনা চয়নে আমরা কতগুলি গ্রাম নির্বাচিত করব কোন উপযুক্ত পদ্ধতিতে। তারপর প্রতিটি নির্বাচিত গ্রাম থেকে কতগুলি পরিবারের নমুনা সংগ্রহ করব কোন উপযুক্ত পদ্ধতিতে। কোন শস্য উৎপাদন সমীক্ষায়, গ্রামের পরে একটি শস্যক্ষেত্র

ও একটি বৃত্তাকার বা আয়তাকার ক্ষেত্রাংশ দ্বিতীয় ও তৃতীয় বিভাগীয় নমুনা একক হবে।

এক বিভাগী নমুনাসংগ্রহ থেকে এই পদ্ধতিটির কতগুলি ব্যবহারিক সুবিধা রয়েছে। পদ্ধতিটির প্রয়োগসীমা খুবই বিস্তৃত। নমুনাসংগ্রহ কালে দ্বিতীয় বিভাগীয় নমুনা এককের পূর্ণ তালিকা প্রয়োজন শুধু নির্বাচিত প্রথম বিভাগীয় নমুনা এককগুলির জন্য। উপরোক্ত উদাহরণে পরিবার তালিকা প্রয়োজন শুধু নির্বাচিত গ্রামগুলির জন্যে। সমগ্র পশ্চিমবঙ্গের জন্যে পরিবার তালিকা প্রণয়ন প্রায় দুঃসাধ্য কাজ, ব্যয়বহুলও বটে—কিন্তু নির্বাচিত গ্রামগুলির জন্য পরিবার তালিকা প্রণয়ন মোটেই সময়সাপেক্ষ বা ব্যয়বহুল কাজ নয়। যে সব সমগ্রকে দুরধিগম্য স্থান রয়েছে, সেখানে বহু-বিভাগী নমুনাসংগ্রহ বিশেষ সুবিধাজনক।

কিন্তু সাধারণভাবে বলা যায় যে একবিভাগী নমুনাসংগ্রহ পদ্ধতি থেকে বহুবিভাগী পদ্ধতি ভ্রমশূন্যতার দিক দিয়ে নিকৃষ্ট।

1.12 নিয়মানুগ নমুনাসংগ্রহ

নমুনা এককের ক্রমিক সংখ্যানুসারে সাজানো তালিকা থেকে নমুনা-সংগ্রহের একটি সহজ উপায় হচ্ছে নিয়মানুগ নমুনাসংগ্রহ পদ্ধতি। ধরা যাক সমগ্রকের নমুনা একক সংখ্যা N ও নমুনার সংখ্যা n ও $\frac{n}{N}=\frac{1}{k}$, k একটি অখণ্ড সংখ্যা। নিয়মানুগ নমুনাসংগ্রহ পদ্ধতিতে তালিকার প্রথম k-টি নমুনা একক থেকে যে কোন একটি সমসম্ভব পদ্ধতিতে নির্বাচন করতে হবে। তারপর থেকে পরপর k-তম নমুনা একক সংগ্রহ করে যেতে হবে যতক্ষণ না তালিকাটি শেষ হয়। এই পদ্ধতিটি মিশ্র নমুনাসংগ্রহ বলা যায়, কারণ ইহা অংশতঃ সম্ভাবনাশ্রয়ী (প্রথম নমুনা এককটি নির্বাচনের ক্ষেত্রে) ও অংশতঃ সম্ভাবনা-নিরপেক্ষ। অপরপক্ষে আমরা 1 থেকে N ক্রমিক সংখ্যার যে কোন একটি নমুনা একক সমসম্ভব পদ্ধতিতে নির্বাচন করে তারপর থেকে প্রতি k-তম ক্রমিক সংখ্যার নমুনা একক নির্বাচন করে যাব বৃত্তাকারে, যতক্ষন না পুরো তালিকাটি শেষ হয়। পদ্ধতিটি বলা যায় বৃত্তীয় নিয়মানুগ নমুনাসংগ্রহ।

পদ্ধতিটি সম্ভাবনাশ্রয়ী পদ্ধতিগুলির চেয়ে সহজতর ও দ্রুততর—যে কোন সাধারণ কেরানীই এই পদ্ধতিতে নমুনা চয়ন করতে পারবে।

ক্রমিকসংখ্যার সাথে চলকমানের যদি কোন সম্পর্ক বা সহগতি না থাকে, তাহলে এই পদ্ধতি সমসম্ভব নমুনাসংগ্রহের সমান ভ্রমশূন্যতা দাবী করতে পারে। পদ্ধতিতে আমরা কার্যতঃ সমগ্রককে nটি স্তরে ভাগ করি। প্রতিটি স্তরে পর পর kটি ক্রমিক সংখ্যার নমুনা একক রয়েছে। নমুনা নির্বাচন কালে আমরা প্রতিটি স্তর থেকে একটি করে নমুনা একক নির্বাচন করছি নিয়মানুগ পদ্ধতিতে। ফলে পদ্ধতিটির ভ্রমশূন্যতা স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব নমুনাসংগ্রহ পদ্ধতির (প্রতি স্তর থেকে 1টি নমুনা একক) প্রায় কাছাকাছি। যদি আন্তঃস্তর ভেদশীলতা প্রায় O হয়, তাহলে পদ্ধতিটির ভ্রমশূন্যতা সরল সমসম্ভব পদ্ধতির অনুরূপ হবে।

পদ্ধতিটির নমুনাভ্রান্তি নমুনা থেকে প্রাক-কলন করা সম্ভব নয়। কিন্তু যদি সমগ্রকটি জানা থাকে তাহলে পদ্ধতিটির নমুনাভ্রান্তির সূত্র লেখা যায়। এই পদ্ধতিতে মোট kটি নমুনা সম্ভব, যেহেতু প্রাথমিক নমুনা একক 1, 2,.... বা k হতে পারে। যদি সমগ্রকের গড়ের প্রাক-কলক পেতে চাই ও $x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{ko}$, kটি সম্ভাব্য নমুনার গড় হয় ও x_{00} এই গড়গুলির গড় হয় তাহলে নমুনাজ ভ্রান্তি হবে $\frac{1}{k}\sum_i (x_{io}-x_{oo})^2$।

পূর্ণ তালিকায় ক্রমিক সংখ্যার সাথে চলকমান বসিয়ে যে লেখচিত্র হবে তাতে যদি ঋজুরৈখিক গতিধারা থাকে, তাহলে ভ্রমশূন্যতার দিক দিয়ে পদ্ধতিটি সরল সমসম্ভব পদ্ধতির চাইতে ভাল হবে। আবার লেখচিত্রে যদি পর্য্যাবৃত্তি থাকে ও আবর্ত্তকাল যদি k বা kর গুণিতক হয়, তাহলে গড়ের প্রাক-কলক পক্ষপাতদুষ্ট হতে পারে। পক্ষপাত ধনাত্মক বা ঋণাত্মক দুইই সম্ভব।

অনুরূপভাবে যদি নমুনা একক সময় বা স্থান অনুসারে অবিচ্ছিন্ন ভাবে সাজান থাকে তাহলে সময় বা স্থান অনুযায়ী সমান অন্তরে নমুনা একক নির্বাচন করে নিয়মানুগ নমুনা সংগ্রহ করা যেতে পারে। বন সমীক্ষাকালে অনেক সময় কতকগুলি লম্বালম্বি ঋজুরৈখিক খণ্ডে (strip) ভাগ করে, খণ্ডগুলির নিয়মানুগ নমুনা নিয়ে সমীক্ষা চালানো হয়। একে অনেক সময় ঋজুরৈখিক নমুনা সংগ্রহ (Line sampling) বলা হয়।

1.13 বহুপর্যায়ী নমুনা সংগ্রহ

অনেকক্ষেত্রে দেখা যায় নমুনা থেকে যে সব তথ্য আহরণ করতে হবে তার সবগুলি সমান গুরুত্বপূর্ণ নয় অথবা তথ্য আহরণ ব্যয় অসমান।

এসব ক্ষেত্রে বহুপর্যায়ী নমুনা সংগ্রহ পদ্ধতি ব্যবহার করা যায়। প্রথম পর্য্যায়ে আমরা একটি নমুনা নির্বাচন করে কতগুলি তথ্য আহরণ করলাম যেগুলি কম ব্যয়সাধ্য, সহজতর অথবা বেশী গুরুত্বপূর্ণ। দ্বিতীয় পর্য্যায়ে প্রথম পর্য্যায়ে নির্বাচিত নমুনার একটি অংশ নির্বাচিত করে অন্য কতগুলি তথ্য আহরণ করা হ'ল। একে দ্বিপর্য্যায়ী নমুনাসংগ্রহ বলে। পর্য্যায়সংখ্যা প্রয়োজনমত বাড়ান যেতে পারে। কোন কোন ক্ষেত্রে প্রথম পর্য্যায়ে সংগৃহীত তথ্য দ্বিতীয় পর্যায়ে নমুনাসংগ্রহের কাজে লাগান যেতে পারে। যথা, ঐ তথ্য স্তরবিন্যাসের কাজে লাগতে পারে।

ধরা যাক, আমরা কলকাতার মধ্যবিত্ত পরিবারগুলিতে একটি পারিবারিক আয়-ব্যয়ক সমীক্ষার কাজ চালাতে চাই। এক্ষেত্রে প্রথম পর্য্যায়ে একটি অপেক্ষাকৃত বড় নমুনায় আমরা পরিবারগুলিকে মধ্যবিত্ত-অমধ্যবিত্ত ভাগে ভাগ করব। দ্বিতীয় পর্য্যায়ে মধ্যবিত্ত পরিবারগুলি থেকে একটি নমুনা নিয়ে আয়-ব্যয়ক সমীক্ষা কাজ চালাব। আবার যদি কোন কারখানা এলাকায় টি.বি. রোগাক্রান্তদের সংখ্যা নির্ধারণ করতে হয়, প্রথম পর্য্যায়ে একটি বড় নমুনা নিয়ে সাধারণ ডাক্তারী পরীক্ষার সাহায্যে তাদের দুটি স্তরে ভাগ করতে হবে—টি. বি. সন্দেহযুক্ত ও টি. বি. সন্দেহমুক্ত। দ্বিতীয় পর্যায়ে এই দুটি স্তর থেকেই দুটি নমুনা নিয়ে এক্স-রে পরীক্ষা করে টি. বি. রোগাক্রান্ত কিনা স্থির করতে হবে। প্রথম পর্যায়ে দুটি স্তরে যদি m_1 ও m_2 সংখ্যক লোক থাকে ও দ্বিতীয় পর্যায়ে প্রথম স্তর থেকে n_1 জনের নমুনায় x_1 জন টি. বি. রোগাক্রান্ত হয় ও দ্বিতীয় স্তর থেকে n_2 জনের নমুনায় x_2 জন টি. বি. রোগাক্রান্ত হয়, তাহলে টি. বি. রোগাক্রান্তদের অনুপাতের (P) প্রাক-কলক হবে

$$p=\frac{m_1 x_1}{n_1}+\frac{m_2 . x_2}{n_2}\bigg/ m_1+m_2 \text{ ।}$$

বহু বিভাগী ও বহুপর্য্যায়ী নমুনাসংগ্রহের পার্থক্য হ'ল এই যে, প্রথম ক্ষেত্রে বিভিন্ন বিভাগে নমুনা একক আলাদা ও ক্রমশঃ ছোট থেকে আরও ছোট হয়ে যাচ্ছে ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বিভিন্ন পর্যায়ে নমুনা একক একই।

1.14 দ্বিমুখী নমুনা সংগ্রহ

অনেক ক্ষেত্রে দেখা যায় সমগ্রকের যে চলক সম্পর্কে আমরা আগ্রহী (y) সে সম্পর্কে তথ্য আহরণ ব্যয়বহুল, কষ্টসাধ্য বা সময় সাপেক্ষ। সেক্ষেত্রে অন্য একটি সহগতি-সম্পন্ন চলক (x) পাওয়া যেতে পারে

যেটি কম ব্যয়-সাপেক্ষ, কম কষ্টসাধ্য বা কম সময়-সাপেক্ষ। যেমন, শুষ্ক পাটের আঁশের উৎপাদন (y) সম্পর্কে সমীক্ষায়, আমরা সাহায্যকারী চলক হিসাবে সবুজ পাটগাছের উৎপাদন (x) নিতে পারি। এক্ষেত্রে নমুনাসংগ্রহ হবে দ্বিমুখী।

প্রথম নমুনাটি হবে অপেক্ষাকৃত ছোট, যাতে প্রতিটি নির্বাচিত নমুনা এককগুলি সম্পর্কে x ও y উভয় চলকের তথ্য আহরণ করতে হবে। দ্বিতীয় নমুনাটি হবে অপেক্ষাকৃত বড়, যাতে নির্বাচিত নমুনা এককগুলি সম্পর্কে শুধু x এর তথ্য আহরণ করতে হবে।

প্রথম নমুনাটি ব্যবহৃত হবে x ও yর ভিতরে একটি সম্বন্ধ নির্ণয়ের জন্য। সম্পর্কটি আনুপাতিক (ratio) বা সরল নির্ভরণ (linar regression) হতে পারে।

দ্বিতীয় নমুনাটি ব্যবহৃত হবে x এর সমগ্রক-গড় (μ_x) প্রাক-কলনের জন্য।

দ্বিতীয় নমুনালব্ধ μ_x এর প্রাক-কলিত মান প্রথম নমুনালব্ধ সম্পর্কের মধ্যে বসিয়ে y এর সমগ্রক-গড় প্রাক-কলন করা হয়। আনুপাতিক সম্পর্ক ধরা হলে প্রাক-কলককে বলা হয় অনপাতলব্ধ প্রাক-কলক (ratio estimate)। সরল নির্ভরণ সম্পর্ক ধরা হ'লে প্রাক-কলককে বলা হয় নির্ভরণলব্ধ প্রাক-কলক (regression estimate)।

যদি কোন পূর্ব পূর্ণসমীক্ষা থেকে μ_x এর মান, আগে থেকে জানা থাকে তাহ'লে দ্বিতীয় নমুনাটি গ্রহণ করা অপ্রয়োজনীয় কিন্তু সেখানেও আমরা অনুপাতলব্ধ বা নির্ভরণলব্ধ প্রাক-কলক ব্যবহার করতে পারি। যদি x ও yর মধ্যে যথেষ্ট সহগতি থাকে এই প্রাক-কলকগুলি সমসম্ভব নমুনালব্ধ প্রাককলকের তুলনায় ভ্রমশূন্যতার দিক দিয়ে শ্রেয়।

1.15 জাতীয় নমুনা সমীক্ষা (National Sample Survey)

এই আলোচনা অসম্পূর্ণ থেকে যাবে যদি আমরা আমাদের জাতীয় নমুনা সমীক্ষা সম্পর্কে কিছু না বলি। 1950 সালে স্বর্গত অধ্যাপক প্রশান্তচন্দ্র মহলানবীশের পরামর্শে ভারত সরকার জাতীয় নমুনা সমীক্ষা পর্ষৎ স্থাপন করেন। এর উদ্দেশ্য প্রতিবছর বা বছরে একাধিকবার সমীক্ষাকার্য চালিয়ে সামাজিক, অর্থনৈতিক বা কৃষি সংক্রান্ত তথ্য আহরণ করা, যাতে সে তথ্য পরিকল্পনা কমিশনের পরিকল্পনার কাজে বা গবেষণার কাজে লাগান যায়।

জাতীয় নমুনা সমীক্ষার নমুনা পরিকল্পন অবশ্য মাঝে মাঝে পরিবর্তিত

হয়েছে। তবে সাধারণ ভাবে বলা যায় যে পরিকল্পনাটি হ'ল স্তর-বিন্যস্ত দ্বি-বিভাগী। ভৌগোলিক ভিত্তিতে সমগ্রককে স্তরবিন্যস্ত করা হয়। তারপরে প্রতিটি স্তরে একটি দ্বি-বিভাগী নমুনা নেওয়া হয়। প্রথম বিভাগটি হ'ল গ্রাম। দ্বিতীয় বিভাগটি হ'ল সামাজিক অর্থনৈতিক সমীক্ষাক্ষেত্রে পরিবার ও কৃষি জমি পরিমাপ (area) সংক্রান্ত সমীক্ষায় শস্য ক্ষেত্রগুচ্ছ (cluster of plots)। কৃষি উৎপাদন সংক্রান্ত সমীক্ষায় (Yield surveys) শস্যক্ষেত্র ও শস্যক্ষেত্রান্তর্গত বৃত্তাকার জমি তৃতীয় ও চতুর্থ বিভাগীয় নমুনা একক।

জাতীয় নমুনা সমীক্ষায় পরস্পরভেদী খণ্ড নমুনার (interpenetrating subsample) ব্যবহার করা হয়। দুই বা ততোধিক নমুনা থেকে অনপেক্ষ প্রাক-কলক নির্ণয় করে, তার থেকে প্রাক-কলকের ভ্রমশূন্যতার পরিমাপ করা হয়।

অনুশীলনী

1.1 নমুনা সমীক্ষার মূলনীতিগুলি বর্ণনা কর।

1.2 পূর্ণ সমীক্ষার তুলনায় নমুনা সমীক্ষার সুবিধাসমূহ উদাহরণের সাহায্যে বর্ণনা কর।

1.3 একটি নমুনা সমীক্ষা সংগঠন করতে হলে যে সব কার্যক্রম প্রয়োজন উদাহরণসহ আলোচনা কর।

1.4 নমুনাসম্পর্কে ব্যবহৃত নিম্নলিখিত বিষয়গুলির সংজ্ঞা নিরূপণ কর :

(ক) পূর্ণক, (খ) নমুনা একক, (গ) বিবরণলিপি, (ঘ) পূর্ণ তালিকা, (ঙ) নমুনা পরিকল্পনা।

1.5 নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে কী ধরণের নমুনা পরিকল্পনা যুক্তিযুক্ত কারণসহ বর্ণনা কর :

(ক) কোন শিল্পনগরীতে পারিবারিক আয়-ব্যয়ক সমীক্ষা।

(খ) কলিকাতা শহরে শিক্ষিত যুবকদের মধ্যে বেকারত্ব সম্পর্কে সমীক্ষা।

(গ) পশ্চিমবঙ্গে উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয় সমূহে পঠন পাঠন সম্পর্কে সমীক্ষা।

(ঘ) পশ্চিমবঙ্গে চালের মোট উৎপাদন সম্পর্কিত সমীক্ষা।

(ঙ) কোন ফ্যাক্টরী এলাকায় যক্ষ্মারোগের প্রকোপ সম্পর্কে সমীক্ষা।

1.6 নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে কী ধরণের পক্ষপাত থাকা সম্ভব আলোচনা কর :

(ক) কোন সামাজিক অর্থনৈতিক সমীক্ষায় সাক্ষাৎকারের সাহায্যে সংগৃহীত বয়স ও আয়-ব্যয় সম্পর্কিত তথ্য।

(খ) ফ্যাক্টরী সমূহ প্রদত্ত উৎপাদন সম্পর্কিত তথ্য।

(গ) নির্বাচিত বৃত্তাকার ক্ষেত্রসমূহ থেকে সমীক্ষার সাহায্যে কোন শস্যের হেক্টর প্রতি ফলন নির্ণয়।

1.7 একটি সরল সমসম্ভব নমুনা (পুনস্থাপনসহ ও পুনঃস্থাপনা-বিহীন) থেকে পূর্ণক-গড়ের সর্বোৎকৃষ্ট পক্ষপাতহীন ঋজুরৈখিক প্রাক-কলক নির্ণয় কর। এই প্রাক-কলকগুলির ভেদমান নির্ণয় কর।

1.8 একটি স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব নমুনায় পূর্ণক-গড়ের সর্বোৎকৃষ্ট পক্ষপাতহীন ঋজুরৈখিক প্রাক-কলক ও তার ভেদমান নির্ণয় কর। Neyman এর প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টনসূত্র নির্ণয় কর। বিভিন্ন স্তরে যদি এককপ্রতি খরচ বিভিন্ন হয় তাহলে ঐ সূত্রটি কিভাবে পরিবর্তিত হবে ?

1.9 নিম্নে উদ্ধৃত ছাত্রদের উচ্চতার বিভাজন থেকে 5 জন ছাত্রের একটি পুনঃস্থাপনাবিহীন সরল সমসম্ভব নমুনা চয়ন কর :

উচ্চতা	পরিসংখ্যা
5′ 2″	13
5′ 3″	12
5′ 4″	18
5′ 5″	14
5′ 6″	20
5′ 7″	13
5′ 8″	10
মোট	100

নমুনা থেকে গড় উচ্চতার প্রাক-কলক ও তার সমক ভ্রান্তি নির্ণয় কর।

1.10 নিম্নের সারণীতে একটি তহশীলের 30টি গ্রামের জনসংখ্যা (শতকে) দেওয়া আছে। 5টি গ্রামের পুনঃস্থাপনাবিহীন সরল সমসম্ভব নমুনা চয়ন করে তহশীলের মোট জনসংখ্যা ও তার সমক ভ্রান্তি নির্ণয় কর।

গ্রামের ক্রমিকসংখ্যা	জনসংখ্যা
1	16
2	26
3	38
4	51
5	76
6	31
7	85
8	97
9	68
10	100
11	75
12	82
13	12
14	20
15	52
16	15
17	21
18	63
19	58
20	47
21	39
22	53
23	9
24	18
25	54
26	39
27	62
28	70
29	59
30	32

1.11 নিম্নোদ্ধৃত সারণীতে রয়েছে একটি জেলার কৃষিখামার-সমূহের আয়তনের স্তরসমূহের তথ্য। 1000 আকারের একটি স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব নমুনায় বিভিন্ন স্তরের নমুনা আকার নির্ণয় কর : (ক) সমানুপাতিক নমুনা বণ্টন প্রণালীতে ও (খ) প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টন প্রণালীতে। উভয়ক্ষেত্রে জেলার কৃষি খামারে গম উৎপাদনী জমির মোট আয়তনের

প্রাক-কলকের দক্ষতা সরল সমসম্ভব নমুনার দক্ষতার সঙ্গে তুলনা কর।

খামার আকার (একরে) (1)	খামার সংখ্যা (2)
0—40	3946
41—80	4612
81—120	3915
121—160	3348
161—200	1698
201—240	1139
241 ও তদূর্ধ্ব	1482

গম উৎপাদনী জমির গড় আয়তন (একর) (3)	গম উৎপাদনী জমির আয়তনের সমক পার্থক্য (একর) (4)
5·6	8·5
15·2	13·6
23·6	14·9
34·7	18·6
44·5	24·5
50·2	26·3
62·7	35·2

আংশিক উত্তর :

সমানুপাতিক নমুনা বণ্টনে নমুনা সংখ্যা 196,229,194,166,84,57,74

প্রকৃষ্ট নমুনা বণ্টনে নমুনাসংখ্যা 99,184,171,183,122,88,153

1.12 যদি 500টি ফ্যাক্টরীর মোট উৎপাদন উভয়দিকে অনধিক 10% ভ্রান্তিমাত্রা (আস্থা অঙ্ক 95%) নিয়ে নির্ণয় করতে হয়, তাহলে নমুনা গড়ের নিবেশন নর্ম্যাল ও উৎপাদনের নিবেশনের ভেদাঙ্ক 60% ধরে নিয়ে সরল সমসম্ভব নমুনার আকার নির্ণয় কর : (ক) পুনঃস্থাপনা-বিহীন ক্ষেত্রে, (খ) পুনঃস্থাপনাসহ ক্ষেত্রে।

উত্তর—31, 33.

সহপাঠ্য পুস্তকাবলী

[1] Cochran, W.G. *Sampling techniques* (Chs. 1—3, 5—8, 10—13). Asia, 1962.

[2] Goon, A.M., Gupta, M.K. & Das Gupta, B. *Fundamentals of statistics*, Vol—II (Ch. 21). World Press, 1971.

[3] Murthy, M.N. *Sampling Theory and Methods* (Chs. 1—3, 5, 7, 9—11, 13—15). Statistical Publishing Society, 1967.

[4] Yates, F. *Sampling Methods in censuses and Surveys* (Chs. 1—3, 6—8). Charles Griffin, 1960.

[5] Yule, G.U. & Kendall, M.G. *Introduction to the Theory of Statistics* (Chs 16, 23). Charles Griffin, 1953.

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ
জীবনসংক্রান্ত রাশিবিজ্ঞান
(Vital Statistics)

2.1 সূচনা

জীবন সংক্রান্ত বিভিন্ন ঘটনাসমূহ সম্পর্কে যেসব রাশিতথ্য সংগৃহীত ও প্রকাশিত হয় তাদের জীবনসংক্রান্ত পরিসংখ্যান বলে। জীবনসংক্রান্ত পরিসংখ্যান বিশ্লেষণের জন্য যে সব রাশিবিজ্ঞানসম্মত পদ্ধতি ব্যবহৃত হয় তাদের জীবনসংক্রান্ত রাশিবিজ্ঞান বলে। জন্ম, মৃত্যু, বিবাহ, বিবাহবিচ্ছেদ, রোগ প্রভৃতি মানবজীবনের বিভিন্ন ঘটনাকে জীবনসংক্রান্ত ঘটনা বলা হয়।

জীবনসংক্রান্ত পরিসংখ্যানের বিভিন্ন উৎস হ'ল :

(1) আদমসুমারী বা জনগণনালব্ধ পরিসংখ্যান : সাধারণতঃ প্রতি দশ বছর অন্তর বিভিন্ন দেশে আদমসুমারী বা জনগণনা করা হয়। জনগণনা কালে দেশের প্রতিটি নাগরিকের বয়স, লিঙ্গ ও বিভিন্ন সামাজিক, অর্থনৈতিক ও পরিবারগত বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে তথ্য আহরণ করা হয়।

(2) জীবনসংক্রান্ত রাশিবিজ্ঞানের রেজিষ্টার বা নথি : বিভিন্ন দেশে জন্ম, মৃত্যু, বিবাহ, বিচ্ছেদ প্রভৃতি প্রতিটি জীবনসংক্রান্ত ঘটনা আইনানুসারে নথিভুক্ত করার ব্যবস্থা রয়েছে।

বিভিন্ন হাসপাতালের খাতাপত্র থেকেও আমরা রোগ, জন্ম, মৃত্যু সম্পর্কে তথ্য পেতে পারি। আবার মাঝে মাঝে সরকারী বা বেসরকারী পরিচালনায় যেসব সমীক্ষা কাজ সংঘটিত হয় তা থেকেও জীবনসংক্রান্ত পরিসংখ্যান পাওয়া যেতে পারে।

বর্তমান পরিচ্ছেদে আমরা জন্ম ও মৃত্যু এই দুটি সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ জীবনসংক্রান্ত ঘটনা নিয়ে আলোচনা করতে চাই। ধরে নেওয়া যেতে পারে, আদমসুমারী থেকে আমরা বিভিন্ন সময়ে একটি নির্দিষ্ট এলাকার জনসংখ্যা ও তার বয়সগত বা লিঙ্গগত বিভাজন পাব ও রেজিষ্টার থেকে বিভিন্ন সময়সীমায় জন্ম ও মৃত্যুর সংখ্যা পাওয়া যাবে।

যদি দুটি আদমসুমারীর মাঝে কোন সময়ের (ধরা যাক, t) জনসংখ্যা (P_t) জানতে হয় তাহলে নিম্নলিখিত সূত্র ব্যবহার করা যেতে পারে :

$$P_t = P_0 + (B-D) + (I-E), \qquad (2.1)$$

এক্ষেত্রে P_0 = বিগত আদমসুমারীতে জনসংখ্যা,
B = অন্তর্বর্তী সময়ে জন্মের সংখ্যা,
D = অন্তর্বর্তী সময়ে মৃত্যুর সংখ্যা,
I = অন্তর্বর্তী সময়ে বহিরাগত সংখ্যা ও
E = অন্তর্বর্তী সময়ে বহির্নির্গত সংখ্যা।

জন্ম-মৃত্যু ও বহিরাগমন-নির্গমন সম্পর্কিত তথ্য নির্ভুল হলেই এই সূত্রলব্ধ জনসংখ্যা নির্ভুল হবে। অন্যথা জনসংখ্যা বৃদ্ধি কোন গাণিতিক সূত্র ধরে (লজিষ্টিক, এক্সপোনেন্সিয়াল প্রভৃতি) চলছে ধরে নিয়ে জনসংখ্যা নির্ণয় করা যায়।

2.2 জীবনসংক্রান্ত ঘটনার হার (Rates of vital events)

জীবনসংক্রান্ত ঘটনাসমূহের সম্যক তাৎপর্য জানতে হলে ঘটনাগুলির হার নির্ণয় করা প্রয়োজন। দুইটি শহরে কোন বছর যথাক্রমে মোট 3000 ও 5000 লোকের মৃত্যু হয়েছে বললে কিছুই বোঝা যায়না। শহর দুটির লোকসংখ্যাও জানা প্রয়োজন। যদি বলা হয় শহরদুটিতে যথাক্রমে প্রতি হাজারে 30 জন ও 25 জন লোকের মৃত্যু হয়েছে তাহলে সংখ্যাদুটি অনেক তাৎপর্যপূর্ণ হয়। সংখ্যাদুটি আসলে শহর দুটির কোন বছরের মৃত্যুহার।

কোন জীবনসংক্রান্ত ঘটনার হারের সাধারণ সংজ্ঞা হ'ল নিম্নরূপ :

$$\text{জীবনসংক্রান্ত ঘটনার হার} = \frac{\text{জীবনসংক্রান্ত ঘটনার সংখ্যা}}{\text{ঘটনাটি যে সব ব্যক্তির জীবনে ঘটতে পারে তাদের সংখ্যা}} \qquad (2.2)$$

হারটি (1) জন্ম, মৃত্যু, রোগ প্রভৃতি জীবনসংক্রান্ত ঘটনা সম্পর্কে, (2) একটি নির্দিষ্ট ভৌগোলিক এলাকা সম্পর্কে (যথা, ভারতবর্ষ, পশ্চিমবঙ্গ, কলিকাতা প্রভৃতি) ও (3) একটি নির্দিষ্ট সময়সীমা (যথা, 1970 সন) সম্পর্কে প্রযোজ্য।

উপরোক্ত সংজ্ঞায় হার একটি ভগ্নাংশ। আলোচনার বা বোঝানর সুবিধার জন্য হারকে 1000 বা 100 এইরূপ একটি সংখ্যা দিয়ে গুণ করা হয়। তাহলে হারটি হবে প্রতি হাজারে বা প্রতি শ'য়ে। জীবনসংক্রান্ত ঘটনার হারসমূহকে প্রতি হাজারে প্রকাশ করাই রেওয়াজ।

ঘটনাটি যে সব ব্যক্তির জীবনে ঘটতে পারে তাদের সংখ্যা ঐ

নির্দিষ্ট এলাকার লোকসংখ্যা বা লোকসংখ্যার একটি নির্দিষ্ট অংশ। লোকসংখ্যা নির্দিষ্ট সময়ের প্রারম্ভে বা শেষে নেওয়া যায়। তবে নির্দিষ্ট সময়ে গড় লোকসংখ্যা নেওয়াই অধিকতর যুক্তিযুক্ত। যদি P_t, t সময়ে লোকসংখ্যা হয়, তাহলে গড় লোকসংখ্যার সূত্র হ'ল :

$$t_1 \text{ থেকে } t_2 \text{ সময়ে গড় লোকসংখ্যা} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} P_t \, dt \text{।} \qquad (2.3)$$

$P_{t_1+t_2/2}$ বা মধ্য সময়ের লোকসংখ্যা, এই গড় লোকসংখ্যার একটি আসন্ন মান দেবে।

2.3 বিভিন্নপ্রকার মৃত্যুহার

2.3.1 অশোধিত মৃত্যুহার (Crude Death Rat বা CDR) :

অশোধিত মৃত্যুহার নির্ণয় করতে হলে কোন নির্দিষ্ট এলাকায় নির্দিষ্ট সময়সীমায় মোট মৃত্যুর সংখ্যাকে ঐ এলাকায় ঐ সময়সীমায় মোট গড় লোকসংখ্যা দিয়ে ভাগ করতে হবে। যদি m অশোধিত মৃত্যুহার হয়,

$$m = \frac{D}{P} \times 1000, \qquad (2.4)$$

$D =$ নির্দিষ্ট এলাকায় নির্দিষ্ট সময়সীমায় মোট (যে কোন কারণে) মৃত্যুর সংখ্যা ও

$P =$ ঐ এলাকায় ঐ সময়সীমায় মোট গড় জনসংখ্যা।

জীবনসংক্রান্ত রাশিবিজ্ঞানে অশোধিত মৃত্যুহারের ব্যবহারই সর্বাধিক। ইহা সহজেই নির্ণয় করা যায় ও সহজেই বোধগম্য হয়। কিন্তু অশোধিত মৃত্যুহারের কতগুলি অসুবিধাও আছে। দুটি পৃথক ভৌগোলিক এলাকার মৃত্যুহার তুলনা করতে হলে অশোধিত মৃত্যুহার ব্যবহার করা ঠিক নয়। দুটি এলাকায় প্রতিটি বয়স-গোষ্ঠি বা লিঙ্গ অনুযায়ী মৃত্যুহার এক হলেও, যদি এলাকাদুটির বয়সগত ও লিঙ্গগত জনসংখ্যা বিভাজন আলাদা হয়, তাহলে অশোধিত মৃত্যুহার আলাদা হবে। অর্থাৎ যদি একটি এলাকায় বৃদ্ধদের আনুপাতিক সংখ্যা বেশী হয়, তাহলে ঐ এলাকার অশোধিত মৃত্যুহার বেশী হওয়ার সম্ভাবনা।

যদি এলাকা দুটির বয়স ও লিঙ্গগত বিভাজন অনুরূপ হয় তবেই অশোধিত মৃত্যুহারের সাহায্যে মৃত্যুহার তুলনা করা চলে। আবার একই

এলাকায় বিভিন্ন বছরে মৃত্যুহার তুলনা করতে হলে অশোধিত মৃত্যুহার ব্যবহার করা যায়, যদি ঐ সময়ের মধ্যে বয়স ও লিঙ্গগত জনসংখ্যা বিভাজন পরিবর্তিত না হ'য়ে যায়।

2.3.2 বিশেষিত মৃত্যুহার (Specific Death Rate বা SDR) :

বিশেষিত মৃত্যুহারের সাধারণ সংজ্ঞা নিম্নোক্তভাবে দেওয়া যায়। যদি SDR বিশেষিত মৃত্যুহার হয়,

$$SDR = \frac{\text{জনসমষ্টির একটি বিশেষ অংশে একটি বিশেষ এলাকায় ও বিশেষ সময়ের মধ্যে মৃত্যুর সংখ্যা}}{\text{ঐ এলাকায় ঐ সময়ের মধ্যে জনসমষ্টির ঐ বিশেষ অংশে গড় জনসংখ্যা}} \times 1000 \text{।} \quad (2.5)$$

সাধাররণতঃ বয়স-বিশেষিত ও লিঙ্গ-বিশেষিত মৃত্যুহার নির্ণয় করা হয়। যদি একটি বিশেষ এলাকায় ও সময়ে গত জন্মদিন (last brith day) হিসাবে x ও $x+n-1$ বয়সের লোকদের মধ্যে মৃত্যুর সংখ্যা ${}_nD_x$ হয় ও ঐ এলাকায় ও সময়ে ঐ বয়সের লোকের গড় সংখ্যা ${}_nP_x$ হয় তাহলে বয়স বিশেষিত মৃত্যুহার (${}_nm_x$) হ'ল :

$${}_nm_x = \frac{{}_nD_x}{{}_nP_x} \times 1000 \text{।} \quad (2.6)$$

যদি সময় সীমা 1 বৎসর হয়, অর্থাৎ $n=1$ হয়, তাহলে বয়স-বিশেষিত মৃত্যুহার (m_x) লেখা হয়,

$$m_x = \frac{D_x}{P_x} \times 1000 \text{।} \quad (2.7)$$

বয়স বিশেষিত মৃত্যুহার আবার পুরুষ ও স্ত্রীলোকদের জন্য আলাদা ভাবে নির্ণয় করা যায়। যদি ${}_n^mD_x$ ও ${}_n^mP_x$, গত জন্মদিন হিসাবে x থেকে $x+n-1$ বয়সের পুরুষের মৃত্যুর সংখ্যা ও গড় লোকসংখ্যা হয়, তাহলে বয়স-লিঙ্গ-বিশেষিত মৃত্যুহার

পুরুষদের জন্যে, $${}_n^mm_x = \frac{{}_n^mD_x}{{}_n^mP_x} \quad (2.8)$$

ও স্ত্রীলোকদের জন্যে ${}_n^f m_x = \frac{{}_n^f D_x}{{}_n^f P_x} \times 1000$ । (2.9)

দুটি এলাকার মৃত্যুর তুলনা করতে হলে এই বয়স-লিঙ্গ-বিশেষিত মৃত্যুহার তুলনা করা চলে। প্রয়োজনবোধে জাতি, ধর্ম, জীবিকা, বাসস্থান প্রভৃতি বিষয়েও মৃত্যুহার বিশেষিত করা চলে।

2.3.3 প্রমানীকৃত মৃত্যুহার (Standardised Death Rate বা STDR) :

বিশেষিত মৃত্যুহার দিয়ে আমরা দুটি এলাকার মৃত্যুহার তুলনা করতে পারি বটে, কিন্তু তাতে অসুবিধাও রয়েছে। বিশেষিত মৃত্যুহারের সংখ্যা অনেক ও তাদের তুলনা করা সহজ নয়। আবার এমন হতে পারে A-এলাকায় B-এলাকা থেকে কতগুলি বিশেষিত মৃত্যুহার বড়, আবার কতগুলি ছোট। তাহলে সব মিলিয়ে কোন এলাকায় মৃত্যুহার বেশী কি করে বোঝা যাবে? অশোধিত মৃত্যুহারের অসুবিধার কথা আগেই বলা হয়েছে। এই কারণে প্রমানীকৃত মৃত্যুহার ($STDR$) নির্ণয় করা প্রয়োজন।

সরলীকরণার্থে, ধরলাম, শুধু বয়স বিশেষিত মৃত্যুহার নির্ণয় করা হয়েছে। A ও B স্থানের অশোধিত মৃত্যুহারকে (CDR) লেখা যায়,

$$m^a = \frac{\sum_x m_x^a P_x^a}{\sum_x P_x^a} \text{ ও } m^b = \frac{\sum_x m_x^b P_x^b}{\sum_x P_x^b} \text{ ।}$$

সব x এর জন্যে m_x^b ও m_x^a সমান হলেও m^a ও m^b অসমান হতে পারে যদি লোকসংখ্যার বয়সগত বিভাজন আলাদা হয়, অর্থাৎ যদি

$$\frac{P_x^a}{\Sigma P_x^a} \text{ ও } \frac{P_x^b}{\Sigma P_x^b} \text{ বিভিন্ন } x \text{ এর জন্যে আলাদা হয় ।}$$

এই অসুবিধা দূর করা যায় যদি উভয়ের বদলে কোন প্রমাণ জনসমষ্টির (standard population) বয়সগত বিভাজন দিয়ে m_x^a ও m_x^b কে ভারযুক্ত করা যায়। অর্থাৎ A এলাকার প্রমাণীকৃত বা বয়সের জন্য শোধিত মৃত্যুহার ($STDR$) হ'ল

$$STDR^a = \frac{\Sigma m_x^a \, . \, P_x^s}{\Sigma P_x^s} \quad (2.10)$$

P_x^s হ'ল কোন প্রমাণ জনসমষ্টির গত জন্মদিন হিসাবে x বয়সের লোকসংখ্যা।

অনুরূপভাবে,

$$STDR^b = \frac{\Sigma m_x^b \, P_x^s}{\Sigma P_x^s} \text{।} \quad (2.11)$$

$STDR^a$ ও $STDR^b$ নিঃসন্দেহে তুলনীয়। অবশ্যই প্রমাণ জনসমষ্টি নির্বাচনের উপরে $STDR^a$ ও $STDR^b$র মান নির্ভর করবে। সাধারণতঃ কোন বৃহত্তর এলাকার জনসমষ্টি বা জীবনসারণীলব্ধ জনসংখ্যা প্রমাণ জনসমষ্টি হিসাবে নেওয়া হয়। যথা, পশ্চিমবঙ্গ ও বিহারের মৃত্যুহার তুলনা করতে হ'লে সমগ্র ভারতের জনসমষ্টি বা ভারতের জীবনসারণীর জনসংখ্যা প্রমাণ জনসমষ্টি হিসাবে নেওয়া যায়।

উপরের প্রমাণীকরণ পদ্ধতিটি বলা হয় প্রত্যক্ষ পদ্ধতি। প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে প্রতি x এর জন্য m_x^a এর মান জানা আছে ধরা হয়েছে। কিন্তু যদি অশোধিত মৃত্যুহার m^a ও সব x এর জন্য P_x^aর মান জানা থাকে ও প্রমাণ জনসমষ্টির সব x এর জন্য m_x^s ও অশোধিত মৃত্যুহার m^s জানা থাকে তাহলে পরোক্ষ পদ্ধতিতে প্রমানীকৃত বা শোধিত মৃত্যুহার বার করা যায়। ধরা যাক্,

$$(1) \quad = \frac{\sum_x m_x^a \, . \, P_x^a}{\sum_x P_x^a},$$

$$(2) \quad = \frac{\sum_x m_x^a \, P_x^s}{\sum_x P_x^s} \, .$$

$$(3) \quad = \frac{\sum_x m_x^s P_x^a}{\sum_x P_x^a} \quad \text{ও}$$

$$(4) \quad = \frac{\sum_x m_x^s P_x^s}{\sum_x P_x^s} \quad ।$$

ধরা যেতে পারে, স্থূলতঃ

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{(4)}{(3)} \quad ।$$

সুতরাং প্রমানীকৃত মৃত্যুহার $STDR^a = (2) = (1) \times \frac{(4)}{(3)}$ ।

$$= m^a \times \left(\frac{m^s}{\sum_x m_x^s P_x^a \,/\, \sum_x P_x^a} \right) । \qquad (2.12)$$

$\dfrac{m^s}{\sum_x m_x^s P_x^a \,/\, \sum_x P_x^a}$ কে অনেক সময় শোধন গুণনীয়ক (adjustment factor) বলা হয়।

অনুরূপভাবে,

$$m_s^b = m^b \times \left(\frac{m^s}{\sum_x m_x^s P_x^b \,/\, \sum_x P_x^b} \right) । \qquad (2.13)$$

প্রয়োজন হলে, অনুরূপভাবে, বয়স ও লিঙ্গ উভয় উপাদানে শোধিত বা প্রমানীকৃত মৃত্যুহার নির্ণয় করা যায়।

১৯67 সালে জাপানের জনসংখ্যা ও মৃত্যুসংখ্যা

সম্পর্কিত নিম্নলিখিত তথ্য থেকে অশোধিত মৃত্যুহার (*CDR*) ও বয়স ও লিঙ্গ বিশেষিত মৃত্যুহার (*SDR*) নির্ণয় কর :

বয়স	জনসংখ্যা (হাজারে)		মৃত্যুসংখ্যা	
	পুরুষ	স্ত্রীলোক	পুরুষ	স্ত্রীলোক
0	948	896	16628	12300
1–4	3278	3141	4257	3201
5–9	3991	3845	2453	1452
10–19	9837	9553	7223	3621
20–29	8786	8891	12984	7332
30–39	8146	8109	17701	10735
40–49	5462	6316	22735	16841
50–59	4180	4789	45463	30581
60–69	2968	3228	86181	54207
70–79	1341	1715	99475	86732
80 ও তদূর্ধ্ব	282	547	50946	81917

এক্ষেত্রে,

$$CDR = \frac{\text{মোট মৃত্যুসংখ্যা}}{\text{মোট জনসংখ্যা}} \times 1000$$

$$= \frac{674{,}970}{100{,}249{,}000} \times 1000$$

$$= 6{\cdot}73$$ (প্রতি হাজারে) ।

বয়স ও লিঙ্গ বিশেষিত মৃত্যুহার (প্রতি হাজারে) নিম্ন সারণীতে দেখান হ'ল :

সারণী 2.1

বয়স ও লিঙ্গ বিশেষিত মৃত্যুহার

বয়স	মৃত্যুহার (হাজার প্রতি)	
	পুরুষ	স্ত্রীলোক
0	17·54	13·73
1– 4	1·29	1·02
5– 9	0·61	0·38
10–19	0·73	0·38
20–29	1·47	0·82
30–39	2·17	1·32
40–49	4·16	2·67
50–59	10·88	6·39
60–69	29·04	16·79
70–79	74·18	50·57
80 ও তদূর্ধ	180·66	149·76.

উদাহরণ 2.2 নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে কলিকাতার প্রমানীকৃত মৃত্যুহার নির্ণয় কর :

বয়স	1951 সালের সারা ভারতের প্রমাণ জনসমষ্টি (দশ লক্ষ)		1951 সালে কলিকাতার বিশেষিত মৃত্যুহার (প্রতি হাজারে)	
	পুরুষ	স্ত্রীলোক	পুরুষ	স্ত্রীলোক
0	13265	14029	278·3	217·9
1–4	45563	46313	45·5	46·0
5–9	51738	51403	10·6	11·4
10–14	48320	47902	4·5	5·0
15–19	45728	45781	4·4	10·4
20–29	84230	85576	5·8	12·5
30–39	73108	72878	6·6	12·5
40–49	59648	57282	11·0	14·2
50–59	43130	41657	24·3	27·0
60ও তদূর্ধ্ব	34273	38206	65·2	72·5

প্রমানীকৃত মৃত্যুহার (প্রতি হাজারে)

$$= STDR = \frac{\Sigma\, {}^{m}p_x{}^{s} \,.\, {}^{m}m_x{}^{a} + \Sigma\, {}^{f}p_x{}^{s} \,.\, {}^{f}m_x{}^{a}}{\Sigma\, {}^{m}p_x{}^{s} + \Sigma\, {}^{f}p_x{}^{s}}$$

$$= \frac{24{,}818{,}922 \cdot 3}{1{,}000{,}000} = 24 \cdot 82$$

2.4 জীবন সারণী (Life Table)

কোন এলাকার জনসমষ্টির কোন সময়ের মৃত্যুহারের উপর ভিত্তি করে এই জীবন সারণী প্রস্তুত করা হয়। এই সারণীর বিভিন্ন কলমে বিভিন্ন

তথ্য সন্নিবিষ্ট হয়। এই কলমগুলি থেকে আমরা বলতে পারব যদি 100,000 জন শিশু এখন জন্মগ্রহণ ক'রে বর্তমানের মৃত্যুহার সারাজীবন ধরে ভোগ করে তাহ'লে এর ভেতরে কতজন 10,20,30,40···বছর পর্যন্ত বাঁচবে, এদের গড় আয়ুর পরিমাণ কত, ইত্যাদি।

আমরা এখানে পূর্ণ জীবন সারণী আলোচনা করব। প্রতি অখণ্ড বয়স (x) এর জন্য যদি বিভিন্ন কলমে বিভিন্ন xএর অপেক্ষক সন্নিবেশিত হয় তাকে পূর্ণ জীবন সারণী বলে। যদি সব x এর জন্য অপেক্ষকগুলি না নির্ণয় করে 5 বা 10 বছর অন্তর বার করা হয় বা প্রতি অখণ্ড বয়সের জন্য না নির্ণয় করে বয়সের 5 বা 10 বছরের শ্রেণী অন্তরের জন্য নির্ণয় করা হয়, তাকে সংক্ষেপিত জীবনসারণী বলে।

2.4.1 জীবন সারণীর বর্ণনা

পূর্ণ জীবন সারণীর বিভিন্ন কলমে সন্নিবিষ্ট বিভিন্ন অপেক্ষক নীচে বর্ণিত হ'ল।

(1) l_x : যদি ধরা যায় l_0 জন শিশু জন্ম নিয়েছে, তার মধ্যে যতজন সঠিক x বছর বয়স লাভ করবে তাকে l_x বলে। l_0 কে বলা হয় প্রারম্ভিক সংখ্যা (cohort)।

(2) d_x : সঠিক বয়স x থেকে $x+1$ এর মধ্যে যতজন মারা যায় তাকে বলা হয় d_x। স্বাভাবিকভাবে,

$$d_x = l_x - l_{x+1} \text{ ।} \qquad (2.14)$$

(3) q_x : যারা সঠিক বয়স x লাভ করেছে, তাদের সঠিক বয়স $x+1$ লাভ করার পূর্বে মারা যাওয়ার সম্ভাবনা হ'ল q_x। অর্থাৎ,

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} \qquad (2.15)$$

কোন কোন সারণীতে q_x এর পাশাপাশি $p_x = 1 - q_x$ দেওয়া হয়। p_x হ'ল পূর্বোক্তদের বাঁচার সম্ভাবনা।

(4) L_x : প্রারম্ভিক l_0 জন লোক সঠিক বয়স x থেকে $x+1$ এর মধ্যে মোট যত বছর বেঁচেছে তাকে L_x বলে। সুতরাং,

$$L_x = \int_0^1 l_{x+t}\, dt \text{ ।}$$

যদি x থেকে $x+1$ বয়সের অন্তরে l_{x+t}, t এর ঋজুরৈখিক অপেক্ষক হয়, তাহলে

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2} = l_x - \frac{1}{2}\, dx \quad । \tag{2.16}$$

উপরোক্ত স্বীকরণকে অন্যভাবে বলা যায়। x থেকে $x+1$ এর মধ্যে d_x যদি সমভাবে নিবেশিত হয় তাহলেই x থেকে $x+1$ এর মধ্যে l_{x+t}, t এর ঋজুরৈখিক অপেক্ষক হবে।

L_x কে l_0 প্রারম্ভিক শিশুসংখ্যার x থেকে $x+1$ বয়সের মধ্যে গড় জনসংখ্যা হিসাবেও দেখা যায়। আবার যদি ধরা যায়, প্রতিবছর l_0 সংখ্যক শিশু জন্মগ্রহণ করে ও বিভিন্ন বয়স-বিশেষিত মৃত্যুহার অপরিবর্তিত থাকে, আর যদি কোন বহিঃ আগমন-নির্গমন না হয়, তাহলে প্রতিবছর বয়সগত জনসংখ্যা নিবেশন অপরিবর্ত্তিত থাকবে ও x থেকে $x+1$ বয়সের জনসংখ্যা হবে L_x। এই জনসমষ্টিকে রাশিবিজ্ঞানের ভাষায় বলা হয় জীবনসারণীর স্থিরবিন্যস্ত (stable) জনসমষ্টি।

(6) T_x : x বয়স লাভ করার পর l_0 প্রারম্ভিক সংখ্যা মোট যত বছর বাঁচে তাকে T_x বলা হয়। অর্থাৎ

$$T_x = \sum_{x}^{w} L_x = L_x + L_{x+1} + \cdots L_w, \tag{2.17}$$

ω হ'ল জনসমষ্টির সর্ব্বোচ্চ বয়সসীমা।

(6) $\mathring{e}_x^o$: x বয়স লাভ করার পর প্রারম্ভিক জনসংখ্যা গড়ে যত বছর বাচে তাকে বলা হয় e_x^o। e_x^o এর অন্যনাম x বয়স্ক লোকের প্রত্যাশিত আয়ুষ্কাল (expectation of life)। জন্মকালের প্রত্যাশিত আয়ুষ্কাল হ'ল e_0^o। স্বভাবতঃই,

$$e_x^o = \frac{T_x}{l_x} \quad । \tag{2.18}$$

2.4.2 জীবন সারণী প্রস্তুতকরণ

জীবনসারণীর সর্বাপেক্ষা গুরুত্বপূর্ণ কলম হ'ল q_x। যদি m_x', x থেকে $x+1$ বয়সসীমার মধ্যে একটি লোকের মৃত্যুর সম্ভাবনা হয়, তাহলে নির্দিষ্ট এলাকার বয়স-বিশেষিত মৃত্যুহার m_x দিয়ে তাকে পরিমাপ করা যায়। তাহলে,

$$m_x' = \frac{d_x}{L_x} \simeq \frac{d_x}{l_x - \frac{1}{2}d_x} = \frac{2q_x}{2-q_x}$$

অথবা, $$q_x \simeq \frac{2m_x'}{2+m_x'},$$

m_x' কে m_x দিয়ে পরিমাপ করলে,

$$q_x \simeq \frac{2m_x}{2+m_x} \quad । \tag{2.19}$$

q_x কলম পাওয়া গেলে অন্যান্য কলম সহজেই পাওয়া যাবে। l_0 প্রারম্ভিক সংখ্যা দিয়ে সুরু করতে হবে। l_0 কে q_0 দিয়ে গুণ করলে d_0 পাওয়া যাবে। আবার l_0 থেকে d_0 বাদ দিলে l_1 পাওয়া যাবে। এইভাবে l_x ও d_x কলম পূর্ণ করা যাবে। তারপর (2.16), (2.17) ও (2.18) সূত্রগুলি থেকে L_x, T_x ও e_x^0 কলমগুলি সহজেই নির্ণয় করা যাবে।

2.4.3 জীবন সারণী ব্যবহার

কোন এলাকার জনসমষ্টির মৃত্যুহারের একটা পরিষ্কার ধারণা পাওয়া যায় জীবন সারণী থেকে। বিভিন্ন এলাকার জনসমষ্টির মৃত্যুহারের তুলনা করার জন্যে জীবন সারণীর বিভিন্ন কলম তুলনা করা যেতে পারে। তাছাড়া জনসমষ্টির ভবিষ্যৎ হ্রাসবৃদ্ধি নির্ণয়ের জন্যেও জীবন সারণী খুব কাজে লাগে। আমরা পরে দেখব যে নীট্ সংজননহার দিয়ে জনসংখ্যার ভবিষ্যৎ হ্রাসবৃদ্ধি অনুমান করা যায়। এই নীট্ সংজননহার নির্ণয় করতে জীবন সারণী কাজে লাগে।

জীবনবীমা কোম্পানীগুলি বিভিন্ন বয়সে করা পলিসি সমূহে প্রিমিয়ামের হার নির্ণয় করতে ও সরকার বা অন্যান্য নিয়োগকারী কর্মচারীদের অবসর-কালীন সুবিধাসমূহ নির্ধারণে জীবন সারণী ব্যবহার করতে পারে।

উদাহরণ 2.3 দেওয়া আছে যে $l_{91} = 871$ ও d_x এর মানগুলি দেওয়া আছে। জীবন সারণীটি পূর্ণ কর।

$$l_x - d_x = l_{x+1},$$

$$1000q_x = \frac{d_x}{l_x} \times 1000,$$

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{}$$

$$T_x = \sum_x L_x \text{ ও}$$

$$e_x{}^o = \frac{T_x}{l_x} ,$$

এই সূত্রগুলি ব্যবহার করে সহজেই সারণীটি পূর্ণ করা যাবে। নিম্নে পূর্ণ জীবন সারণীটি দেওয়া হ'ল :

সারণী 2.2

পূর্ণ জীবনসারণী নির্ণয়

বয়স	l_x	d_x	1000 q_x	L_x	T_x	$e_x{}^o$
91	871	296	339·84	723·0	1868·5	2·1452
92	575	209	363·48	470·5	1145·5	1·9922
93	366	144	393·44	294·5	675·5	1·8443
94	222	93	418·92	175·5	381·0	1·7162
95	129	58	449·61	100·0	205·5	1·5930
96	71	34	478·87	54·0	105·5	1·4859
97	37	18	486·49	28·0	51·5	1·3919
98	19	10	526·32	14·0	23·5	1·2368
99	9	5	555·56	6·5	9·5	1·0556
100	4	3	750·00	2·5	3·0	0·7500
101	1	1	1000·00	0·5	0·5	0·5000

2.5 বিভিন্ন প্রকার প্রজননহার (Fertility Rate)

2.5.1 অশোধিত জন্মহার (Crude Birth Rate বা CBR)

কোন এলাকার অশোধিত জন্মহার (CBR) মাপার সময় কোন নির্দিষ্ট এলাকায় মোট জাত শিশুসংখ্যাকে ঐ এলাকার ঐ সময়ের গড় জনসংখ্যা দিয়ে ভাগ করতে হবে। জাত শিশু সংখ্যা থেকে মৃতজাতক (still birth) সংখ্যা বাদ দিতে হবে, কারণ মৃতজাতক জনসংখ্যা বৃদ্ধিতে সহায়তা করেনা। যদি i অশোধিত জন্মহার হয়, B মোট জাত শিশুসংখ্যা হয় ও P মোট জনসংখ্যা হয়, তাহলে

$$i=\frac{B}{P}\times 1000 \quad (2.20)$$

অশোধিত মৃত্যুহারের মত, অশোধিত জন্মহারও দুটি এলাকার জন্মহার তুলনার কাজে লাগানো যায়না কারণ উহা জনসমষ্টির বয়স বা লিঙ্গগত বিভাজনের উপর নির্ভরশীল। তাছাড়া এই হার কোন সম্ভাবনাসূচক নয়, কারণ মোট জনসংখ্যার একটি অংশ, অর্থাৎ নির্দিষ্ট বয়সসীমার মধ্যে স্ত্রীলোকেরাই জন্মদান করতে পারে।

2.5.2 সাধারণ প্রজনন হার (General Fertility Rate বা GFR)

কোন এলাকার সাধারণ প্রজনন হার (GFR) বার করতে হ'লে ঐ এলাকায় নির্দিষ্ট সময়ে মোট জীবন্তজাতক শিশুসংখ্যাকে ঐ এলাকার ঐ সময়ের উর্ব্বরা স্ত্রীলোকসংখ্যা দিয়ে ভাগ করতে হবে। যদি ω_1 ও ω_2 সর্বনিম্ন ও সর্ব্বোচ্চ বয়সসীমা হয় যখন স্ত্রীলোকেরা উর্ব্বরা থাকে ও ${}^fP_x$ ঐ এলাকায় গত জন্মদিন হিসাবে x বয়সের স্ত্রীলোক সংখ্যা হয়, তাহলে সাধারণ প্রজনন হার (GFR) হবে,

$$GFR=\frac{B}{\sum_{\omega_1}^{\omega_2} {}^fP_x}\times 1000 \quad (2.21)$$

এই সাধারণ প্রজননহার একটি সম্ভাবনাত্মক হার। একটি উর্ব্বরা স্ত্রীলোকের কোন নির্দিষ্ট সময়ে একটি শিশু জন্ম দেবার সম্ভাবনা কত, এই হার থেকে তা পাওয়া যাবে। কিন্তু বিভিন্ন বয়সের স্ত্রীলোকদের প্রজনন ক্ষমতা আলাদা। তাই এই সাধারণ প্রজনন হার উর্ব্বরা স্ত্রীলোকদের বয়সগত বিভাজনের উপর নির্ভরশীল। সুতরাং এই হারও

বিভিন্ন এলাকার প্রজননহার তুলনার জন্যে অনুপযুক্ত। ω_1, ω_2 কত হবে সে নিয়ে বিভিন্ন দেশে বিভিন্ন মান ব্যবহৃত হলেও, সাধারণতঃ $\omega_1=15$ ও $\omega_2=49$ নেওয়া হয়।

2.5.3 বয়স-বিশেষিত প্রজনন হার (Age-Specific Fertility Rates)

কোন এলাকার প্রজনন হারের সঠিক ধারণা পেতে হলে বয়স বিশেষিত প্রজননহার নির্ণয় করা প্রয়োজন। যদি $_nB_x$, কোন এলাকার কোন নির্দিষ্ট সময়ে গত জন্মদিন হিসাবে x থেকে $x+n-1$ বয়সের স্ত্রীলোকদের জীবন্ত জাতক সংখ্যা হয় ও $_n^fP_x$ ঐ বয়সী স্ত্রীলোক সংখ্যা হয়, তাহলে বয়স বিশেষিত প্রজননহার $_ni_x$ হবে :

$$_ni_x=\frac{_nB_x}{_n^fP_x}\times 1000\text{ ।} \tag{2.22}$$

যদি 1 বৎসর অন্তর বয়স-বিশেষিত প্রজননহার নির্ণয় করা হয়, তাহলে $n=1$ হবে, তখন প্রজনন হার i_x হ'ল,

$$i_x=\frac{B_x}{^fP_x}\times 1000\text{ ।} \tag{2.23}$$

বয়স-বিশেষিত প্রজনন হার প্রথমের দিকে খুবই কম থাকে, 20 থেকে 30র মধ্যে কোথাও সর্ব্বোচ্চ হয়, তারপর কমে যায়।

2.5.4 সঙ্কলিত প্রজনন হার (Total Fertility Rate বা TFR)

বয়স বিশেষিত প্রজনন হার দুটি এলাকার প্রজননহার তুলনার জন্য খুবই উপযুক্ত। কিন্তু বয়স বিশেষিত প্রজননহারের সংখ্যা অনেক। সুতরাং তুলনাকরলে একটি এলাকায় অন্য এলাকার থেকে কোন কোন হার বড়, আবার অন্যগুলি ছোট হতে পারে। তাই অনেক সময় সবগুলি বয়স বিশেষিত প্রজননহার একত্র করে একটি সঙ্কলিত প্রজননহার নির্ণয় করা প্রয়োজন। সঙ্কলিত প্রজননহার হ'ল বৎসরান্তিক বয়স বিশেষিত প্রজননহারগুলির যোগফল। যদি সঙ্কলিত প্রজননহার TFR হয়, তাহলে

$$TFR=\sum_{\omega_1}^{\omega_2} i_x\text{ ।} \tag{2.24}$$

যদি n বৎসরান্তিক বয়স-বিশেষিত প্রজননহার ব্যবহার করা হয়, তাহলে স্থুলতঃ

$$TFR=n\Sigma_ni_x\text{ ।} \tag{2.25}$$

TFR এর অর্থ হ'ল এইরূপ—যদি 1000 জন উর্ব্বরা স্ত্রীলোক (ω_1 থেকে ω_2 বয়সের), উর্ব্বরাকালের মধ্যে কেউ মারা না যায় ও বর্ত্তমানের বয়স-বিশেষিত প্রজননহার শেষপর্যন্ত অব্যাহত থাকে তাহ'লে তাদের যতজন জীবন্ত শিশু জন্মাবে তাই হ'ল সঙ্কলিত প্রজনন হার।

2.6 ভবিষ্যৎ জনসংখ্যা হ্রাসবৃদ্ধির পরিমাপন

বর্ত্তমান মৃত্যুহার ও জন্মহার থেকে আমরা ভবিষ্যৎ জনসংখ্যার হ্রাসবৃদ্ধি সম্বন্ধে কিছু আভাস পেতে পারি। এজন্য নানাপ্রকার মাপকের অবতারণা করা হয়েছে। নীচে কতগুলি মাপকের আলোচনা করা হচ্ছে।

2.6.1 অশোধিত স্বাভাবিক বৃদ্ধিহার (Crude Rate of Natural Increase)

অশোধিত স্বাভাবিক বৃদ্ধিহার পাওয়া যাবে অশোধিত জন্মহার থেকে অশোধিত মৃত্যুহার বিয়োগ করে। অশোধিত মৃত্যুহার ও জন্মহারে যে সব অসুবিধা রয়েছে, অশোধিত স্বাভাবিক বৃদ্ধিহারেও তা রয়েছে।

2.6.2 জীবনসংক্রান্ত সূচক

জীবনসংক্রান্ত সূচক হ'ল কোন এলাকার মোট জীবন্তজাতক সংখ্যা ও মৃত্যুসংখ্যার ভাগফল।

একই কারণে এটিও জনসংখ্যা হ্রাসবৃদ্ধির উপযুক্ত সূচক নয়।

2.6.3 স্থূল সংজননহার (Gross Reproduction Rate বা GRR)

স্থূল সংজননহার জনসংখ্যা হ্রাসবৃদ্ধির মাপক হিসাবে ব্যবহার করা হয়। যেহেতু বর্ত্তমানের মেয়ে শিশুই ভবিষ্যতের মাতা, জনসংখ্যা হ্রাসবৃদ্ধির মাপক হিসাবে মেয়ে শিশুর জন্মহার ব্যবহৃত হয়। বর্ত্তমানের 1000 মেয়ে শিশু যদি তাদের উর্ব্বরতাকাল পর্যন্ত সবাই বেঁচে থাকে ও বর্ত্তমানের জন্মহার অব্যাহত থাকে তাহলে তারা মোট যত মেয়ে শিশুর জন্ম দেবে তাই স্থূল সংজনন হার। গত জন্মদিন হিসাবে x বয়সী স্ত্রীলোকসংখ্যা যদি ${}^fP_x$ হয় ও ${}^fB_x$ তাদের জাত মেয়ে শিশুর সংখ্যা হয়, তা'হলে x বয়সী মেয়েদের মেয়ে শিশু প্রজননহার (${}^fi_x$) হ'ল,

$$ {}^fi_x = \frac{{}^fB_x}{{}^fP_x} \times 1000 \quad (2.26) $$

তাহ'লে স্থূল সংজনন হার (GRR) হ'বে,

$$GRR = \sum_{\omega_1}^{\omega_2} {}^{f}i_x \text{ ।} \tag{2.27}$$

যদি প্রজননহার n বৎসরান্তিক হয়, তাহ'লে

$$ {}_{n}^{f}i_x = \frac{{}_{n}^{f}B_x}{{}_{n}^{f}P_x} \times 1000 \tag{2.28}$$

ও স্থূল সংজননহার হ'বে, স্থূলতঃ

$$GRR \simeq n \sum {}_{n}^{f}i_x \text{ ।} \tag{2.29}$$

অনেক সময় প্রতি x বয়সী স্ত্রীলোকদের জন্য মেয়ে শিশুর প্রজননহার নাও জানা থাকতে পারে। সেক্ষেত্রে আমরা ধরে নেব, প্রতি x বয়সী স্ত্রীলোকদের জন্যে মেয়ে শিশু ও মোট শিশুর অনুপাত সমান হয়, অর্থাৎ

$$\frac{{}^{f}B_x}{B_x} = \text{ধ্রুবক সংখ্যা, } k \text{ ।}$$

$$\text{তাহ'লে, } k = \frac{\Sigma\, {}^{f}B_x}{\Sigma\, B_x}$$

$$= \frac{{}^{f}B}{B} \text{ ।}$$

$$\text{সুতরাং} \quad {}^{f}B_x = B_x \times \frac{{}^{f}B}{B} \quad \text{ও}$$

$$ {}^{f}i_x = \frac{B_x}{{}^{f}P_x} \times \frac{{}^{f}B}{B}$$

$$= i_x \times \frac{{}^{f}B}{B} \text{ ।}$$

সুতরাং স্থূলতঃ,

$$GRR = \sum_{\omega_1}^{\omega_2} {}^{f}i_x$$

$$=\frac{{}^fB}{B}\sum^{\omega_2} i_x$$

$$=\frac{{}^fB}{B}\times \text{সঙ্কলিত প্রজনন হার ।} \qquad (2.30)$$

কোন এলাকার লিঙ্গ-অনুপাত বলতে বোঝায় মোট জাত পুরুষ সংখ্যা ও নারী সংখ্যার অনুপাত। এই লিঙ্গ-অনুপাত থেকে $\frac{{}^fB}{B}$ অনুপাত সহজেই নির্ণয় করা যাবে।

2.6.4 নীট্ সংজনন হার (Net Reproduction Rate বা NRR)

স্থূল সংজননহার নির্ণয়কালে আমরা ধরেছিলাম যে 1000 নবজাত মেয়ে শিশু উর্ব্বরাকাল পর্য্যন্ত কেউ মারা যাবে না। অর্থাৎ স্ত্রীলোকদের মৃত্যুহার ধরা হয়নি। এই মৃত্যুহার আমরা ঐ এলাকার স্ত্রীলোকদের জীবন সারণী থেকে পেতে পারি। যদি 1000 প্রারম্ভিক সংখ্যা ${}^fl_0$ হয়, তাহ'লে তাদের মধ্যে ${}^fl_x$ সংখ্যা সঠিক বয়স x এ পৌঁছবে। 1000 জন নবজাত মেয়েশিশু তাদের বর্ত্তমান মৃত্যুহার ও প্রজননহার বজায় থাকলে যতজন মেয়েশিশুর জন্ম দেবে তাই নীট্ সংজননহার (NRR)। সুতরাং

$$NRR=\frac{1}{{}^fl_0}\sum^{\omega_2} {}^fl_x\times{}^fi_x$$

$$=\sum_{\omega_1}^{\omega_2} {}^fi_x\ {}_x^fp_0 \text{ ।} \qquad (2.31)$$

${}_x^fp_0$ হ'ল একটি নবজাত মেয়েশিশু সঠিক বয়স x লাভ করার সম্ভাবনা।

যদি n বৎসরান্তিক প্রজননহার দেওয়া থাকে তাহলে নীট্ সংজননহার, স্থূলতঃ,

$$NRR=\frac{1}{{}^fl_0}\Sigma\ {}_n^fi_x\times{}_n^fL_x\ , \qquad (2.32)$$

$${}_{n}^{f}L_x = {}^{f}L_x + {}^{f}L_{x+1} + \ldots + {}^{f}L_{x+n-1}\ ।$$

স্বভাবতঃই নীট্ সংজননহার স্থূল সংজননহারের চাইতে কম হবে। সাধারণতঃ এদের মান 1000 এর কাছাকাছি। অনেক সময় সংজননহার নির্ণয়কালে প্রজননহারে 1000 গুণনীয়কটি বাদ দেওয়া হয়। তখন অবশ্য এদের মান 1 এর কাছাকাছি। নীট্ সংজননহার 1 এর চাইতে বেশী হ'লে বর্ত্তমান মৃত্যুহার ও প্রজনন হার বজায় থাকলে শেষপর্যন্ত লোকসংখ্যা বাড়বে, 1 এর চাইতে কম হ'লে শেষপর্যন্ত লোকসংখ্যা কমবে, ও 1 হলে লোকসংখ্যা হবে স্থিতিশীল।

উদাহরণ 2.4 কোন দেশের 1969 সালের জন্মসংখ্যা মায়ের বয়স অনুসারে সাজান রয়েছে। তার সাথে দেওয়া রয়েছে মায়েদের জনসংখ্যা ও স্ত্রীলোকদের 1969 সালের জীবনসারণীলব্ধ জনসংখ্যা (প্রারম্ভিক সংখ্যা 1000)। ঐ দেশে যদি 1969 সালের মোট জনসংখ্যা 2317496 হয় ও জন্মকালীন লিঙ্গ অনুপাত প্রতি 100 স্ত্রীলোকে 104·9 জন পুরুষ হয়, তাহ'লে (*i*) *CBR*, (*ii*) *GFR*, (*iii*) *TFR* (*iv*) *GRR* ও (*v*) *NRR* নির্ণয় কর :

মায়ের বয়স	স্ত্রীলোক সংখ্যা	ঐ বয়সের মায়েদের শিশু জন্মসংখ্যা	স্ত্রীলোকদের জীবন-সারণীর জনসংখ্যা
15–19	84791	1331	4683·4
20–24	70012	7120	4666·1
25–29	72663	10245	4643·3
30–34	75924	8404	4614·7
35–39	75105	5422	4574·3
40–44	71626	2099	4521·2
45–49	66667	181	4456·3

জন্মহারগুলি নির্ণয়ের জন্য নিম্নলিখিত সঙ্কলনগুলি প্রয়োজন :

সারণী 2.3
সংজনন হার নির্ণয়

মায়ের বয়স	বয়স বিশেষিত জন্মহার =জন্মসংখ্যা / স্ত্রীলোকসংখ্যা	জীবনসারণীর জনসংখ্যা × বয়স-বিশেষিত জন্মহার
15–19	0·0157	73·5
20–24	0·1017	474·5
25–29	0·1410	654·7
30–34	0·1107	510·8
35–39	0·0722	330·3
40–44	0·0293	132·5
45–49	0·0027	12·0
মোট	0·4733	2,188·3

এক্ষেত্রে,

$$CBR=\frac{\text{মোট জন্মসংখ্যা}}{\text{মোট জনসংখ্যা}}$$

$$=\frac{34,802}{2,317,496}\times 1000$$

$$=15\cdot02 \text{ (প্রতি হাজারে) ।}$$

$$GFR=\frac{\text{মোট জন্মসংখ্যা}}{\text{উর্ব্বরা স্ত্রীলোকসংখ্যা}}$$

$$=\frac{34,802}{516,788}\times 1000$$

$$=67\cdot34 \text{ (প্রতি হাজারে) ।}$$

$$TFR = 5 \times 1000 \sum_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\text{জন্মসংখ্যা}}{\text{স্ত্রীলোকসংখ্যা}}$$

$$= 5 \times 473{\cdot}3.$$

$$= 2366{\cdot}5 \text{ (প্রতি হাজারে) ।}$$

$$GRR \simeq \frac{TFR}{1000} \times \frac{\text{জন্মকালীন স্ত্রীলোকসংখ্যা}}{\text{মোট জন্মসংখ্যা}}$$

$$= \frac{TFR}{1000} \times \frac{100}{204{\cdot}9}$$

$$= 1{\cdot}155$$

ও $$NRR = \frac{2188{\cdot}3}{1000} \times \frac{100}{204{\cdot}9}$$

$$= 1{\cdot}068$$

2.7 লজিষ্টিক রেখা (Logistic Curve)

লজিষ্টিক রেখা সাধারণতঃ জনসংখ্যা পরিসংখ্যানের ক্রমগতি সাধনের জন্য ব্যবহৃত হয়। কোন নির্দিষ্ট এলাকায় যদি বসতি সুরু হয় প্রথম স্তরে জনসংখ্যা বৃদ্ধিহার খুব কম থাকে, দ্বিতীয় স্তরে বৃদ্ধিহার ক্রমশঃ বাড়তে থাকে, তৃতীয় স্তরে বৃদ্ধিহার কমে যায় ও চতুর্থ স্তরে বৃদ্ধিহার কমে গিয়ে ক্রমশঃ জনসংখ্যা একটা স্থিতিশীল অবস্থায় এসে যায়।

এই জিনিষটা আমরা আরও পরিষ্কার ভাবে বুঝতে পারব যদি আপেক্ষিক বৃদ্ধিহারের কথা ভাবি। যদি P_t, t সময়ের জনসংখ্যা হয়, তাহলে আপেক্ষিক বৃদ্ধিহার $\frac{1}{P}\frac{dP}{dt}$। লজিষ্টিক রেখায় ধরে নেওয়া হয় এই আপেক্ষিক বৃদ্ধিহার ক্রমশঃ কমতে থাকবে। সহজতম স্বীকরণ হিসাবে আমরা ধরতে পারি

$$\frac{1}{P} \cdot \frac{dP}{dt} = K(L-P) \text{ ।} \qquad (2.33)$$

এখানে L হ'ল জনসংখ্যার সর্ব্বোচ্চ সীমা ও K একটি ধনাত্মক ধ্রুবক সংখ্যা।

তাহ'লে,

$$\frac{dP}{P(L-P)}=Kdt$$

বা, $$\frac{dP}{L}\left(\frac{1}{P}+\frac{1}{L-P}\right)=Kdt$$

বা, $$\frac{dP}{P}+\frac{dP}{L-P}=KLdt \text{ ।}$$

সমাকলন করে, আমরা পাব

$$\log P-\log(L-P)=KLt+C$$

(C একটি সমাকলন-নর্ভ ধ্রুবক),

বা, $$\log\frac{P}{L-P}=KLt+C \text{ ।}$$

ধরা যাক, যখন $t=\beta$, $P=\frac{L}{2}$ হবে ।

সুতরাং $$\log\frac{\frac{L}{2}}{L-\frac{L}{2}}=KL\beta+C$$

বা, $$C=-KL\beta \text{ ।}$$

সুতরাং $$\log\frac{P}{L-P}=KL(t-\beta);$$

বা, $$\log\frac{L-P}{P}=KL(\beta-t)$$

বা, $$\frac{L-P}{P}={}_eKL(\beta-t)$$

বা, $$\frac{L}{P}=1+{}_eKL(\beta-t)$$

বা, $$P=\frac{L}{1+{}_e\beta-t/\alpha} \text{ ।}$$

$$\left(\alpha=\frac{1}{KL} \text{ বসিয়ে}\right) \qquad (2.34)$$

আবার

$$\frac{dP}{dt}=KP(L-P)$$

$$\therefore \quad \frac{d^2P}{dt^2}=K(L-P)\frac{dP}{dt}-KP\frac{dP}{dt}$$

$$=K(L-2P)\frac{dP}{dt}\text{ ।}$$

সুতরাং যখন $P=\frac{L}{2}$, অর্থাৎ $t=\beta$ লজিষ্টিক রেখার ইন্‌ফ্লেক্‌সন্ (inflexion) বিন্দু। ঐ বিন্দুতে লজিষ্টিক রেখা উপরের দিকে অবতল থেকে উত্তলে উন্নীত হয়েছে।

আবার $\frac{dP}{dt}=0$

যখন $P=O$ এবং $P=L$ ।

সুতরাং $P=O$ এবং $P=L$ এই দুইটি রেখার সাথে লজিষ্টিক রেখা ক্রমাসন্নভাবে মিলেছে।

প্রদত্ত জনসংখ্যা রাশিতথ্যের সাথে লজিষ্টিক রেখার সাযুজ্যতা নির্ণয়ের জন্য, প্রদত্ত রাশিতথ্য থেকে লজিষ্টিক রেখাসূত্রের পূর্ণকাঙ্কগুলি (L, β ও α) প্রাক-কলন করা প্রয়োজন। প্রাক-কলনের বিভিন্ন পদ্ধতি রয়েছে। তার থেকে দু'টি পদ্ধতি নীচে আলোচিত হ'ল।

2.7.1 পার্ল (Pearl) ও (Reed)-এর পদ্ধতি

প্রদত্ত রাশিতথ্যকে আমরা নিম্নোক্তভাবে লিখতে পারি

t	P_t
0	P_0
1	P_1
2	P_2
⋮	⋮
$n-1$	P_{n-1}

এই পদ্ধতিতে তিনটি ধ্রুবক L, α ও β এমনভাবে নির্ণয় করতে হবে যাতে লজিষ্টিক রেখাটি তিনটি সময়ের দিক দিয়ে সমদূরবর্তী বিন্দুর (অর্থাৎ প্রথম ও দ্বিতীয় বিন্দুর সময়ের তফাৎ দ্বিতীয় ও তৃতীয় বিন্দুর সময়ের তফাৎ এর সমান) মধ্য দিয়ে যায়। ধরা যাক বিন্দু তিনটি হ'ল (O, P_o), (h, P_h) ও $(2h, P_{2h})$। তাহ'লে, লজিষ্টিক রেখাসূত্রে বসিয়ে আমরা পাব,

$$\left.\begin{aligned} \frac{\beta}{\alpha} &= \log_e\left[\frac{L-P_o}{P_o}\right], \\ \frac{\beta-h}{\alpha} &= \log_e\left[\frac{L-P_h}{P_h}\right] \text{ ও} \\ \frac{\beta-2h}{\alpha} &= \log_e\left[\frac{L-P_{2h}}{P_{2h}}\right]। \end{aligned}\right\} \tag{2.35}$$

(2.35) থেকে আমরা পাব,

$$\left.\begin{aligned} \frac{h}{\alpha} &= \log_e \frac{P_h(L-P_o)}{P_o(L-P_h)} \text{ ও} \\ \frac{2h}{\alpha} &= \log_e \frac{P_{2h}(L-P_o)}{P_o(L-P_{2h})}। \end{aligned}\right\} \tag{2.36}$$

(2.36) থেকে আমরা পাব,

$$\frac{P_{2h}(L-P_o)}{P_o(L-P_{2h})} = \left[\frac{P_h(L-P_o)}{P_o(L-P_h)}\right]^2 ।$$

সরলীকরণের পরে,

$$L = \frac{2P_o P_h P_{2h} - P_h^2(P_o + P_{2h})}{P_o P_{2h} - P_h^2}। \tag{2.37}$$

আবার, $\dfrac{1}{P_o} = \dfrac{1+e^{\beta/\alpha}}{L}$,

$$\frac{1}{P_h} = \frac{1+e^{\beta-h/\alpha}}{L} \text{ ও}$$

$$\frac{1}{P_{2h}}=\frac{1+e^{\beta-2h/\alpha}}{L} \text{ ।}$$

তাহলে $d_1=\frac{1}{P_o}-\frac{1}{P_h}=\frac{e^{\beta/\alpha}(1-e^{-h/\alpha})}{L}$

ও $d_2=\frac{1}{P_h}-\frac{1}{P_{2h}}=\frac{e^{\beta-h/\alpha}(1-e^{-h/\alpha})}{L}$ ।

$\therefore \frac{d_1}{d_2}=e^{h/\alpha}$

বা $\frac{h}{\alpha}=log_e d_1-log_e d_2$

বা $\alpha=\frac{h}{log_e d_1-log_e d_2}$ । (2.38)

আবার $\frac{\beta}{\alpha}=log_e\left[\frac{L}{P_o}-1\right]$

বা $\beta=\alpha\ log_e\left[\frac{L}{P_o}-1\right]$ । (2·39)

(2.37)—(2.39) সূত্রগুলি থেকে আমরা লজিষ্টিক রেখার ধ্রুবক তিনটি নির্ণয় করতে পারব ।

উপরোক্ত পদ্ধতিতে নির্ণীত L, α, βর এইগুলি প্রাথমিক প্রাক-কলক L_o, α_o, β_o ধরে δ_{L_o}, δ_{α_o} ও δ_{β_o} শুদ্ধি মানগুলি আমরা লঘিষ্ঠ বর্গসমষ্টি পদ্ধতিতে নির্ণয় করতে পারি ।

যদি $f(L,\alpha,\beta)=\frac{L}{1+e^{\beta-t/\alpha}}$ হয়,

তাহ'লে, $f(L, \alpha, \beta) \simeq f(L_o, \alpha_o, \beta_o) + \delta_{Lo}\left(\frac{\delta f}{\delta L}\right)_o$

$$+\delta\alpha_o\left(\frac{\delta f}{\delta\alpha}\right)_o + \delta\beta_o\left(\frac{\delta f}{\delta\beta}\right)_o$$

$$= f_o + \delta_{Lo}x + \delta_{\alpha o}y + \delta\beta_o z \text{ ।}$$

$\sum_{i=o}^{n-1}(P_i - foi)^2$-র সর্ব্বনিম্নমান পেতে হ'লে নর্মাল সূত্রগুলি হবে—

$$\Sigma x_i(P_i - f_{oi}) = \delta_{Lo}\,\Sigma\, x_i^2 + \delta_{\alpha o}\,\Sigma\, x_i y_i + \delta\beta_o\,\Sigma\, x_i z_i$$

$$\Sigma y_i(P_i - foi) = \delta_{Lo}\,\Sigma\, x_i y_i + \delta\alpha_o\,\Sigma\, y_i^2 + \delta\beta_o\,\Sigma\, y_i z_i$$

$$\Sigma z_i(P_i - foi) = \delta_{Lo}\,\Sigma\, x_i z_i + \delta\alpha_o\,\Sigma\, y_i z_i + \delta\beta_o\,\Sigma z_i^2 \text{ ।}$$

এক্ষেত্রে

$$x_i = \frac{1}{1+e^{\beta_o - i/\alpha_o}},$$

$$y_i = \frac{L_o}{\left[1+e^{\beta_o - i/\alpha_o}\right]}\, e^{\beta_o - i/\alpha_o} \times \frac{\beta_o - i}{+\alpha_o^2}$$

ও $$z_i = -\frac{L_o}{\left[1+e^{\beta_o - i/\alpha_o}\right]^2} \cdot e^{\beta_o - i/\alpha_o} \cdot \frac{1}{\alpha_o} \text{ ।} \qquad (2.40)$$

এই শুদ্ধি প্রক্রিয়া বার বার করা যেতে পারে যতক্ষণ না মাত্রাগুলি যথেষ্ট শুদ্ধ হয়।

2.7.2 রোড্সের (Rhodes) পদ্ধতি

লজিস্টিক রেখাসূত্র হ'ল

$$P_t = \frac{L}{1+e^{\beta - t/\alpha}}$$

তাহলে, $$\frac{1}{P_t} = \frac{1}{L} + \frac{e^{\beta - t/\alpha}}{L}$$

ও $\frac{1}{P_{i-1}} = \frac{1}{L} + \frac{e^{\beta - i + 1/\alpha}}{L}$ ।

সুতরাং $\frac{1}{P_i} = \frac{1-e^{-1/\alpha}}{L} + e^{-1/\alpha} \cdot \frac{1}{P_{i-1}}$ । (2.41)

যদি $\frac{1}{P_i} = y_i$ and $\frac{1}{P_{i-1}} = x_i$ হয়, তাহ'লে

$$Y_i = A + B x_i,$$

$$A = \frac{1-e^{-1/\alpha}}{L} \text{ ও } B = e^{-1/\alpha} \text{ ।} \tag{2.42}$$

যদি জনসংখ্যা রাশিতথ্য লজিস্টিক নিয়মে ঠিক ঠিক বাড়ে তাহলে y ও x এর মধ্যে সম্পর্ক সঠিকভাবে ঋজুরৈখিক। সঠিক ঋজুরৈখিক সম্পর্ক থেকে বিচ্যুতি x ও y এর ভ্রান্তিজনিত।

সুতরাং A ও B এর প্রাক-কলক হবে,

$$\beta = b = \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} (y_i - \bar{y})^2 \Big/ \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})^2} \tag{2.43}$$

$$\text{ও } \hat{A} = a = \bar{y} - b\bar{x}, \tag{2.44}$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n-1} x_i \,/\, n-1, \quad \text{ও}$$

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^{n-1} y_i \,/\, n-1 = \bar{x} + \frac{1}{n-1}\left(\frac{1}{P_{n-1}} - \frac{1}{P_o}\right) \text{ ।}$$

তাহ'লে $e^{-1/\alpha} = b$

বা [illegible] $-\frac{1}{\alpha}=log_e b$

বা $$\alpha = -\frac{\quad}{log_e b} \tag{2.45}$$

ও $$\frac{1-e^{-1/\alpha}}{r} = a$$

বা $$\frac{1-b}{L} = a$$

বা $$1-b \tag{2.46}$$

পরিশেষে আমরা দেখছি,

$$\beta = \alpha \, log_e \left(\frac{L}{P} - 1 \right) + t$$

$t=0, 1, 2....n-1$ বসিয়ে ও যোগ করে আমরা পাব,

$$n\beta = \alpha \sum_{t=o}^{n-1} log_e \left(\frac{L}{P_t} - 1 \right) + \frac{n-1}{2}$$

বা $$\beta = \frac{\alpha}{n} \sum_{t=o}^{n-1} log_e \left(\frac{L}{P_t} - 1 \right) + \frac{n-1}{2} \text{ ।} \tag{2.47}$$

উদাহরণ 2.5 কোন দেশের আদমসুমারী লব্ধ নিম্নলিখিত জনসংখ্যা তথ্যে Rhodes-এর প্রণালী ব্যবহার করে লজিস্টিক রেখার সাযুজ্য নির্ণয় কর।

বৎসর (t)	জনসংখ্যা ([illegible]) (P_t)
1845	15·2
1855	18·2
1865	24·4
1875	32·8
1885	44·8
1895	62·9

এক্ষেত্রে $t=\dfrac{\text{বৎসর}-1845}{10}$ বসিয়ে,

$$\sum_{t=1}^{5} y_t = \sum_{t=1}^{5} \frac{1}{P_t} = 0{\cdot}1646362,$$

$$\sum_{t=1}^{5} x_t = \sum_{t=0}^{4} \frac{1}{P_t} = 0{\cdot}2145274,$$

$$\Sigma y_t^2 = 0{\cdot}0063791 \text{ ও}$$

$$\Sigma x_t^2 = 0{\cdot}0104547 \text{ ।}$$

সুতরাং, $\sum_{t=1}^{5} (y_t-\bar{y})^2 = \Sigma y_t^2 - (\Sigma y_t)^2/5$

$= {\cdot}0009581$

ও $\sum_{t=1}^{5} (x_t-\bar{x})^2 = \Sigma x_t^2 - (\Sigma x_t)^2/5$

$= 0{\cdot}0012503$ ।

তাহলে, $b=\dfrac{\Sigma(y_t-\bar{y})^2}{\Sigma(x_t-\bar{x})^2} = 0{\cdot}7650723$

ও $a=\bar{y}-b\bar{x} = {\cdot}0001014$ ।

এই মানগুলি $e^{-r}=b$ $(r=1/\alpha)$

ও $L=\dfrac{1-e^{-r}}{a}$ সূত্রে বসিয়ে,

$r=0{\cdot}267785$

ও $L=2316{\cdot}85$ ।

আবার $\beta=\dfrac{1}{6\times r}\sum_{t=0}^{5} \log_e\left(\dfrac{L}{P_t}-1\right)+\dfrac{6-1}{2}$

$=18{\cdot}77545$

সুতরাং লজিস্টিক সাযুজ্য রেখা হ'ল

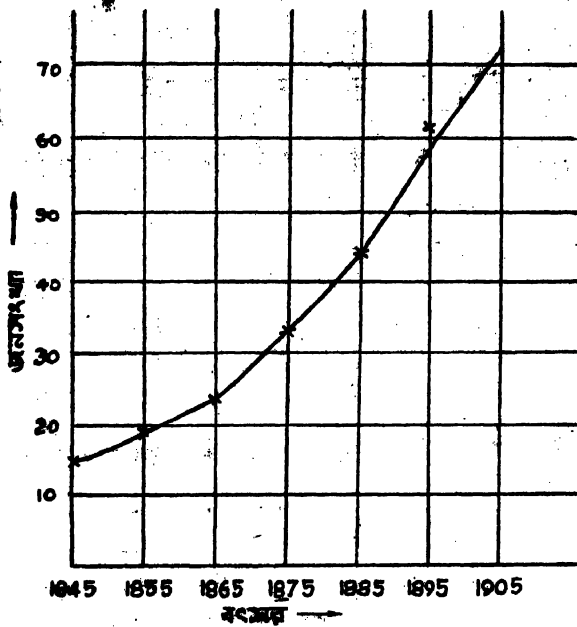
$$P_t = \frac{2316{\cdot}85}{1+e^{0.267785(18.77545-t)}} \text{ ।}$$

সাযুজ্য রেখা থেকে প্রাপ্ত জনসংখ্যাগুলি নিম্ন সারণীতে দেখান হ'ল।

সারণী 2.4

লজিস্টিক সাযুজ্য রেখা থেকে প্রত্যাশিত জনসংখ্যা নির্ণয়।

t	$r(\beta-t)$	$r(\beta-t) \times \log_{10}e$	$e^{r(\beta-t)}$	$\frac{L}{1+e^{r(\beta-t)}}$ =প্রত্যাশিত জনসংখ্যা	আদম সুমারী লব্ধ জনসংখ্যা
0	5·02778	2·183537	152·590	15·08	15·2
1	4·76000	2·067242	116·750	19·68	18·2
2	4·49221	1·950942	89·319	25·65	24·4
3	4·22443	1·834647	68·336	33·41	32·8
4	3·95664	1·718347	52·281	43·48	44·8
5	3·68886	1·602052	39·999	56·51	62·9
6	3·42107	1·485752	30·602	73·31	—

নিম্নে অঙ্কিত লেখচিত্রে লজিস্টিক সাযুজ্য রেখা ও আদমসুমারী লব্ধ জনসংখ্যা দেখান হ'ল।

চিত্র 2.1 লজিস্টিক সাযুজ্যরেখা ও আদমসুমারী লব্ধ জনসংখ্যা

অনুশীলনী

2.1 দুটি জায়গার মৃত্যুহার অশোধিত মৃত্যুহারের সাহায্যে সঠিক-ভাবে তুলনা করা সম্ভব নয় কেন তা আলোচনা কর। এই প্রসঙ্গে প্রমানীকৃত মৃত্যুহার কিভাবে নির্ণয় করা যায় ?

2.2 পূর্ণ জীবন-সারনীতে কি কি বিষয়ে তথ্য থাকে ? বয়স বিশেষিত মৃত্যুহার থেকে কিভাবে পূর্ণ জীবন-সারণী প্রস্তুত করা যায় ?

2.3 উপযুক্ত স্বীকরণ সাপেক্ষে নিম্নলিখিত সূত্রগুলি নির্ণয় কর :

$$(1) \quad q_x = \frac{2m_x}{2+m_x}$$

$$(2) \quad L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2} = l_x - \tfrac{1}{2}d_x$$

2.4 স্থূল সংজনন হার ও নীট্ সংজনন হারের সংজ্ঞা নির্দেশ কর। সংজনন হারকে কতদূর জনসংখ্যা বৃদ্ধির সূচক বলা যায়।

দেখাও যে নীট্ সংজনন হার স্থূল সংজনন হারের চেয়ে বড় হ'তে পারে না।

2.5 কতগুলি উপযুক্ত স্বীকরণের সাহায্যে লজিষ্টিক রেখা নির্ণয় কর। লজিষ্টিক সাযুজ্য রেখা কি কি পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়। একটি পদ্ধতি আলোচনা কর।

2.6 নিম্নলিখিত সারনীতে সমগ্র ভারতের ও একটি শিল্পাঞ্চলের 1931 সালের জনসংখ্যা ও বয়স বিশেষিত মৃত্যুহার দেওয়া হ'ল। প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষ পদ্ধতিতে প্রমানীকৃত মৃত্যুহার নির্ণয় কর :

বয়স	ভারত		শিল্পাঞ্চল	
	জনসংখ্যা (000)	মৃত্যুহার (প্রতি হাজারে)	জনসংখ্যা	মৃত্যুহার (প্রতি হাজারে)
0–1	5349	219·4	5027	202·3
1–5	21086	57·2	21402	5·3
5–10	23796	12·7	50	20·0
10–15	21573	8·5	41	—
15–20	16040	11·0	64	—
20–30	31781	15·2	75403	5·4
30–40	25765	23·8	81101	9·2
40–50	17485	34·7	72011	13.7
50–60	10181	48·3	5117	30·1
60–70	4905	73·1	—	—
70 ও তদূর্ধ্ব	2245	156·4	—	—
	180205		260216	

উ: প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে 14·56 (প্রতি হাজারে)
পরোক্ষ পদ্ধতিতে 13·81 (প্রতি হাজারে)

2·7 ভারতীয় পুরুষদের জন্য (1951—60) নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে $x=10$ থেকে $x=20$র জন্য পূর্ণ জীবন-সারণী প্রস্তুত কর। $l_{10}=75206$ ও $e_0^0=45{\cdot}21$ ধরা যেতে পারে।

x	$1000\, q_x$
10	3·00
11	3·01
12	3·30
13	3·91
14	4·83
15	4·97
16	5·05
17	5·12
18	5·20
19	5·27
20	5·33

2.8 নিম্নলিখিত সারণীতে গ্রামীণ ভারতের মাতাদের প্রজনন হার (1957-58) ও ভারতীয় নারীদের জীবন-সারণী লব্ধ জনসংখ্যা দেওয়া হ'ল। নারী ও পুরুষ জাতকের অনুপাত 49·5 : 50·5 ধরে নিয়ে স্থূল সংজনন হার (*GRR*) ও নীট্ সংজনন হার (*NRR*) নির্ণয় কর :

বয়স	বয়স বিশেষিত প্রজনন হার (হাজার প্রতি)	জীবন-সারণী লব্ধ জনসংখ্যা
15-19	143·9	3608
20-24	263·6	3508
25-29	244·3	3392
30-34	188·3	3197
35-39	127·9	2914
40-44	49·6	2602
45-49	17·6	2291

উঃ $GRR = 2{\cdot}562$, $NRR = 1{\cdot}691$

2.9 কোন দেশের আদমসুমারী লব্ধ জনসংখ্যা নিম্নে দেওয়া হ'ল। (ক) Pearl ও Reed এর পদ্ধতিতে ও (খ) Rhodes এর পদ্ধতিতে লজিষ্টিক সাযুজ্যরেখা নির্ণয় কর ও লজিষ্টিক রেখা থেকে প্রত্যাশিত জনসংখ্যা নির্ণয় কর। লজিষ্টিক সাযুজ্য রেখা ও আদমসুমারী লব্ধ জনসংখ্যা লেখচিত্রের সাহায্যে দেখাও।

বৎসর	জনসংখ্যা (মিলিয়নে)
1851	18·00
1861	24·10
1871	31·15
1881	40·00
1891	52·10
1901	65·01
1911	78·15
1921	93·00
1931	105·75
1941	125·21
1951	135·70
1961	152·80

সহপাঠ্য পুস্তকাবলী

[1] Anderson, J. L & Dow, J. B. *Construction of Mortality and other Tables* (Ch. 9, 18, 20). Cambridge Univ. Press, 1952.

[2] Benjamin, B. *Elements of Vital Statistics* (Chs. 4-6). G. Allen & Unwin, 1959.

[3] Goon, A. M., Gupta, M. K. & DasGupta, B. *Fundamentals of Statistics*, vol-2 (Ch. 22). World Press, 1972.

[4] Pearl, R. *Introduction to Medical Biometry and Statistics* (Chs. 7-9, 18). Saunders, 1940.

[5[Rhodes, E. C. "*Population Mathematics—III*", Journal of Royal Stat. Soc., 103, pp 362-87, 1940.

[6] Spiegelman, M. *Introduction to Demography* (Ch. 2-5, 9, 12). Society of Actuaries, 1955.

[7] Spurgeon, E. F. *Life Contingencies.* Cambridge Univ. Press, 1932.

তৃতীয় পরিচ্ছেদ

মনোবিদ্যা ও শিক্ষায় রাশিবিজ্ঞানের প্রয়োগপদ্ধতি
(Statistical Methods in Psychology and Education)

3.1 সূচনা :

মনোবিজ্ঞানের যে অংশে মনের বিভিন্ন ধর্ম বা সামর্থ্য—যথা ব্যক্তিত্ব (personality), প্রতিন্যাস (attitude), মতামত (opinion), প্রবণতা (aptitude)—প্রভৃতি মাপার পদ্ধতি আলোচিত হয় তাকে মনোবিজ্ঞান সম্পর্কিত রাশিবিজ্ঞান (psychological statistics) বা মনোমিতি (psychometry) বলা হয়। মনোবিজ্ঞান সম্পর্কিত রাশিবিজ্ঞানের যে অংশে শিক্ষাগত ব্যুৎপত্তি মাপার পদ্ধতি আলোচিত হয় তাকে শিক্ষাসম্পর্কিত রাশিবিজ্ঞান বলা হয়। বর্তমান অধ্যায়ে শিক্ষাসম্পর্কিত রাশিবিজ্ঞান বিশেষভাবে আলোচিত হবে।

শিক্ষাগত ব্যুৎপত্তি নির্ণয়ের জন্য সাধারণতঃ আমরা বিভিন্ন বিষয়ের উপরে পরীক্ষা বা টেষ্ট (test) গ্রহণ করি। পরীক্ষাগুলি ব্যক্তি-নিরপেক্ষ বা ব্যক্তি-সাপেক্ষ দুইই হতে পারে। পরীক্ষায় নম্বর যদি পরীক্ষকের উপর নির্ভরশীল হয় তাকেই ব্যক্তি-সাপেক্ষ পরীক্ষা বলে, আর পরীক্ষকের উপর নির্ভরশীল না হ'লে ব্যক্তি-নিরপেক্ষ। পরীক্ষালব্ধ নম্বর দিয়ে কিন্তু পরীক্ষার্থীদের পরস্পর তুলনা করা যায় না, অথবা একই পরীক্ষার্থীর বিভিন্ন বিষয়ে নম্বরও তুলনীয় নয়। একটি পরীক্ষায় 50 থেকে 70 নম্বর পেতে হলে যত বেশী সামর্থ্য (ability) প্রয়োজন, 70 থেকে 90 পেতে তার চেয়ে বেশী সামর্থ্য প্রয়োজন হ'তে পারে। আবার বাংলায় 50 নম্বর ও অঙ্কে 50 নম্বর সমান সামর্থ্যের পরিচায়ক না হতে পারে। সুতরাং শিক্ষাগত ব্যুৎপত্তির তুলনামূলক বিচার বা বিভিন্ন বিষয়ে ব্যুৎপত্তির একটি সংযুক্ত মান পেতে হ'লে ঐ নম্বরগুলিকে একটি সামর্থ্যগত মাপনামাত্রায় (scale) পরিবর্তিত করতে হবে। এই পদ্ধতিকে [illegible] পদ্ধতি (scaling procedure) বলে। সাধারণ ফুটরুল বা পদার্থবিদ্যাগত স্কেল থেকে মনোবিজ্ঞানগত স্কেলের তফাৎ এই যে এতে কোন পরম শূন্যবিন্দু (absolute zero point) নেই। এই মাত্রা দিয়ে আমরা বিভিন্ন পরীক্ষার্থীর সামর্থ্যগত আপেক্ষিক (relative) মান মাত্র পেতে পারি।

3.2 বিভিন্ন মাত্রানিরূপণ পদ্ধতি

অধিকাংশ মাত্রা নিরূপণ পদ্ধতিতে আমাদের স্বীকরণ হ'ল নির্দিষ্ট মানসিক ধর্ম ও সামর্থ্যের নিবেশন নর্ম্যাল। মাত্রার শূন্যবিন্দু ও একক সুবিধামত গৃহীত হয়, কিন্তু মাত্রার একক মাত্রাটির সর্বত্র অপরিবর্তিত থাকবে। আমরা নীচে কয়েকটি প্রয়োজনীয় ক্ষেত্রে মাত্রা নিরূপণ পদ্ধতি আলোচনা করব।

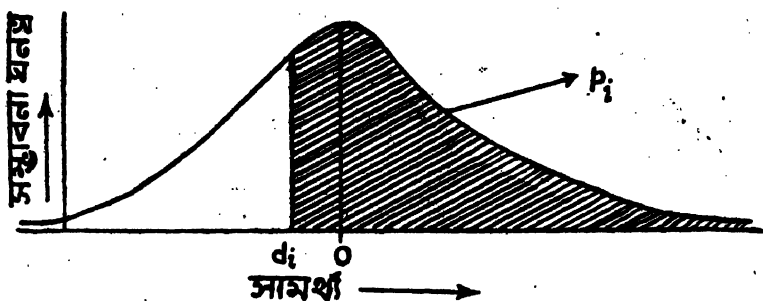
3.2.1 টেষ্ট আইটেমের কাঠিন্যের মাপনামাত্রা (Scaling of difficulty of test-items)

কোন টেষ্ট হয়ত অনেকগুলি আইটেম (item) নিয়ে গঠিত। বহু পরীক্ষার্থী টেষ্টটি গ্রহণ করেছে। আইটেমগুলি ব্যক্তি-নিরপেক্ষ—প্রশ্নোত্তর-গুলি হয় পুরোপুরি ঠিক না হয় পুরোপুরি ভুল। প্রতিটি আইটেম কতজন পরীক্ষার্থী সঠিকভাবে উত্তর দিয়েছে তার আনুপাতিক মান জানা আছে। আমাদের স্বীকরণ হ'ল যে মানসিক সামর্থ্য (x) আমরা টেষ্ট আইটেমগুলির সাহায্যে মাপতে চাই সেটির নিবেশন নর্ম্যাল—গড় μ ও সমক পার্থক্য σ। আমরা ইচ্ছাকৃতভাবে শূন্যবিন্দু μ কে ধরলাম। অর্থাৎ $\mu=0$।

p_i যদি i-তম আইটেমের সাফল্যতার অনুপাত হয়, অর্থাৎ i-তম আইটেম p_i আনুপাতিক পরীক্ষার্থী সঠিক উত্তর জানে, তাহলে p_i কে আইটেমের কাঠিন্যতার সূচক হিসাবে ধরা যায়। p_i র মান যত বেশী, আইটেমটি তত সহজ। কিন্তু p_i কোন মাত্রা নয়। যদি চারটে আইটেম যথাক্রমে 90%, 85%, 80% ও 75% পরীক্ষার্থী সঠিক উত্তর জানে, তাহলে প্রথম আইটেম দ্বিতীয় আইটেম থেকে যত সহজ, তৃতীয় আইটেম চতুর্থ আইটেম থেকে তত সহজ নাও হ'তে পারে।

নর্ম্যাল নিবেশন স্বীকরণের সাহায্যে আমরা p_i র মাত্রাগত মান নির্ণয় করতে পারি। গড় 0 ও সমক পার্থক্য σ যুক্ত নর্ম্যাল নিবেশনে আমরা এমন একটি বিন্দু বার করব যার ডানদিকের ক্ষেত্র হ'ল p_i। ধরা যাক এটা হ'ল $k_i\,\sigma$। তাহলে সামর্থ্যগত মাত্রায় অন্ততঃ $k_i\,\sigma$ সামর্থ্য থাকলে তবেই আইটেমটি সঠিকভাবে উত্তর করা যাবে। তাহ'লে মাপনামাত্রায় $k_i\,\sigma$ হ'ল আইটেমটির কাঠিন্যতার মান (d_i), যেক্ষেত্রে

$$\int_{k_i}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, e^{-x^2/2\sigma^2}\, dx = p_i$$

বা $$\int_{h_i}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz = p_i \qquad (3.1)$$

চিত্র 3.1 সাফল্যতার অনুপাত থেকে কাঠিন্যতার মাত্রা মান নির্ণয়

উদাহরণ 3.1 কোন টেস্টে 4টি আইটেম *A, B, C* ও *D* যথাক্রমে 20%, 40%, 70% ও 90% পরীক্ষার্থী সঠিকভাবে উত্তর করেছিল। আইটেম্ *A* ও *B* এর কাঠিন্যের পার্থক্যের সঙ্গে আইটেম্ *C* ও *D* এর কাঠিন্যের পার্থক্য তুলনা কর।

সামর্থ্যের নিবেশন নর্ম্যাল ধরলে, চারটি আইটেমের কাঠিন্যের (d) মাপক হ'ল—

$$d_A = 0{\cdot}84\sigma,$$
$$d_B = 0{\cdot}25\sigma,$$
$$d_C = -{\cdot}52\sigma$$
ও $$d_D = -1{\cdot}28\sigma \text{ ।}$$

আইটেম্ *A* ও *B* এর কাঠিন্যের পার্থক্য $=0{\cdot}59\sigma$

ও আইটেম্ *C* ও *D* এর কাঠিন্যের পার্থক্য $=0{\cdot}76\sigma$

সুতরাং, $$\frac{\text{আইটেম্ } A \text{ ও } B \text{ এর কাঠিন্যের পার্থক্য}}{\text{আইটেম্ } C \text{ ও } D \text{ এর কাঠিন্যের পার্থক্য}} = {\cdot}78$$

3.2.2 বিভিন্ন টেস্টে স্কোরের মাত্রা নিরূপণ (Scaling of test scores)

শিক্ষাক্ষেত্রে পরীক্ষার্থীদের ব্যুৎপত্তি নিরূপণে বিভিন্ন টেস্টের ব্যবহারের

কথা বলা হয়েছে। তাছাড়া আমরা দেখেছি অশোধিত নম্বরগুলি একই টেস্টে বিভিন্ন পরীক্ষার্থীদের তুলনার কাজে বা সব টেস্ট মিলিয়ে একটি সংযুক্ত মান নির্ণয় করে পরীক্ষার্থীদের মানানুক্রমে সাজানর কাজে লাগান চলেনা। তার আগে অশোধিত নম্বরগুলি একটি বিশেষ মাপনা-মাত্রা অনুযায়ী পরিশোধিত করে নিতে হবে। বিভিন্ন স্বীকরণের সাহায্যে আমরা মাত্রা নিরূপনের বিভিন্ন পদ্ধতি পেতে পারি।

শততমক মাত্রা নিরূপণ পদ্ধতি

এই পদ্ধতিতে আমাদের স্বীকরণ হ'ল—সামর্থ্যের নিবেশন আয়ত। তাহ'লে অশোধিত নম্বরকে শততমক নম্বরে পরিবর্তিত করলে, শততমক নম্বরই মাত্রার মান হবে। কোন পরীক্ষার্থীর কোন টেস্টে নম্বর x হ'লে ঐ টেস্টে ঐ পরীক্ষার্থীর শততমক অবস্থান (P_p) বা শততমক নম্বর হ'ল

P_p=ঐ টেস্টে সকল পরীক্ষার্থীদের মধ্যে শতকরা কতজনের অশোধিত নম্বর অনধিক x। (3.2)

নম্বরের বিভাজন থেকে যে কোন নম্বর x এর P_p মান নির্ণয় করা যেতে পারে। নির্ণয় কালে অবশ্যই x কে অবিচ্ছিন্ন চলক হিসাবে ধরতে হবে। x যদি একটি অখণ্ড সংখ্যা হয়, ইহা $x-\frac{1}{2}$ থেকে $x+\frac{1}{2}$ পর্যন্ত যে কোন নম্বরের প্রতিনিধিস্থানীয়।

শততমক অবস্থান (P_p) কে x এর সঙ্গে বসিয়ে যে লেখচিত্র হয় তাকে অনেকসময় শততমক রেখা (Percentile curve) বলে।

চিত্র 3.2 একটি সাধারণ শততমক রেখা।

$$\text{বা} \int_{-\infty}^{\frac{T-50}{10}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy = \frac{P_p}{100} \text{ ।} \qquad (3.4)$$

এই মাত্রামানকে বলা হয় T-মান বা T-নম্বর (T-score) । *Mc* Call নামক মনোবিদ এই পদ্ধতির উদ্ভাবক। দুই নামজাদা মনোবিদ্ Terman ও Thorndyke এর আদ্যক্ষর অনুযায়ী এই মাত্রা নিরূপণ পদ্ধতির এই নাম ।

সমতুল মান পদ্ধতি (Method of equivalent scores)

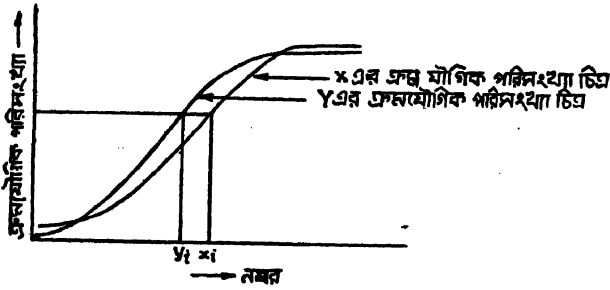
এই পদ্ধতিতে সামর্থ্য নিবেশন সম্পর্কে কোন স্বীকরণ নেই। এখানে X ও Y দুটি টেস্টের অশোধিত নম্বরকে যদি একই মাত্রায় পরিবর্ত্তিত করতে হয়, তাহলে যে কোন একটিকে (ধরা যাক X) প্রমাণ ধরে অন্যটির (Y) নম্বরের জন্য প্রথমটির সমতুল মান নির্ণয় করা হয়। সমতুল নম্বর পাওয়া গেলে তুলনামূলক বিচার ও সমষ্টি নির্ণয় করা সম্ভব হবে।

ধরা যাক ক্রমগতি সাধনের সাহায্যে আমরা পেলাম যে xএর সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক $f(x)$ yএর $f(y)$ । তাহলে দুটি টেস্টের নম্বর x_i ও y_i সমতুল হবে যদি x_i পর্য্যন্ত $f(x)$এর ক্ষেত্র y_i পর্যন্ত $f(y)$ এর ক্ষেত্রের সমান হয়। অর্থাৎ

$$\int_{-\infty}^{x_i} f(x)dx = \int_{-\infty}^{y_i} f(y)dy \text{ ।} \qquad (3.5)$$

প্রকৃত ক্ষেত্রে (x_i, y_i) এর অনেকগুলি যুগ্মমান নির্ণয় করে তাদের ক্রমগতিসাধনের সাহায্যে $x=h(y)$এর মত একটি সমতুল সূত্র পেতে পারি। ঐ সূত্র থেকে y এর যে কোন মানের জন্য সমতুল x-মান পাওয়া যাবে।

x ও y এর অশোধিত নম্বর থেকেও আমরা স্থূলতঃ সমতুল মান পেতে পারি। একই লেখচিত্রে যদি আমরা x ও y এর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা চিত্র (ogive) আঁকি, তাহলে দুটি নম্বর x_i ও y_i সমতুল হবে যদি তাদের জন্য ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা সমান হয়।

দুইএর বেশী টেস্ট থাকলেও একইভাবে যে কোন একটিকে প্রমাণ টেস্ট ধরে অন্যগুলির নম্বরের জন্য প্রমাণ টেস্টের সমতুল মান নির্ণয় করতে হবে।

চিত্র 3.3 ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা চিত্র থেকে সমতুল মান নির্ণয়। উপরের চিত্রে x_i ও y_i সমতুল।

উদাহরণ 3.2 দুটি বিষয়ে 250 জন ছাত্রের নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন ও তিনটি ছাত্রের নম্বর নিম্নে দেওয়া হ'ল :

ছাত্র	বিষয় 1	বিষয় 2
1	45	55
2	50	50
3	55	45

দুটি বিষয় মিলিয়ে ছাত্র তিনটির মানক্রম নির্ণয় কর : (1) তাদের শততমক মান যোগ করে, (2) তাদের z-মান যোগ করে ও (3) তাদের T-মান যোগ করে।

পরের পৃষ্ঠায় দেওয়া পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা থেকে আমরা সহজেই শততমক মান নির্ণয় করতে পারি। এক্ষেত্রে,

অশোধিত নম্বর	শততমক মান	
	বিষয় 1	বিষয় 2
45	39·8	67·0
50	55·6	80·0
55	71·2	87·4

মান	পরিসংখ্যা	
	বিষয় 1	বিষয় 2
0—10	0	4
10—20	3	18
20—30	12	40
30—40	45	73
40—50	79	65
50—60	78	37
60—70	26	12
70—80	5	1
80—90	2	0
90—100	0	0
	250	250

সুতরাং,

ছাত্র তিনটির শততমক মান যোগ করে মানক্রম হ'ল—

ছাত্র	শততমক মান			মানক্রম
	বিষয় 1	বিষয় 2	যোগফল	
1	39·1	87·4	127·2	3
2	55·6	80·0	135·6	2
3	71·2	67·0	138·2	1

আবার, বিষয়দুটি (ধরা যাক x ও y)র গড় ও সমক পার্থক্য হ'ল—

$\bar{x}=48{\cdot}00$ $\quad s_x=11{\cdot}94$

$\bar{y}=38{\cdot}64$ $\quad s_y=13{\cdot}44$

সুতরাং, ছাত্র তিনটি z মান যোগ করে মানক্রম হ'ল—

ছাত্র	z মান			মানক্রম
	বিষয় 1	বিষয় 2	যোগফল	
1	47·49	62·17	109·66	3
2	51·67	58·45	110·12	2
3	55·86	54·73	110·59	1

শততমক মানগুলিকে T-মানে পরিবর্ত্তিত করলে পাওয়া যাবে :-

অশোধিত নম্বর	নর্ম্যাল নিবেশনে অশোধিত নম্বর পর্যন্ত ক্ষেত্রফল		T-মান	
	বিষয় 1	বিষয় 2	বিষয় 1	বিষয় 2
45	·398	·670	47·4	54·4
50	·556	·800	51·4	58·4
55	·712	·874	55·6	61·5

সুতরাং T-মান অনুযায়ী ছাত্রতিনটির মানক্রম হ'ল—

ছাত্র	T-মান			মানক্রম
	বিষয় 1	বিষয় 2	যোগফল	
1	47·4	61·5	108·9	3
2	51·4	58·4	109·8	2
	55·6	54·4	110·0	1

3.2.3. মূল্যায়ণ (rating) ও মানক্রম (ranking)এর মাত্রানিরূপণ

যখন পরীক্ষককে পরীক্ষার্থীদের দক্ষতা, ব্যক্তিত্ব, প্রয়োগকুশলতা প্রভৃতি বিষয়ে মূল্যায়ন করতে বলা হয় তখন তিনি সাধারণত: A, B; C, D, E অক্ষর মূল্যায়ণ বা খুব ভাল, ভাল, মাঝামাঝি, খারাপ, খুব খারাপ এইভাবে কথার সাহায্যে মূল্যায়ন করে থাকেন। সাধারণতঃ একাধিক পরীক্ষক থাকেন ও তাদের মূল্যায়নে পার্থক্য থাকা সম্ভব। সব পরীক্ষকের মূল্যায়ন একত্র করে সংযুক্ত মূল্যায়ন কী করে করা যাবে? এর জন্য ঐ মূল্যায়নের মাত্রা নিরূপণ করা প্রয়োজন। মাত্রা নিরূপণের জন্য লিকার্ট (Likert) এর পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এই পদ্ধতিতে আমাদের স্বীকরণ হ'ল এই যে সামর্থ্য নিবেশন নর্ম্যাল, গড় 0 ও সমক পার্থক্য 1। মূল্যায়নের পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে প্রতিটি মূল্যায়নের আনুপাতিক পরিসংখ্যা পাওয়া যাবে। ঐ অনুপাত থেকে আমরা x_1 ও x_2 সামর্থ্যের দুটি মান বার করতে পারব যার ভেতরে থাকলে একজন পরীক্ষার্থী কোন নির্দিষ্ট মূল্যায়ন পাবে। তাহলে ঐ মূল্যায়নের মাত্রামান হবে x_1 থেকে x_2 পর্যন্ত যাদের সামর্থ্য তাদের গড় সামর্থ্য। অর্থাৎ

$$\text{মাত্রা মান} = \int_{x_1}^{x_2} x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx \Big/ \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx.$$

$$= \frac{\left[-\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \right]_{x_1}^{x_2}}{\int_{-\infty}^{x_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx - \int_{-\infty}^{x_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx}$$

$$= \frac{\phi(x_1) - \phi(x_2)}{\Phi(x_2) - \Phi(x_1)} \text{।} \qquad (3\cdot6)$$

এক্ষেত্রে $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ ও $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$ ।

অপরপক্ষে যদি পরীক্ষক পরীক্ষার্থীদের সামর্থ্য অনুসারে মানক্রম (rank) দেন তাহলে এই মানক্রমগুলির মাত্রানিরূপণ করতে হবে।

প্রথমতঃ মানক্রমের থেকে শততমক মানক্রম (PR) নির্ণয় করতে হবে।

R মানক্রমের শততমক (PR)=শতকরা যতজন R মানক্রম বা তার নীচের মানক্রম পেয়েছে।

$$=100-\frac{100(R-\frac{1}{2})}{n} \qquad (3.7)$$

এখানে R মানক্রম $R-\frac{1}{2}$ থেকে $R+\frac{1}{2}$ পর্যন্ত যে কোন মানের প্রতিনিধিত্ব করছে ধরা হয়েছে।

যদি সামর্থ্য নিবেশন আয়ত ধরা হয় তাহলে শততমক মানক্রমই মাত্রামান হবে। যদি সামর্থ্য নিবেশন নর্ম্যাল, গড় 0 সমল পার্থক্য 1 ধরা হয়, তাহলে R মানক্রমের মাত্রামান (K) পাওয়া যাবে নিম্নলিখিত সূত্র থেকে :

$$\int_{-\infty}^{K} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx = \frac{PR}{100} \text{।} \qquad (3.8)$$

উপরের আলোচনায় কোন যৌথ মানক্রম (tie) নেই ধরা হয়েছে। যৌথ মানক্রম থাকলে, PR মান পাওয়া যাবে মানক্রমগুলির পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে।

মতামত, প্রবণতা প্রভৃতি নির্ণায়ক প্রশ্নপত্রে উত্তরগুলি সাধারণতঃ গুণগত হয়—যথা হ্যা / না বা সবিশেষ স্বীকার / স্বীকার / মতামত নেই / অস্বীকার / সবিশেষ অস্বীকার প্রভৃতি। এক্ষেত্রেও উত্তরগুলির মাত্রামান নির্ণয় করতে হ'লে Likert এর পদ্ধতি ব্যবহার করা যেতে পারে।

উদাহরণ 3.3 কোন মতামত সম্পর্কিত সমীক্ষায় 100 জন ব্যক্তির মতামত থেকে নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজন পাওয়া গেল। মতামতগুলির নর্ম্যাল নিবেশনের সাহায্যে মাত্রামান নির্ণয় কর :

বিশেষভাবে স্বপক্ষে	স্বপক্ষে	মতামত নেই	বিপক্ষে	বিশেষভাবে বিপক্ষে
4	22	38	28	8

বিপক্ষ মতামতকে মাত্রামান নিবেশনের নীচের দিকে ধরে নিলে ও নিবেশনটি নর্ম্যাল ধরে নিলে আমরা মাত্রামান নিরূপণের জন্য নিম্নোদ্ধৃত সারণীটি তৈরী করতে পারি।

সারণী 3.1

মতামতের মাত্রামান নির্ণয়

মতামত (1)	মতামতটিতে নর্ম্যাল নিবেশনের ক্ষেত্রফল $\Phi(x_2)-\Phi(x_1)$ (2)	মতামতটির নীচের ক্ষেত্রফল $\Phi(x_1)$ (3)
বিশেষভাবে বিপক্ষে	0·08	0
বিপক্ষে	0·28	0·08
মতামত নেই	0·38	0.36
স্বপক্ষে	0·22	0·64
বিশেষভাবে স্বপক্ষে	0·04	0·96

মতামতটির নিম্ন মানসীমা x_1 (4)	মতামতটির উচ্চ মানসীমা x_2 (5)	নিম্ন মানসীমার অক্ষরেখার দৈর্ঘ্য $\phi(x_1)$ (6)
$-\infty$	—1·41	0
—1·41	—0·36	·1476
—0·36	0·64	·3739
0·64	1·75	·3251
1·75	∞	·0863

উচ্চ মানসীমার অক্ষরেখার দৈর্ঘ্য $\phi(x_2)$ (7)	মাত্রামান $= \dfrac{\phi(x_1)-\phi(x_2)}{\Phi(x_2)-\Phi(x_1)}$ (৪)
·1476	—1·84
·3739	—·81
·3251	·13
·0863	1·09
0	2·16

3.2·3. বিচার মাপনা মাত্রা

যখন কতিপয় পরীক্ষার্থীর কোন হাতের কাজ—যেমন, হাতের লেখা, আঁকা ছবি প্রভৃতি পরীক্ষা করতে হয় সাধারণতঃ কয়েকজন পরীক্ষক সেগুলি পরীক্ষা করেন। তাদের সকলের বিচার একত্র করে হাতের কাজগুলির মাত্রানিরূপণ করাই আমাদের আলোচ্য বিষয়।

এই মাত্রানিরূপণের বিভিন্ন পদ্ধতি রয়েছে। এখানে আমরা Thurstone এর যুগ্ম তুলনা (Paired comparison) পদ্ধতি আলোচনা করব। ধরা যাক N জন বিচারক Kটি হাতের কাজ পরীক্ষা করবেন। হাতের কাজগুলি যুগ্মভাবে গ্রহণ করলে মোট $\dfrac{K(K-1)}{2}$ টি জুটি হবে। প্রতিটি জুটি প্রতিজন বিচারক বিচার করে বলবেন কোনটি ভাল। ধরা যাক i–তম কাজকে j-তম কাজ থেকে ভাল বলেছেন আনুপাতিক P_{ij} বিচারক। স্বভাবতঃই $P_{ij}=1-P_{ji}$। P_{ii} ধরা হবে ·50। শেষ পর্যন্ত আমরা একটি P_{ij} ম্যাট্রিক্স পাব—

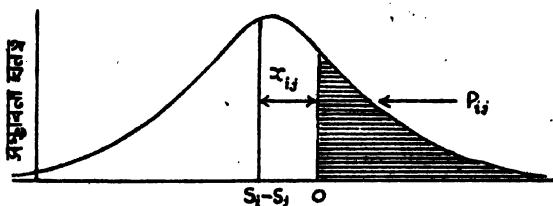
কাজ

কাজ	1	2	3	.. ..	K
1	P_{11}	P_{21}	P_{31}	.. ..	P_{k1}
2	P_{12}	P_{22}	P_{32}	.. ..	P_{k2}
3	P_{13}	P_{23}	P_{33}	.. ..	P_{k3}
⋮	⋮	⋮	⋮		
K	P_{1k}	P_{2k}	P_{3k}	.. ..	P_{kk}

ধরা যাক্ i-তম ও j-তম কাজের বিচার পার্থক্যের (T) নিবেশন নর্ম্যাল, গড় $S_i - S_j$ (কাজ দুটির মাত্রামানের পার্থক্য) ও সমক পার্থক্য σ_{i-j} । তাহলে

$$P_{ij} = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma_{i-j}\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{T-(S_i-S_j)}{\sigma_{i-j}}\right]^2} dT$$

$$= \int_{-(S_i-S_j)/\sigma_{i-j}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\tau^2/2}\, d\tau \text{ ।}$$

সুতরাং $S_i - S_j = -x_{ij}\, \sigma_{i-j}$ । (3·9)

→ বিচার পার্থক্য

চিত্র 3.4. নর্ম্যাল নিবেশন থেকে মাত্রামানের পার্থক্য নির্ণয় ।

x_{ij} হ'ল যৌন নর্ম্যাল চলকের (নর্ম্যাল চলক, যার গড় 0 সমক পার্থক্য 1) সেই বিন্দু যার ডান দিকের ক্ষেত্র P_{ij} ।

প্রতিটি কাজের বিচারের নিবেশনের সমক পার্থক্য অভিন্ন σ ধরলে ও যে কোন দুটি কাজের বিচার যদি সহগতিশূন্য হয়, তাহলে

$$\sigma_{i-j}=\sigma\sqrt{2}=\text{ধ্রুবক সংখ্যা।}$$

এই মাপনামাত্রায় যদি $\sigma\sqrt{2}$ কে 1 ধরা যায়, তাহলে

$$S_i-S_j=-x_{ij}\ ।$$

শেষ পর্যন্ত আমরা (S_i-S_j) ম্যাট্রিক্স পাব—

	কাজ				
	1	2	3	....	K
1	S_1-S_1	S_2-S_1	S_3-S_1	....	S_k-S_1
2	S_1-S_2	S_2-S_2	S_3-S_2	....	S_k-S_2
কাজ 3	S_1-S_3	S_2-S_3	S_3-S_3	....	S_k-S_3
	⋮	⋮	⋮	⋮	
K	S_1-S_k	S_2-S_k	S_3-S_k	....	S_k-S_k
কলমের গড়	S_1-$\bar{S}$	S_2-$\bar{S}$	S_3-$\bar{S}$	....	S_k-$\bar{S}$

কলমের গড়গুলি হ'ল $\bar{S}$ থেকে S_1, S_2 .. S_k এর পার্থক্য', $\bar{S}=\frac{1}{K}\Sigma S_i$ ।

যদি আমরা মাত্রার শূন্য বিন্দু $\bar{S}$ এ নেই, তাহলে কলম গড়ই মাত্রামান নির্দেশ করবে। অপরপক্ষে যে কাজের জন্য কলম গড় সর্বনিম্ন, তার মাত্রামান O ধরলে, অন্যান্য মাত্রামানগুলি সহজেই নিরূপণ করা যাবে।

উদাহরণ 3.4. কোন এলাকার বেতার শ্রোতাদের একটি 50 আকারের নমুনা থেকে (1) রাগসংগীত (2) লোকসংগীত (3) রবীন্দ্রসংগীত ও (4) আধুনিক সংগীতের জনপ্রিয়তা যুগ্ম তুলনা পদ্ধতিতে নির্ণয় করা হ'ল। নিম্নে P_{ij} (আনপাতিক কতজন শ্রোতা i-তম সংগীতকে j-তম সংগীত

থেকে পছন্দ করে) ম্যাট্রিক্স দেওয়া হ'ল। চার প্রকার সংগীতের মাত্রামান নির্ণয় কর :

P_{ij} ম্যাট্রিক্স
সংগীত প্রকার

	j \ i	1	2	3	4
সংগীত প্রকার	1	—	·67	·83	·92
	2	·33	—	·76	·87
	3	·17	·24	—	·81
	4	·08	·13	·19	—

প্রতিটি যুগ্ম বিচার পার্থক্যের নিবেশন নর্ম্যাল (গড় 0 ও সমক পার্থক্য σ) ধরলে আমরা উপরের ম্যাট্রিক্স থেকে মাত্রামানের পার্থক্য নির্ণয় করতে পারি :

মাত্রামানের পার্থক্য $S_i - S_j$
সংগীত প্রকার

	j \ i	1	2	3	4
সংগীত প্রকার	1	0	·44	·95	1·41
	2	—·44	0	·71	1·13
	3	—·95	—·71	0	·88
	4	—1·41	—1·13	—·88	0
কলম গড়		— ·70	— ·35	·20	·86

যদি আমরা মাত্রামানগুলির গড়কে শূন্যবিন্দু ধরি তাহলে কলম গড়গুলিই চারপ্রকার সংগীতের মাত্রামান। যদি 1 নম্বর সংগীতের মাত্রামানকে শূন্যবিন্দু ধরা হয়, তাহলে চারপ্রকার সংগীতের মাত্রামান যথাক্রমে,

0, ·35, ·90 ও 1·56.

3.3 টেস্ট তত্ত্ব

3.3.1 ঋজুরৈখিক মডেল (Linear Model)

টেস্ট তত্ত্বে বলা হয়েছে যে আমরা কোন টেস্ট ব্যবহার করে কোন ব্যক্তির কোন সামর্থ্য মাপতে চাই, কিন্তু টেস্টে ঐ ব্যক্তির প্রাপ্তমান ব্যক্তির যথার্থ সামর্থ্যের মান নয়, প্রতিক্ষেত্রে কিছু না কিছু মাপনাভ্রান্তি থাকে। স্বীকরণ হিসাবে টেস্ট তত্ত্বে নিম্নলিখিত ঋজুরৈখিক মডেল ব্যবহৃত হয়—

$$x_i = t_i + e_i \qquad (3.10)$$

যেক্ষেত্রে,

$x_i = i$-তম ব্যক্তির টেস্টমান

$t_i = i$-তম ব্যক্তির যথার্থ সামর্থ্যমান

$e_i =$ মাপনা ভ্রান্তি।

টেস্ট তত্ত্বে আরও ধরা হয় যে যদি টেস্টটি অসীম সংখ্যক (ব্যবহারিক ক্ষেত্রে বহু) ব্যক্তির উপর ব্যবহার করা হয়, তাহলে

$$\mu_e = 0$$

$$\rho_{te} = 0$$

$$\rho_{e_g e_h} = 0, \text{ যদি } g \text{ ও } h \text{ দুটি টেস্ট হয়।} \qquad (3.11)$$

যদিও (3.11) এর সূত্রগুলি অসীমসংখ্যক ব্যক্তির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য, ব্যবহারিক ক্ষেত্রে প্রদত্ত নমুনার জন্যও সূত্রগুলি প্রযোজ্য ধরা হয়।

3.3.2 সমান্তরাল টেস্টসমূহ (Parallel tests)

দুটি টেস্ট g ও h কে সমান্তরাল হতে হ'লে, প্রথমতঃ,

$$t_{ig} = t_{ih} \quad i = 1, 2, \ldots n \text{ এর জন্য} \qquad (3.12)$$

অর্থাৎ প্রতিটি ব্যক্তির যথার্থ সামর্থ্যমান দুটি টেস্টেই সমান। দুটি টেস্ট সমান্তরাল হ'লে তার যে কোনটি ব্যবহার করা চলে।

দ্বিতীয়তঃ দুটি টেস্ট g ও h সমান্তরাল হ'লে,

$$\sigma_{eg} = \sigma_{eh} \qquad (3.13)$$

যেহেতু $\mu_e=0, \mu_x=\mu_t$ । (3.12) থেকে—

$\mu_{tg}=\mu_{th}$, $\sigma_{tg}=\sigma_{th}$ ও $\rho_{tgth}=1$ । যেহেতু $\sigma_x^2=\sigma_t^2+\sigma_e^2$

$$\left.\begin{aligned} \text{সুতরাং } & \mu_{xg}=\mu_{xh} \\ \text{ও } & \sigma_{xg}=\sigma_{xh} \text{ ।} \end{aligned}\right\} \quad (3.14)$$

(3.14) থেকে আমরা পাচ্ছি যে দুটি সমান্তরাল টেস্টের অশোধিত নম্বরের গড় ও সমক পার্থক্য সমান হবে ।

যদি দুইএর অধিক সমান্তরাল টেস্ট হয় (যথা g, h ও k) তাহলে

$$\mu_{xg}=\mu_{xh}=\mu_{xk}$$

$$\text{ও } \sigma_{xg}=\sigma_{xh}=\sigma_{xk} \text{ ।}$$

আবার,

$$\rho_{x_gx_h}=\frac{Cov(x_g, x_h)}{\sigma_{xg} \cdot \sigma_{xh}}$$

$$=\frac{Cov(t_g, t_h)+Cov(t_g, e_h)+Cov(t_h, e_g)+Cov(e_g, e_h)}{\sigma_{xg}\ \sigma_{xh}}$$

$$=\frac{Cov(t_g, t_h)}{\sigma_{xg}\ \sigma_{xh}} \quad \text{(অন্যান্য সহভেদমানগুলি শূন্য হওয়ায়)}$$

$$=\frac{P_{t_gt_h}\ \sigma_{tg}\ \sigma_{th}}{\sigma_{xg}\sigma_{xh}}$$

$$=\frac{\sigma_{tg}^2}{\sigma_{xg}^2} \quad \text{(যেহেতু } \sigma_{t_g}=\sigma_{t_h},\ \sigma_{x_g}=\sigma_{x_h}, \text{ ও } \rho_{t_gt_h}=1 \text{)}$$

$$=\text{ধ্রুবক সংখ্যা ।} \quad (3.15)$$

সুতরাং সমান্তরাল টেস্ট তিনটির জন্য

$$\rho_{x_gx_h}=\rho_{x_gx_k}=\rho_{x_hx_k} \text{ ।} \quad (3.16)$$

তিনটি বা তদধিক সমান্তরাল টেস্টের জন্যে অশোধিত নম্বরের গড়, সমক পার্থক্য ও সহগাঙ্ক সমূহ সমান হবে । এছাড়াও টেস্টগুলির

গঠনশৈলী, আইটেমসমূহের প্রকৃতি প্রভৃতি ব্যাপারেও টেস্টগুলি অভিন্ন হওয়া চাই।

3.3.3. টেস্টের নির্ভরযোগ্যতা (Reliability) ও ভ্রান্তি ভেদমান (পরিমাপনের সমক ভ্রান্তি) (Standard Error of Measurement)

একটি টেস্টের নির্ভরযোগ্যতা বলতে বোঝায় টেস্টটি কতটা একই অবস্থায় বারংবার ব্যবহার করা হ'লে একই ব্যক্তি একই মান পাবে। টেস্টটির নির্ভরযোগ্যতা মাপা হয় ঐ টেস্ট ও তার সমান্তরাল কোন টেস্টের অশোধিত নম্বরের সহগাঙ্ক দিয়ে। টেস্ট gর নির্ভরযোগ্যতা মাপা হয় $\rho_{x_g x_h}$ দিয়ে, যদি h, g এর সমান্তরাল টেস্ট হয়। টেস্ট gর নির্ভরযোগ্যতা লেখা হয় ρ_{gg} দিয়ে।

(3.15) থেকে আমরা পাই

$$\rho_{gg}=\frac{\sigma_{tg}^2}{\sigma_{xg}^2}=1-\frac{\sigma_{eg}^2}{\sigma_{xg}^2}\quad। \qquad [\text{ যেহেতু } \sigma_x^2=\sigma_t^2+\sigma_e^2] \tag{3.17}$$

সম্পূর্ণ ভেদমানের যে অনুপাতিক অংশ যথার্থ সামর্থ্যমানের ভেদমান তাকেই নির্ভরযোগ্যতা বলা যেতে পারে।

ভ্রান্তি ভেদমান হ'ল কোন টেস্টের ভ্রান্তিমান (e_i) সমূহের ভেদমান বা σ_e^2। (3.17) থেকে আমরা পাই

$$\sigma_{eg}^2=\sigma_{xg}^2(1-\rho_{gg}), \tag{3.18}$$

এক্ষেত্রে, $\sigma_{eg}^2=g$ টেস্টের ভ্রান্তি ভেদমান,

$\sigma_{xg}^2=g$ টেস্টের অশোধিত মানের ভেদমান

ও $\rho_{gg}=g$ টেস্টের নির্ভরযোগ্যতা।

ভ্রান্তি ভেদমানের বর্গমূল বা σ_e কে পরিমাপনের সমক ভ্রান্তি (SEM) বলা হয়।

$$SEM=\sigma_{eg}=\sigma_{xg}\sqrt{1-\rho_{gg}} \tag{3·19}$$

3.3.4 নির্ভরযোগ্যতার বাস্তব প্রাক্কলন (Estimation of test reliability)

বাস্তবক্ষেত্রে কোন টেস্টের নির্ভরযোগ্যতা প্রাক্কলনের তিনটি পদ্ধতি রয়েছে—(1) সমান্তরাল টেস্ট পদ্ধতি, (2) পরীক্ষণ-পুনঃপরীক্ষণ পদ্ধতি ও (3) টেস্ট দ্বিখণ্ডন পদ্ধতি।

সমান্তরাল টেষ্ট পদ্ধতি (Parallel test method)

এই পদ্ধতিতে টেস্টটি প্রস্তুতের সময় একটি সমান্তরাল টেস্টও প্রস্তুত করতে হবে। তারপর দুটি টেস্ট একই সঙ্গে বা উপযুক্ত সময়ের ব্যবধানে একই পরীক্ষার্থীদের উপর ব্যবহার করতে হবে। দুটি টেস্টের অশোধিত নম্বরের সহগাঙ্ক হ'ল টেস্টটির নির্ভরযোগ্যতার পরিমাপক।

পরীক্ষণ-পুনঃপরীক্ষণ পদ্ধতি (Test-retest method)

এই পদ্ধতিতে টেস্টটি একই পরীক্ষার্থীদের উপরে উপযুক্ত সময়ের ব্যবধানে পুনঃ ব্যবহৃত হয়। সময়ের ব্যবধান সামান্য হ'লে স্মৃতিশক্তির বিশেষ ফল পুনঃপরীক্ষালব্ধ মানে পড়বে না। সময়ের ব্যবধান অত্যধিক হ'লে পরীক্ষার্থীদের ইতিমধ্যে অনেকখানি জ্ঞানবৃদ্ধি ঘটতে পারে। এখানেও দুটি পরীক্ষণে লব্ধ নম্বরের সহগাঙ্ক হ'ল টেস্টটির নির্ভরযোগ্যতার পরিমাপক।

টেষ্ট দ্বিখণ্ডন পদ্ধতি (Split-half method)

এই পদ্ধতিতে টেস্টটিকে সমান দুইভাগে ভাগ করা হয়। একভাগে বিজোড় সংখ্যাযুক্ত আইটেম, অন্যভাগে জোড় সংখ্যাযুক্ত আইটেম রাখা যেতে পারে। অপরপক্ষে ভাগ হ'তে পারে যৌক্তিকতার ভিত্তিতে যাতে দুটিভাগ সমান্তরাল হয়। দুটি ভাগে লব্ধ নম্বরের সহগাঙ্ক অর্ধটেস্টের নির্ভরযোগ্যতার পরিমাপক। পূর্ণ টেস্টটির নির্ভরযোগ্যতা (r_{11}) অর্ধটেস্টের নির্ভরযোগ্যতা $(r_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}})$ থেকে Spearman-Brown এর নিম্নলিখিত সূত্র থেকে পাওয়া যায়—

$$r_{11}=\frac{2r_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}}{1+r_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}} \quad (3.20)$$

Kuder ও Richardson আইটেম ভেদমান ও টেস্ট ভেদমানের সাহায্যে নির্ভরযোগ্যতার মাপার একটি সূত্র বার করেন—

$$r_{GG}=\frac{k}{k-1}\times\frac{S_x^2-\sum_{g=1}^{k}s_g^2}{s_x^2} \quad (3.21)$$

$r_{GG}=k$ আইটেমযুক্ত টেস্টটির নির্ভরযোগ্যতা
$s_x^2=$ টেস্ট নম্বরের ভেদমান
$s_g^2=g$-তম আইটেম নম্বরের ভেদমান।

যদি আইটেম নম্বর 1 বা 0 হয়, তাহলে $s_g^2=p_g(1-p_g)$, p_g হ'ল gতম আইটেমে যে অনুপাত পরীক্ষার্থী সঠিক উত্তর জানে। সেক্ষেত্রে

$$r_{GG}=\frac{k}{k-1}\left[\frac{s_x^2-\Sigma p_g(1-p_g)}{s_x^2}\right]। \qquad (3.22)$$

যদি প্রতিটি আইটেমের p–মান সমান হয়, তাহলে

$$r_{GG}=\frac{k}{k-1}\left[1-\frac{\bar{x}-\bar{x}/k}{s_x^2}\right], \qquad (3.23)$$

$\bar{x}$ হ'ল টেস্টটির নম্বরের গড়।

3.3.5 টেস্ট সঙ্গতি (Test Validity)

টেস্ট সঙ্গতির অর্থ টেস্টটি যে সামর্থ্য মাপার জন্য তৈরী ও ব্যবহৃত হয়েছে, আসলে তা মাপছে কিনা। টেস্ট সঙ্গতি মাপতে হ'লে সামর্থ্য মাপার জন্য উপযুক্ত নিরিখ খুঁজে বার করতে হ'বে। অনেকসময় বিচারকদের দেওয়া কাজের মুল্যায়ন এই নিরিখ হ'তে পারে, আবার কখনও অন্য কোন পরীক্ষায় লব্ধ নম্বরও নিরিখ হিসাবে নেওয়া যায়। টেস্ট নম্বর ও নিরিখ নম্বরের সহগাঙ্কই টেস্টসঙ্গতির পরিমাপক।

3.4 বুদ্ধিপরীক্ষা ও ধীসূচক ভাগফল (Intelligence tests and Intelligence Quotient)

বুদ্ধি বা ধী বলতে বোঝায় সম্পর্কযুক্ত গঠনমূলক চিন্তাশক্তি, যার সাহায্যে আমরা আমাদের অভীষ্ট সিদ্ধি লাভ করতে পারি। Spearman এর দ্বি-উপাদানতত্ত্ব অনুযায়ী আমাদের সবরকম মানসিক সামর্থ্যে একটি সাধারণ উপাদান (g-উপাদান) ও একটি বিশিষ্ট উপাদান (s–উপাদান বর্তমান থাকে। ঐ সাধারণ উপাদানকে ধীশক্তি বলা যেতে পারে।

শারীরতত্ত্বের সাহায্যে ধীশক্তির ব্যাখ্যানের সবরকম চেষ্টাই ব্যর্থ হয়েছে। একথা প্রায় নিঃসংশয়ে বলা যায় যে শারীরিক কোন মাপের সঙ্গে বুদ্ধির কোন সম্পর্ক নেই।

বুদ্ধি মাপার জন্য ক্রমশঃ বুদ্ধি পরীক্ষার উদ্ভাবন হয়েছে। ফরাসী বৈজ্ঞানিক Binet ব্যক্তিগত বুদ্ধি পরীক্ষার জন্য টেষ্ট তৈরী করেন।

বুদ্ধি পরীক্ষায় সাধারণতঃ নিম্নোক্ত বিষয়গুলি থাকে—(1) সমার্থক ও বিপরীতার্থক শব্দ, (2) বিভিন্ন শ্রেণী বিভাগ, (3) সম্পর্ক নির্ণয়, (4) সংখ্যাসারি ইত্যাদি। Binetএর বুদ্ধি পরীক্ষার বিভিন্ন পরিবর্তিত বা পরিমার্জিত রূপ বিভিন্ন দেশে ব্যবহৃত হচ্ছে। আমেরিকাতে সামরিক বিভাগে ভর্তির জন্য সমষ্টিগতভাবে বুদ্ধিপরীক্ষা গ্রহণের প্রচলন হয়েছে। বুদ্ধিপরীক্ষা আবার ভাষাগত ও ভাষাহীন দুইপ্রকারের হয়। ভাষাগত পরীক্ষায় প্রশ্নসমূহ ভাষায় প্রকাশিত হয়, ভাষাহীন পরীক্ষায় প্রশ্নসমূহ প্রকাশিত হয় বিভিন্ন বস্তুর মাধ্যমে।

বুদ্ধিপরীক্ষা তৈরী করার পরে তা ব্যবহার করে তার নির্ভরযোগ্যতা ও সংগতি সম্পর্কে নিশ্চিন্ত হতে হবে। কোন পরীক্ষার্থীর বুদ্ধিপরীক্ষার মান নির্ণয়ের জন্য বিভিন্ন সমগ্রকের নমুনা থেকে গড়, শততমক, সমক পার্থক্য প্রভৃতি নিরূপণ করতে হবে। Binet এই প্রসঙ্গে প্রথমে পরীক্ষার্থীর মানসিক বয়স নির্ণয় করতেন। তার জন্যে প্রতিটি প্রশ্ন কোন বয়সের উপযোগী সেই হিসাবে ভাগ করা হয়। প্রশ্নটির যারা সঠিক উত্তর দিচ্ছে তাদের গড় বয়স প্রশ্নটি কোন বয়সের উপযোগী তা নির্ণয়ে সাহায্য করে। কোন পরীক্ষার্থী যদি 5 বছরের উপযোগী সব প্রশ্ন, 6 বছরের উপযোগী $\frac{3}{5}$ অংশ প্রশ্ন, 7 বছরের উপযোগী $\frac{1}{5}$ অংশ প্রশ্ন সঠিক উত্তর করে, তাহলে তার মানসিক বয়স হ'ল $5+\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=5{\cdot}8$। কোন ব্যক্তির জন্মগত বয়স (chronological age) যদি x হয় ও তার মানসিক বয়স y হয়, তাহলে তার মানসিক অনুপাত (mental ratio)

হ'ল $\frac{y}{x}$ ও তার ধীসূচক ভাগফল (intelligence quotient) বা *I.Q.*

হ'ল $100\times\frac{y}{x}$ ।

বুদ্ধি পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে এই ধীসূচক ভাগফলের নিবেশন নর্ম্যাল ও গড় 100 এর কাছাকাছি। পিতামাতার বুদ্ধির উপর সন্তানের বুদ্ধি নির্ভরশীল। বুদ্ধি সাধারণতঃ 16/17 বছর বয়স পর্যন্ত বাড়ে, তারপর আর বাড়েনা। বুদ্ধি পুরুষের মেয়েদের তুলনায় বেশী এমন কোন কথা নেই। তবে কোন কোন ধরণের কাজে বুদ্ধি বেশী প্রয়োজন একথা সত্যি। জীবিকার পথ নির্ণয়, বিষয় নির্বাচন, কর্মী নির্বাচন, শিশুদের বুদ্ধি বিচার বা মানসিক বৈকল্য নির্ণয় প্রভৃতি কাজে বুদ্ধি পরীক্ষার প্রচুর ব্যবহার দেখা যায়।

অনুশীলনী

3.1 শিক্ষা ও মনোবিজ্ঞানে ব্যবহৃত নিম্নলিখিত বিষয়গুলির সংজ্ঞা নিরূপন কর :

মাপনামাত্রা, মাত্রামান, টেস্ট, টেস্টের নির্ভরযোগ্যতা ও সঙ্গতি, বুদ্ধিপরীক্ষা ও ধীসূচক ভাগফল।

3.2 বিদ্যালয়ে ব্যবহৃত টেস্টসমূহের নম্বরের তুলনামূলক বিচার ও সংযুক্তমান নির্ণয়ের পদ্ধতিগুলি আলোচনা কর। পদ্ধতিগুলির পেছনে যে সব স্বীকরণ রয়েছে তা ব্যক্ত কর।

3.3 বিভিন্ন বিচারকের দেওয়া মানক্রম বা অক্ষর মূল্যায়নের মাত্রামান নির্ণয়ের পদ্ধতি স্বীকরণ সহ বিশ্লেষণ কর।

3.4 কোনো মনোবিজ্ঞান ও শিক্ষাবিষয়ক টেস্টের নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয়ের পদ্ধতিগুলি আলোচনা কর।

3.5 বুদ্ধি পরীক্ষার সাহায্যে কিভাবে বুদ্ধি মাপা হয় - তা ব্যাখ্যা কর।

3.6 তিনটি আইটেম A, B ও C যথাক্রমে 25%, 60% ও 70% পরীক্ষার্থী সঠিকভাবে উত্তর করেছে। যদি একটি আইটেম C থেকে তত সহজ হয়, যত B, A থেকে সহজ, তাহলে সেই আইটেমটি শতকরা কতজন পরীক্ষার্থী সঠিকভাবে উত্তর করবে ?

উত্তর : 92·5%

3.7 নিম্নে তিনটি টেস্ট A, B ও C এর পরিসংখ্যা বিভাজন দেওয়া হ'ল। যদি কোন ছাত্র টেস্ট তিনটিতে যথাক্রমে 25, 35 ও 45 পায় তাহলে তার সংযুক্ত (ক) শততমক মান, (খ) z-মান ও (গ) T-মান নির্ণয় কর :

[illegible]	পরিসংখ্যা		
	টেস্ট A	টেস্ট B	টেস্ট C
0–10	7	10	2
10–20	17	11	4
20–30	25	12	10
30–40	8	9	22
40–50	3	8	12

উত্তর : সংযুক্ত শততমক মান=236

z মান=173·4

T-মান=174·6

3.8 100 জন পরীক্ষার্থীকে দুজন শিক্ষক অক্ষর মূল্যায়ন A, B, C, D ও E দিলেন (A মূল্যায়ন সর্বোৎকৃষ্ট ও E মূল্যায়ন সর্বনিকৃষ্ট) । নিম্নে মূল্যায়নের পরিসংখ্যা বিভাজন দেওয়া হ'ল :

মূল্যায়ন	পরিসংখ্যা বিভাজন	
	শিক্ষক 1	শিক্ষক 2
A	28	18
B	24	31
C	35	27
D	9	15
E	4	9

তিনটি ছাত্র S_1, S_2 ও S_3-র মানক্রম কি হবে যদি তাদের অক্ষর মূল্যায়ন নিম্নরূপ হয়—

	অক্ষর মূল্যায়ন	
ছাত্র	শিক্ষক 1	শিক্ষক 2
S_1	A	C
S_2	D	B
S_3	C	C

উত্তর : মাত্রামানের যোগফল $S_1=0{\cdot}74$, $S_2=-0{\cdot}94$, $S_3=-2{\cdot}48$

3.9 10 জন ছাত্রের 10টি আইটেমে নম্বর (0 বা 1) দেওয়া হ'ল। টেস্ট দ্বিখণ্ডন পদ্ধতিতে (এক অর্ধে জোড় সংখ্যা বিশিষ্ট আইটেম ও অন্য অর্ধে বিজোড় সংখ্যা বিশিষ্ট আইটেম নিয়ে) টেস্টটির নির্ভর যোগ্যতা নির্ণয় কর :

ছাত্র	আইটেম সংখ্যায় নম্বর									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
2	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0
3	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1
4	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
5	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0
6	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0
7	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1
8	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
9	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0
10	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1

উত্তর : 0.39

5.10. যদি অর্ধটেস্টের নির্ভরযোগ্যতা 0·70 হয় তাহলে পূর্ণ টেস্টের নির্ভরযোগ্যতা কত? পূর্ণ টেস্টের নির্ভরযোগ্যতা 0·95 হতে হ'লে অর্ধটেস্টের নির্ভরযোগ্যতা কত হওয়া প্রয়োজন?

উত্তর : 0·82, 0·90.

সহপাঠ্য পুস্তকাবলী

[1] Bose, P. K. & Chowdhury, S.B. 'Scaling Procedures in Scholastic and vocational tests', *Sankhya*, 15. pp 197–206, 1955.

[2] Garrett, H. E. *Statisiics in Psychology and Education* (Chs 4, 12, 13). Vakils, Feffer and Simons, 1965.

[3] Goon, A, M., Gupta, M. K. and Das Gupta B. *Fundamentals of Statistics*, vol—II, (Ch. 23). Wold Press, 1971.

[4] Guilford, J. P. *Psychometric Methods* (Chs 7, 8, 11, 13, 14). Mc-Graw-Hill, 1954.

[5] Gulliksen, H. *Theory of Mental tests* (Chs 2. 7, 8). John Wiley, 1950.

[6] Knight. R. *Intelligence and Intelligence tests* (Chs 2, 3, 5, 8). Methuen, 1959.

চতুর্থ পরিচ্ছেদ
রাশিবিজ্ঞানসম্মত গুণনিয়ন্ত্রণ
(Statistical Quality Control)

4.1 সূচনা

কোন কারখানায় অবিচ্ছিন্নভাবে প্রস্তুত মালের রাশিবিজ্ঞানসম্মত উপায়ে গুণ রক্ষণ করাকে বলে রাশিবিজ্ঞানসম্মত গুণনিয়ন্ত্রণ। প্রস্তুত করা মালের প্রতিটি সমান গুণসম্পন্ন হওয়া সম্ভব নয়—পার্থক্য অবশ্যম্ভাবী। এই পার্থক্যের একটা অংশ প্রস্তুতপ্রণালীতে স্বাভাবিক বলে ধরা হয় এবং সে পার্থক্য কমানো বা সারানো সম্ভব নয়। কখনও কখনও ঐ পার্থক্যের মধ্যে একটা অংশ থাকে যা কমানো বা সারানো সম্ভব। গুণনিয়ন্ত্রণের প্রধান কাজ হ'ল নিয়ন্ত্রণযোগ্য পার্থক্যকে অনিয়ন্ত্রিত পার্থক্য থেকে আলাদা করে ফেলা। যখনই প্রস্তুতপ্রণালীতে নিয়ন্ত্রণযোগ্য পার্থক্য থাকে সঙ্গে সঙ্গে তা জানা ও পার্থক্যের কারণগুলি আবিষ্কার করে তা দূরীভূত করাও গুণনিয়ন্ত্রণ পদ্ধতির অন্তর্ভুক্ত।

প্রস্তুতপ্রণালীতে নিয়ন্ত্রণযোগ্য পার্থক্যের কারণগুলি দূরীভূত করে আমরা ত্রুটীযুক্ত মালের অনুপাত যাতে খুব বেশী না হয় তা দেখতে পারি। একে বলা হয় প্রণালী নিয়ন্ত্রণ। অপরপক্ষে আমরা দেখতে পারি যাতে প্রস্তুত মালের বিভিন্ন লটে ত্রুটীযুক্ত মালের অনুপাত বেশী না হয়। একে বলা হয় লট্ (Lot) নিয়ন্ত্রণ বা প্রস্তুতকরা মাল নিয়ন্ত্রণ। প্রণালী নিয়ন্ত্রণ ঠিকমত করা হলেও কোন বিশেষ লটে হয়তঃ ত্রুটীযুক্ত মালের অনুপাত বেশী হতে পারে। প্রণালী নিয়ন্ত্রণের জন্য নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। লট্ নিয়ন্ত্রণের জন্য ব্যবহার করা হয় নমুনাবীক্ষণ পদ্ধতি।

4.2 বিভিন্ন গুণমাপক (Different Quality Measurers)

আমরা কাঁচামাল, মধ্যবর্তী (intermediate) মাল বা তৈরী (finished) মাল যে কোন জিনিসের গুণনিয়ন্ত্রণ করতে পারি। গুণ বলতে ঐ বস্তুর যে কোন বৈশিষ্ট্য হতে পারে। অনেক গুণবৈশিষ্ট্য সংখ্যাগতভাবে মাপা যায়—যথা, একটা ববিনের ব্যাস, একটা স্ক্রুর দৈর্ঘ্য বা ব্যাসার্ধ, সুতোর টেনসাইল শক্তি (tensile strength), কোন ঔষধে কোন রাসায়নিক পদার্থের অনুপাত প্রভৃতি। এসব ক্ষেত্রে

গুণমাপকগুলি অবচ্ছিন্ন—চলক। গুণমাপকগুলি বিচ্ছিন্ন চলকও হতে পারে—যথা, কোন বস্তুতে ত্রুটীর সংখ্যা।

অনেক সময় গুণবৈশিষ্ট্য সংখ্যাগতভাবে মাপা সম্ভব হয়না বা মাপা সম্ভব হলেও কষ্টসাধ্য বা বহু চলক মাপা প্রয়োজন হয়। সেক্ষেত্রে গুণবৈশিষ্ট্যকে গুণ লক্ষণের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। যথা, কোন বস্তুকে ত্রুটীযুক্ত (defective) বা ত্রুটীমুক্ত এই দুই শ্রেণীতে ভাগ করা হয়। কোন বস্তুতে এক বা একাধিক ত্রুটী (defect) থাকলেই তা ত্রুটীযুক্ত হয়।

4.3 বিচারপ্রসূত গুচ্ছাংশ (Rational Subgroup) ও নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র পদ্ধতি (Control Chart Technique)

আমেরিকান বৈজ্ঞানিক W.A. Shewhart প্রণালী নিয়ন্ত্রণের জন্য নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র পদ্ধতির উদ্ভাবন করেন। এই পদ্ধতির সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ অংশ হ'ল বিচারপ্রসূত বা সুচিন্তিত গুচ্ছাংশ নির্ণয়। এই গুচ্ছাংশ নির্বাচনের মূলসূত্র হ'ল এই যে অন্তঃগুচ্ছাংশ পার্থক্য শুধু অনিয়ন্ত্রিত কারণের জন্যে হবে ও নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ যদি থাকে তা শুধু আন্তঃ. গুচ্ছাংশ পার্থক্যে। কোন গুচ্ছাংশে প্রস্তুত মাল একই অন্তঃসম সমগ্রকের অন্তর্ভুক্ত। বিভিন্ন গুচ্ছাংশে প্রস্তুত মাল বিভিন্ন অন্তর্বিষম সমগ্রকের অন্তর্ভুক্ত হতে পারে ও তাদের পার্থক্যের কারণসমূহ নিয়ন্ত্রণযোগ্য ও গুণ নিয়ন্ত্রণ পদ্ধতির তাই উদ্দেশ্য।

গুচ্ছাংশ নির্বাচনের সবচেয়ে সুবিধাজনক উপায় হ'ল প্রস্তুতপ্রণালীর ক্রম থেকে। বিভিন্ন যন্ত্রে প্রস্তুত মাল, বিভিন্ন অপারেটর দ্বারা প্রস্তুত মাল বিভিন্ন গুচ্ছাংশের অন্তর্ভুক্ত হবে। আবার একই যন্ত্র, একই অপারেটর দ্বারা প্রস্তুত বিভিন্ন সময়ের (যথা, প্রতি আধঘণ্টা বা প্রতিঘণ্টা অন্তর) মাল বিভিন্ন গুচ্ছাংশের অন্তর্ভুক্ত হবে।

তাহ'লে প্রণালী নিয়ন্ত্রণ পদ্ধতিতে আমাদের দেখতে হবে কোন নির্দিষ্ট গুণবৈশিষ্ট্য বিভিন্ন গুচ্ছাংশে একই কিনা—অর্থাৎ গুণবৈশিষ্ট্যের পার্থক্য নমুনাজ ভ্রান্তির সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায় কিনা। যদি যায়, তাহ'লে নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ নেই ধরতে হবে। আর যদি বিভিন্ন গুচ্ছাংশে গুণবৈশিষ্ট্যের পার্থক্য নমুনাজ ভ্রান্তির সাহায্যে ব্যাখ্যা করা না যায় তাহলে নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ ঘটেছে ধরতে হবে। নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র থেকে কোন গুচ্ছাংশে ঐ কারণ ঘটেছে তা ধরা যাবে ও খুঁজে বার করে ঐ কারণ দূরীভূত করতে হবে।

Shewhart এর নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র পদ্ধতিতে ক্রমচিত্রের সাহায্যে নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণের অস্তিত্ব নির্ণয় করা হয়। ধরা যাক গুণবৈশিষ্টের কোন পূর্ণকাংক হ'ল θ। θ, গড়, সমক পার্থক্য, প্রসার বা ত্রুটীযুক্ত বস্তুখণ্ডের অনুপাত হ'তে পারে। ধরা যাক্, T হ'ল θএর প্রাক-কলক নমুনাংক। প্রতিটি গুচ্ছাংশের জন্য নমুনাংক T নির্ণয় করা হবে। এক গুচ্ছাংশ থেকে অন্য গুচ্ছাংশে Tএর পার্থক্য শুধু নমুনাজ ভ্রান্তির সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায় কিনা দেখতে হবে। যদি,

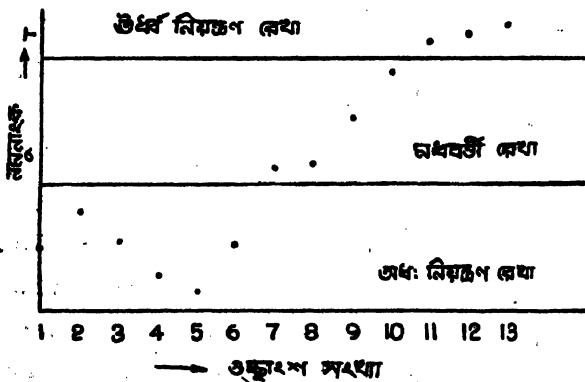
$$E(T)=\mu_T$$

$$\text{ও } Var(T)=\sigma_T \text{ হয়,}$$

তাহ'লে T যদি $\mu_T-3\sigma_T$ থেকে $\mu_T+3\sigma_T$র মধ্যে থাকে তাহলে নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ নেই ধরা যেতে পারে। কোন গুচ্ছাংশে Tর মান যদি $\mu_T-3\sigma_T$র কম বা $\mu_T+3\sigma_T$র বেশী হয় তাহলে ঐ গুচ্ছাংশে কোন নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ ঘটেছে অনুমান করা যায়। যদি T এর নিবেশন নর্ম্যাল হয়, তাহলে অনিয়ন্ত্রিত কারণের ফলে,

$$P\{\,|\,T-\mu_T\,|\leqslant 3\sigma_T\,\}=0{\cdot}9973, \text{ স্থূলতঃ।}$$

নর্ম্যাল নিবেশন না হলেও, Chebyshev এর অসমতা থেকে এই সম্ভাবনা 0·8899 এর কম নয়।

এখানে $T-3\sigma_T$ কে অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা ও $T+3\sigma_T$ কে উর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা বলা হয়। μ_T কে বলা হয় মধ্যবর্ত্তী রেখা।

চিত্র 6.1 একটি নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র

উপরের ক্রমচিত্রে 11তম গুচ্ছাংশ থেকে T উর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমার বাইরে চলে গেছে। সুতরাং ঐ গুচ্ছাংশ থেকে নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ থাকার সম্ভাবনা প্রবল।

নিয়ন্ত্রণ সীমার মধ্যে T থাকলেও নিম্নলিখিত ক্ষেত্রেও নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ থাকার সম্ভাবনা রয়েছে।

(1) অনেকগুলি পর পর বিন্দু যদি কোন নিয়ন্ত্রণ সীমার খুব কাছে থাকে।

(2) অনেকগুলি পর পর বিন্দু যদি মধ্যবর্ত্তী রেখার একধারে থাকে।

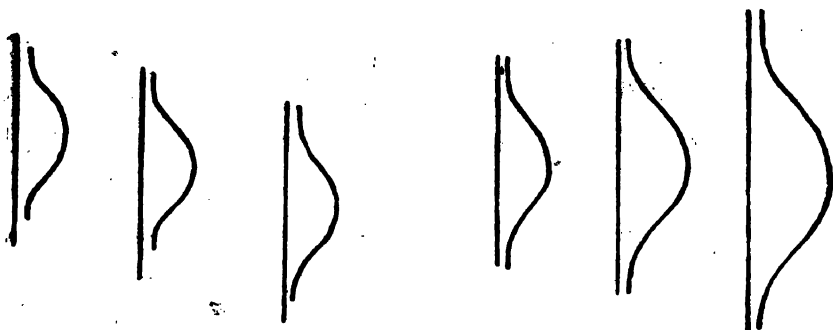
(3) অনেকগুলি পর পর বিন্দু যদি ক্রমশঃ নিয়ন্ত্রণসীমার নিকটবর্ত্তী হ'তে থাকে।

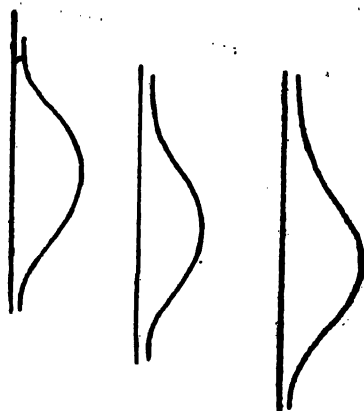
দুইপ্রকার নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র রয়েছে। প্রথম, গড় ($\bar{x}$), সমক পার্থক্য (s), প্রসার (R), ত্রুটিযুক্ত খণ্ডের অনুপাত (p) প্রভৃতির প্রমাণ মান দেওয়া রয়েছে। ধরা যাক, এগুলি হ'ল $\bar{x}'$, σ', R', p' ইত্যাদি। নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রের রেখাগুলিতে ঐ প্রমাণ মানগুলি ব্যবহার করা হয়। দেখা হয়, গুচ্ছাংশগুলির গুণবৈশিষ্ট্যসমূহ ঐ প্রমাণ মানসমূহের তুলনায় নিয়ন্ত্রিত কিনা। দ্বিতীয়, কোন প্রমাণ মান দেওয়া নেই—এখানে প্রদত্ত গুচ্ছাংশগুলির $\bar{x}$, s, R, p ইত্যাদি তাদের নিজেদের ভেতরে নিয়ন্ত্রিত অবস্থায় আছে কিনা দেখা হয়।

গুচ্ছাংশ সমুহের নমুনাসংখ্যা চলক নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রের বেলায় 4 থেকে 8 হলেই যথেষ্ট। অল্প সময় অন্তর ছোট নমুনা বেশী সময় অন্তর বড় নমুনার থেকে ভাল। চলক নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রে নমুনাসংখ্যা সাধারণতঃ প্রতি গুচ্ছাংশে সমান। গুণলক্ষণযুক্ত নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রে নমুনাসংখ্যা অনেক বড় হওয়া দরকার, কারণ গুণলক্ষণ নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রের নিয়ন্ত্রণ-যোগ্য কারণ নির্ণয়ের ক্ষমতা অনেক কম।

4.4 গড়, সমকপার্থক্য ও প্রসারের নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র

ধরা যাক, গুণমাপক বৈশিষ্ট্য একটি অবিচ্ছিন্ন চলক (x) দিয়ে প্রকাশ করা যায়। ধরা যাক, x এর নিবেশন নর্ম্যাল। বিভিন্ন গুচ্ছাংশে x এর নিবেশন নর্ম্যাল হ'লেও নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ থাকার ফলে গড় বা সমক পার্থক্য বা উভয়েই এক গুচ্ছাংশ থেকে অন্য গুচ্ছাংশে পৃথক হতে পারে। এজন্য গড় বা সমক পার্থক্য নিয়ন্ত্রিত অবস্থায় আছে কিনা জানার জন্য গড় নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র ($\bar{x}$-chart) ও সমক পার্থক্য নিয়ন্ত্রণ

ক্রমচিত্র (*s*-chart) প্রস্তুত করা প্রয়োজন। কিন্তু সমক পার্থক্য নির্ণয়করা কিছুটা কষ্টসাধ্য ও সময়সাপেক্ষ। গুণনিয়ন্ত্রণ পদ্ধতিতে দ্রুততা

চিত্র 4.2.1 নিয়বশনগুলির সমক পার্থক্য এক, গড় পৃথক

চিত্র 4.2.2 নিবেশনগুলির গড় এক, সমক পার্থক্য পৃথক।

চিত্র 4.2.3 নিবেশনগুলির গড় ও সমক পার্থক্য উভয়েই পৃথক।

একটা গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। তাই বহুক্ষেত্রে সমক পার্থক্যের বদলে প্রসার (R) ব্যবহার করা হয় ও প্রসার নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র (*R*-chart) প্রস্তুত করা হয়।

গড় নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া আছে

যদি প্রতি গুচ্ছাংশে আইটেম সংখ্যা n হয়, তাহ'লে নিয়ন্ত্রিত অবস্থায়—

$$E(\bar{x})=\mu$$

$$ও\ Var\ (\bar{x})=\frac{\sigma^2}{n}\ ।$$

যদি μ ও σ এর প্রমাণ মান $\bar{x}'$ ও σ' হয় তাহ'লে গড় ক্রমচিত্রে,

$$\left.\begin{aligned} &\text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা}=\bar{x}'-3\ \frac{\sigma'}{\sqrt{n}}=\bar{x}'-A\sigma' \\ &\text{মধ্যবর্তী রেখা}\quad =\bar{x}' \\ &\text{উর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা}=\bar{x}'+3\ \frac{\sigma'}{\sqrt{n}}=\bar{x}'+A\sigma'\ । \end{aligned}\right\} \quad (4.1)$$

এক্ষেত্রে, $A=\frac{3}{\sqrt{n}}$, বিভিন্ন n এর জন্য এর মান Appendix এর সারণী নং VIIএ পাওয়া যাবে ।

গড় নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া নেই

ধরা যাক্, mটি গুচ্ছাংশ থেকে ক্রমচিত্রটি তৈরী হবে । যদি $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2 \cdots \bar{x}_m$ mটি গুচ্ছাংশ গড় হয়, s_1, $s_2 \cdots s_m$ গুচ্ছাংশ সমকপার্থক্য হয় ও R_1, $R_2 \cdots R_m$ গুচ্ছাংশ প্রসার হয়, তাহ'লে,

$$\bar{\bar{x}}=\sum_{i=1}^{m}\bar{x}_i\ /\ m,$$

$$\bar{s}=\sum_{i=1}^{m}s_i\ /\ m$$

$$ও\ \bar{R}=\sum_{i=1}^{m}R_i\ /\ m$$

হ'ল যথাক্রমে একত্রিত (pooled) গড়, সমক পার্থক্য ও প্রসার । আমরা জানি,

$$\begin{aligned} &E(\bar{\bar{x}})=\mu \\ &E(\bar{s})=c_2\sigma, \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\text{যেক্ষেত্রে,}\quad c_2=\frac{\sqrt{\frac{n}{2}}}{\sqrt{\frac{n-1}{2}}}\quad\sqrt{\frac{2}{n}} \tag{4.3}$$

ও $E(\bar{R})=d_2\sigma$,

যেক্ষেত্রে d_2, n উপর নির্ভরশীল একটি ধ্রুবক। (4.4)

তাহলে, $\hat{\mu}=\bar{\bar{x}}$ (4.5)

$$\hat{\sigma}=\frac{\bar{s}}{c_2}, \tag{4.6}$$

$$\text{ও}\quad \hat{\sigma}=\frac{\bar{R}}{d_2}\text{।} \tag{4.7}$$

যদি (4.5) ও (4.6) এর প্রাক-কলক দুটি ব্যবহার করা হয়, তাহ'লে

$$\left.\begin{array}{l}\text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা}=\bar{\bar{x}}-\dfrac{3\bar{s}}{c_2\sqrt{n}}=\bar{\bar{x}}-A_1\bar{s}\\ \text{মধ্যবর্তী রেখা}\quad=\bar{\bar{x}}\\ \text{উর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা}=\bar{\bar{x}}+\dfrac{3\bar{s}}{c_2\sqrt{n}}=\bar{\bar{x}}+A_1\bar{s}\text{।}\end{array}\right\} \tag{4.8}$$

এক্ষেত্রে $A_1=\dfrac{3}{c_2\sqrt{n}}$। c_2 ও A_1, বিভিন্ন n এর জন্য Appendix এর সারণী নং VIIএ পাওয়া যাবে।

যদি (4.5) ও (4.7) এর প্রাককলক দুটি ব্যবহার করা হয়, তাহ'লে

$$\left.\begin{array}{l}\text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা}=\bar{\bar{x}}-\dfrac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}=\bar{\bar{x}}-A_2\bar{R}\\ \text{মধ্যবর্তী রেখা}\quad=\bar{\bar{x}}\\ \text{উর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা}=\bar{\bar{x}}+\dfrac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}=\bar{\bar{x}}+A_2\bar{R}\text{।}\end{array}\right\} \tag{4.9}$$

এক্ষেত্রে $A_2=\dfrac{3}{d_2\sqrt{n}}$। d_2 ও A_2, বিভিন্ন n এর জন্য Appendix এর সারণী নং VIIএ পাওয়া যাবে।

সমক পার্থক্য নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া আছে

যদি গুণমাপক বৈশিষ্ট্য x এর নিবেশন নর্ম্যাল হয়,

$$E(s)=c_2\sigma$$

এবং $$Var\ (s)=\sigma^2\left(\frac{n-1}{n}-c_2^2\right)\ ।$$

যদি σ র প্রমাণ মান σ' হয়, তাহলে ক্রমচিত্রের

$$\left.\begin{array}{ll} \text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা} & =c_2\sigma'-3\sigma'\sqrt{\frac{n-1}{n}-c_2^2}=B_1\sigma' \\ \text{মধ্যবর্তী রেখা} & =c_2\sigma' \\ \text{ঊর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা} & =c_2\sigma'+3\sigma'\sqrt{\frac{n-1}{n}-c_2^2}=B_2\sigma'\ । \end{array}\right\} \quad (4.10)$$

এক্ষেত্রে, $$B_1=c_2-3\sqrt{\frac{n-1}{n}-c_2^2}$$

এবং $$B_2=c_2+3\sqrt{\frac{n-1}{n}-c_2^2}\ ।$$

Appendix এর সারণী নং VIIএ বিভিন্ন n এর জন্য B_1, B_2 ও c_2র মান দেওয়া আছে।

সমক পার্থক্য নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া নেই

এক্ষেত্রে σর প্রাককলক হ'ল $\frac{\bar{s}}{c_2}$ । সুতরাং ক্রমচিত্রের

$$\begin{array}{ll} \text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা} & =\bar{s}-3\frac{\bar{s}}{c_2}\sqrt{\frac{n-1}{n}-c_2^2}=B_3\bar{s} \\ \text{মধ্যবর্তী রেখা} & =\bar{s} \\ \text{ঊর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা} & =\bar{s}+3\frac{\bar{s}}{c_2}\sqrt{\frac{n-1}{n}-c_2^2}=B_4\bar{s}\ । \end{array} \quad (4.11)$$

অবশ্যই $$B_3=1-\frac{3}{c_2}\sqrt{\frac{n-1}{n}-c_2^2}$$

ও $$B_4=1+\frac{3}{c_2}\sqrt{\frac{n-1}{n}-c_2^2} \quad ।$$

Appendix এর সারণী নং VIIএ বিভিন্ন n এর জন্য B_3 ও B_4 এর মান দেওয়া আছে।

উভয় ক্ষেত্রেই অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা ঋণাত্মক হ'লে তাকে 0 হিসাবে গণ্য করতে হবে।

প্রসার নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া আছে

যদি গুণমাপক বৈশিষ্ট্য x এর নিবেশন নর্ম্যাল হয়,

$$E(R)=d_2\sigma$$

$$\text{ও } Var\ (R)=D^2\sigma^2,$$

d_2 ও D, n এর উপর নির্ভরশীল দুটি ধ্রুবক।

যদি σর প্রমাণ মান σ' হয়,

$$\left.\begin{aligned} \text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= d_2\sigma'-3D\sigma'=D_1\sigma' \\ \text{মধ্যবর্ত্তী রেখা} &= d_2\sigma' \\ \text{উর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= d_2\sigma'+3D\sigma'=D_2\sigma' \text{ ।} \end{aligned}\right\} \quad (4.12)$$

এক্ষেত্রে, $D_1=d_2-3D$ ও $D_2=d_2+3D$। Appendix এর সারণী নং VIIএ D_1, D_2 ও d_2র মান n এর বিভিন্ন মানের জন্য দেওয়া আছে।

প্রসার নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া নেই

যদি σর প্রমাণ মান দেওয়া না থাকে, σর প্রাক-কলক হিসাবে $\frac{\bar{R}}{d_2}$ ব্যবহার করা হয়। এক্ষেত্রে,

$$\left.\begin{aligned} \text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= \bar{R}-\frac{3D}{d_2}\bar{R}=D_3\bar{R} \\ \text{মধ্যবর্ত্তী রেখা} &= \bar{R} \\ \text{উর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= \bar{R}+\frac{3D}{d_2}\bar{R}=D_4\bar{R} \text{ ।} \end{aligned}\right\} \quad (4.13)$$

অবশ্যই, $D_3=1-\frac{3D}{d_2}$ ও $D_4=1+\frac{3D}{d_2}$ । n এর বিভিন্ন মানের জন্য D_3 ও D_4, Appeudix এর সারণী নং VIIএ দেওয়া আছে।

উভয় ক্ষেত্রেই অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা ঋণাত্মক হ'লে 0 ধরা হয়।

4.5 ত্রুটীযুক্ত খণ্ড সংখ্যা (Number defective) ও খণ্ড ভগ্নাংশের (Proportion defective) নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র (Np-chart ও p-chart)

এক্ষেত্রে গুণমাপক বৈশিষ্ট্যটি সংখ্যাগত নয়। প্রতিটি আইটেম বা খণ্ডকে ত্রুটীযুক্ত ও ত্রুটীমুক্ত এই দুইভাগে ভাগ করা হয়। প্রণালী নিয়ন্ত্রিত কিনা জানতে হ'লে আমাদের দেখতে হবে প্রতিটি গুচ্ছাংশ ত্রুটিযুক্ত খণ্ড ভগ্নাংশ সমগ্রকে P কিনা। এই বিচার গুচ্ছাংশে ত্রুটীযুক্ত খণ্ড সংখ্যা, d, বা ত্রুটীযুক্ত খণ্ড ভগ্নাংশ $p=\frac{d}{n}$ দিয়ে করা যায়। যদি নমুনাগ্রহণ পুনঃস্থাপনাসহ হয় বা সীমাহীন বৃহৎ পূর্ণক থেকে পুনঃস্থাপনাবিহীন হয়, তাহলে ত্রুটীযুক্ত খণ্ড সংখ্যা, $d=np$ এর নিবেশন বাইনোমিয়াল (binomial) হবে, যার

$$E(d)=nP$$
$$Var(d)=nP(1-P)$$

ত্রুটীযুক্ত খণ্ড সংখ্যা নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া আছে

ধরা যাক P এর প্রমাণ মান p' দেওয়া আছে। তাহলে d এর নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রে,

$$\left.\begin{aligned} \text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= np'-3\sqrt{np'(1-p')}, \\ \text{মধ্যবর্তী রেখা} &= np' \\ \text{ও ঊর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= np'+3\sqrt{np'(1-p')} \text{ ।} \end{aligned}\right\} \quad (4.14)$$

ত্রুটীযুক্ত খণ্ড সংখ্যা নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া নেই

ধরাযাক, mটি গুচ্ছাংশ থেকে নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র তৈরী করতে হবে। $p_1, p_2 \cdots, p_m$, mটি গুচ্ছাংশে ত্রুটিযুক্ত খণ্ড ভগ্নাংশ। P এর প্রাক-কলক হিসাবে আমরা $\bar{p}$ কে নেব, যেক্ষেত্রে

$$\bar{p}=\sum_{i=1}^{m} p_i / m \text{ ।}$$

তাহ'লে,

$$\left.\begin{aligned} \text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= n\bar{p}-3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \\ \text{মধ্যবর্তী রেখা} &= n\bar{p} \\ \text{ও ঊর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= n\bar{p}+3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \text{ ।} \end{aligned}\right\} \quad (4.15)$$

উভয়ক্ষেত্রেই অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা ঋণাত্মক হ'লে 0 ধরা হবে।

ক্রটীযুযুক্ত খণ্ড ভগ্নাংশ নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া আছে

এক্ষেত্রে নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র প্রস্তুত করতে নিম্নলিখিত সূত্রগুলির ব্যবহার করা হয়—

$$E(p)=P$$

$$Var\ (p)=\frac{P(1-P)}{n}$$

যদি P এর প্রমাণ মান p' হয়,

$$\left.\begin{aligned} \text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= p'-3\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}} = p'-A\sqrt{p'(1-p')} \\ \text{মধ্যবর্তী রেখা} &= \bar{p} \\ \text{ও ঊর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= p'+3\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}} = p'+A\sqrt{p'(1-p')} \text{ ।} \end{aligned}\right\} \quad (4.16)$$

ক্রটীযুক্ত খণ্ড ভগ্নাংশের ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া নেই

এক্ষেত্রে P এর প্রাককলক হ'ল $\bar{p}$ । সুতরাং,

$$\left.\begin{aligned} \text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= \bar{p}-3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \\ &= \bar{p}-A\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})} \\ \text{মধ্যবর্তী রেখা} &= \bar{p} \\ \text{ঊর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= \bar{p}+3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \\ &= \bar{p}+A\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})} \end{aligned}\right\} \quad (4.17)$$

উভয় ক্ষেত্রেই অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা ঋণাত্মক হ'লে O ধরা হয়।

যদি গুচ্ছাংশ খণ্ডসংখ্যা সমান হয় তাহলে ত্রুটীযুক্ত খণ্ড ক্রমচিত্র (np-chart) বা ত্রুটীযুক্ত খণ্ড ভগ্নাংশ ক্রমচিত্র (p-chart) যে কোনটি ব্যবহার করা যায়। চলকের নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র থেকে গুণলক্ষণের নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রে খরচ কম হয় কারণ একটি গুণলক্ষণ ক্রমচিত্রের বদলে অনেকগুলি চলক নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র ব্যবহার করতে হয়। কিন্তু গুণলক্ষণযুক্ত ক্রমচিত্রে নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ নির্ধারণ ক্ষমতা কম থাকায় গুচ্ছাংশ খণ্ড সংখ্যা অনেক বেশী হওয়া প্রয়োজন।

যদি গুচ্ছাংশ খণ্ডসংখ্যা পরিবর্ত্তনশীল হয়, তাহলে খণ্ড ভগ্নাংশ ক্রমচিত্র ব্যবহার করা সুবিধাজনক, কারণ খণ্ড ভগ্নাংশ ক্রমচিত্রে, মধ্যবর্ত্তী রেখা $\bar{p}$ পরিবর্ত্তিত হয়না, শুধু নিয়ন্ত্রণ সীমা দুইটি n এর সংগে পরিবর্ত্তিত হয়। গরিষ্ঠ n ও লঘিষ্ঠ n এর জন্য পৃথক নিয়ন্ত্রণসীমা এঁকে নিতে হবে। যদি কোন বিন্দু বহিঃ নিয়ন্ত্রণ সীমার (গরিষ্ঠ n এর জন্য) বাইরে পড়ে তাহলে নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ খুঁজতে হবে। যদি কোন বিন্দু অন্তঃ নিয়ন্ত্রণ সীমার (লঘিষ্ঠ n এর জন্য) ভেতরে পড়ে তাহলে প্রণালী নিয়ন্ত্রিত অবস্থায় ধরা যায়। আর যদি কোন বিন্দু দুই নিয়ন্ত্রণ সীমার মাঝে পড়ে তাহলে ঐ গুচ্ছাংশের জন্য সঠিক নিয়ন্ত্রণ সীমা নির্ণয় করে আমাদের সিদ্ধান্ত নিতে হবে। এখানে $\bar{p}$ অবশ্য p_i মানগুলির ভারযুক্ত গড়, n_i হ'ল p_iর ভার। অর্থাৎ

$$\bar{p}=\sum_{i=1}^{m} n_i p_i \Big/ \sum_{i=1}^{m} n_i \quad ।$$

অপর পক্ষে, যদি প্রমাণ চলক z নির্ণয় করি, যেক্ষেত্রে

$$z_i=\frac{p_i-p'}{\sqrt{p'(1-p')/n_i}} \text{ বা } \frac{p_i-\bar{p}}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n_i}}, \qquad (4.18)$$

সেক্ষেত্রে, তিনটি রেখাই অপরিবর্ত্তনীয়, কারণ

অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা $= -3$

মধ্যবর্ত্তী রেখা $= 0$

উর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা $= 3$

4.6 ত্রুটী সংখ্যার (Number of defects) নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র (c-chart)

এক্ষেত্রে প্রতিটি গুচ্ছাংশে মোট ত্রুটীর সংখ্যা নির্ণয় করা হয়। একটি ত্রুটীযুক্ত আইটেমে এক বা একাধিক ত্রুটী থাকতে পারে, এক বা

একাধিক নির্দেশিত মানসীমা না মানলেই একটি আইটেমে এক বা একাধিক ত্রুটী থাকতে পারে।

একটি আইটেমে তত্ত্বের দিক দিয়ে বহু (সীমাহীন বৃহৎ) ত্রুটী থাকতে পারে, যদিও একটি বিশেষ স্থানে একটি ত্রুটী থাকার সম্ভাবনা খুবই কম। সুতরাং ত্রুটী সংখ্যার (c) নিবেশন Poisson এর নিবেশন ধরা যায়। এই Poisson এর নিবেশনের পূর্ণকাংক (গুচ্ছাংশ প্রতি গড় ত্রুটী সংখ্যা) λ হ'লে,

$$E(c) = \lambda$$
$$\text{ও } Var\ (c) = \lambda$$

ত্রুটী সংখ্যার ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া আছে

যদি λর প্রমাণ মান c' ধরা হয়। ত্রুটীসংখ্যার ক্রমচিত্রে

$$\left.\begin{aligned} \text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= c' - 3\sqrt{c'} \\ \text{মধ্যবর্তী রেখা} &= c' \\ \text{ঊর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= c' + 3\sqrt{c'} \end{aligned}\right\} \quad (4.19)$$

ত্রুটী সংখ্যার ক্রমচিত্র—প্রমাণ মান দেওয়া নেই

এখানে λর প্রাক-কলক হ'ল $\bar{c}$, যেক্ষেত্রে

$$\bar{c} = \sum_{i=1}^{m} c_i \,/\, m,$$

c_i হ'ল i-তম গুচ্ছাংশে ত্রুটী সংখ্যা। তাহ'লে এক্ষেত্রে,

$$\left.\begin{aligned} \text{অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \\ \text{মধ্যবর্তী রেখা} &= \bar{c} \\ \text{ঊর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ সীমা} &= \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}\text{ ।} \end{aligned}\right\} \quad (4.20)$$

উভয় ক্ষেত্রে যদি অধঃ নিয়ন্ত্রণ সীমা ঋণাত্মক হয়, তাকে 0 হিসাবে ধরা হবে।

4.7 প্রণালী নিয়ন্ত্রণ সম্পর্কে আলোচনা

নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র দুইটি পৃথক কাজে ব্যবহার করা যেতে পারে—এক, অতীতে প্রণালী নিয়ন্ত্রিত অবস্থায় ছিল কিনা জানতে ও দুই, ভবিষ্যতে নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ ঘটলে তার অনুসন্ধান ও দূর করতে।

অতীতে প্রণালী নিয়ন্ত্রিত অবস্থায় ছিল কিনা জানতে হ'লে অতীতে গৃহীত গুচ্ছাংশগুলি থেকে প্রস্তুত নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রে বিন্দুগুলি সব নিয়ন্ত্রণ সীমার মধ্যে আছে কিনা দেখতে হবে।

ভবিষ্যতে নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ অনুসন্ধানের জন্য নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র তৈরী করতে হ'লে যে সব বিন্দু নিয়ন্ত্রণ সীমার বাইরে সেগুলি বাদ দিয়ে নূতন করে নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র তৈরী করতে হবে ও অতীতে কোন নিয়ন্ত্রণযোগ্য কারণ থাকলে সেগুলি দূর করতে হবে।

প্রণালী নিয়ন্ত্রণকালে অনেক সময় নির্দেশীকৃত মানসীমা দেওয়া থাকে। অনেক সময়ে নিয়ন্ত্রণ সীমা বা সংশোধিত নিয়ন্ত্রণ সীমা নির্দেশিত মানসীমার বাইরে থাকে। সেক্ষেত্রে সিদ্ধান্ত হ'ল এই যে প্রস্তুতপ্রণালীর পরিবর্ত্তন না হ'লে নির্দেশিত মানসীমার মাল প্রস্তুত করা সম্ভব নয়। আবার যদি নির্দেশিত মানসীমা নিয়ন্ত্রণ সীমার বাইরে থাকে তাহ'লে অভিজ্ঞতার ভিত্তিতে নির্দেশিত মানসীমা কমানো যেতে পারে অথবা প্রস্তুত-প্রণালী এমন ভাবে ঢেলে সাজানো যেতে পারে যাতে খরচ কমে, কিন্তু নিয়ন্ত্রণ সীমা কিছুটা বেড়ে যায়।

প্রণালী নিয়ন্ত্রণের সাহায্যে আমরা প্রস্তুত করা মাল সন্তোষজনক করে তুলতে সাহায্য করতে পারি। এর সাহায্যে প্রস্তুতি ব্যয়ও কমবে, কারণ এতে ত্রুটীযুক্ত মাল অনেক কম তৈরী হবে। এছাড়া এতে প্রস্তুতকারীর সুনামও বাড়বে।

প্রণালী নিয়ন্ত্রণ আমাদের মানসীমা নির্দেশীকরণে সাহায্য করবে। তাছাড়া প্রণালী নিয়ন্ত্রণ লট্ নিয়ন্ত্রণেও সাহায্য করবে কারণ প্রণালী নিয়ন্ত্রণ করা হলে লট্‌বর্জনের সম্ভাবনা কমে যাবে ও অপেক্ষাকৃত ছোট নমুনা থেকেই আমরা গ্রহণ বর্জন সম্পর্কে সিদ্ধান্তে আসতে পারব।

উদাহরণ 4.1 কোন উৎপন্ন বস্তু থেকে প্রতিটি গুচ্ছাংশে 5টি করে নমুনা নেওয়া হ'ল ও বস্তুটির ব্যাস (ইঞ্চিতে) মাপা হ'ল। ব্যাসের গড় ($\bar{x}$) ও প্রসার (R) 30টি গুচ্ছাংশের জন্য নিম্নে দেওয়া হ'ল। প্রথম 20টি গুচ্ছাংশ থেকে গুণ নিয়ন্ত্রণ চিত্র ($\bar{x}$ ও R এর জন্য) নির্ণয় কর ও পরবর্ত্তী 10টি গুচ্ছাংশ নিয়ন্ত্রিত অবস্থায় আছে কিনা চিত্র থেকে বিচার কর।

গুচ্ছাংশ সংখ্যা	$\bar{x}$	R	গুচ্ছাংশ সংখ্যা	$\bar{x}$	R
1	·440	·015	16	·436	·015
2	·439	·018	17	·438	·019
3	·445	·018	18	·435	·008
4	·443	·006	19	·438	·011
5	·443	·008	20	·438	·009
6	·438	·010	21	·439	·006
7	·436	·011	22	·438	·008
8	·444	·019	23	·436	·016
9	·437	·010	24	·435	·009
10	·437	·011	25	·434	·005
11	·436	·011	26	·437	·014
12	·440	·007	27	·435	·009
13	·433	·008	28	·437	·015
14	·436	·017	29	·434	·024
15	·431	·010	30	·437	·014

এক্ষেত্রে প্রথম 20টি গুচ্ছাংশের মিলিত গড় ($\bar{\bar{x}}$) ও প্রসার R এর গড় ($\bar{R}$) হল—

$$\bar{\bar{x}}=\frac{8\cdot763}{20}=0\cdot438$$

$$ও\ \bar{R}=\frac{0.241}{20}=0.012$$

সুতরাং $\bar{x}$ এর নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রে—

মধ্যবর্তী রেখা $=\bar{\bar{x}}=0.438$

অধঃ নিয়ন্ত্রণ রেখা $=\bar{\bar{x}}-A_2\bar{R}$

$=.438-.577\times.012$

$=0.438-0.007$

$=0.431$

ও ঊর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ রেখা $=\bar{\bar{x}}+A_2\bar{R}$

$=0.438+0.007$

$=0.445$

আবার R এর নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রে—

মধ্যবর্তী রেখা $=\bar{R}=0.012$,

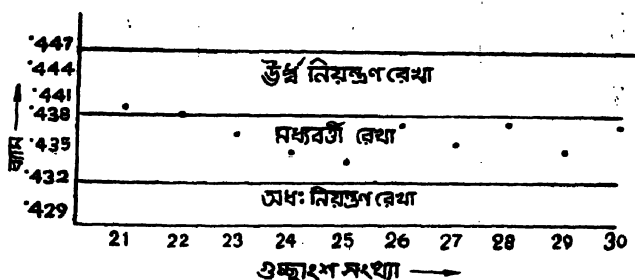
অধঃ নিয়ন্ত্রণ রেখা $=D_3\bar{R}$

$=0\times0.012=0$

ও ঊর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ রেখা $=D_4\bar{R}$

$=2.115\times.012$

$=0.025$

নিম্নে পরবর্তী 10টি গুচ্ছাংশের $\bar{x}$ ও R নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রে বসিয়ে দেখা গেল উভয় নিয়ন্ত্রণ চিত্রেই সবগুলি বিন্দু নিয়ন্ত্রণ সীমাদ্বয়ের মধ্যে রয়েছে। সুতরাং পরবর্তী 10টি গুচ্ছাংশ নিয়ন্ত্রিত অবস্থায় রয়েছে।

চিত্র 4.3 গড় নিয়ন্ত্রণ চিত্র ($\bar{x}$-chart) উদাহরণ 4.1 এর রাশিতথ্য থেকে।

চিত্র 4.4 প্রসার নিয়ন্ত্রণ চিত্র ($\bar{R}$–chart) উদাহরণ 4·1 এর রাশিতথ্য থেকে।

উদাহরণ 4.2 নিম্নে উদ্ধৃত রাশিতথ্য থেকে উপযুক্ত নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র অঙ্কন কর ও নিয়ন্ত্রণ অবস্থা সম্পর্কে মন্তব্য কর।

গুচ্ছাংশ সংখ্যা	পরিদৃষ্ট আইটেম সংখ্যা	ত্রুটাযুক্ত আইটেম সংখ্যা
1	50	2
2	50	3
3	50	0
4	50	6
5	50	4
6	50	7
7	50	3
8	50	9
9	50	3

এখানে উপযুক্ত নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র হ'ল *np* (ত্রুটাযুক্ত আইটেম সংখ্যা) নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র।

এক্ষেত্রে ত্রুটীযুক্ত আইটেম ভগ্নাংশের গড় ($\bar{p}$) হ'ল—

$$\bar{p}=\frac{37}{50\times 9}=\frac{37}{450}=0{\cdot}082$$

এই নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রে,

মধ্যবর্তী রেখা $=n\bar{p}$

$$=50\times\frac{37}{450}=4{\cdot}111$$

অধঃ নিয়ন্ত্রণ রেখা

$$=n\bar{p}-3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

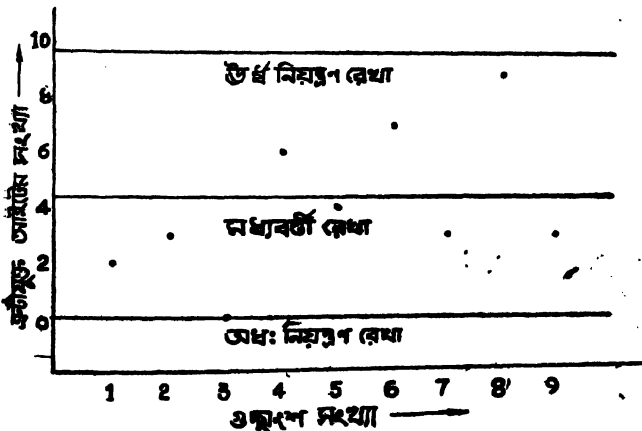
$$=4{\cdot}111-3\sqrt{50\times{\cdot}082\times{\cdot}918}$$

$$=4{\cdot}111-5{\cdot}800$$

$$=-1{\cdot}689$$

এই মানটি ঋণাত্মক হওয়ায় 0 ধরা হবে।

উর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ রেখা $=4{\cdot}111+5{\cdot}800=9{\cdot}911$।

নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রে ত্রুটীযুক্ত আইটেম সংখ্যার মানগুলি বসিয়ে দেখা গেল সব বিন্দুগুলি নিয়ন্ত্রণ সীমাদ্বয়ের মধ্যে রয়েছে। সুতরাং গুচ্ছাংশগুলি নিয়ন্ত্রিত অবস্থায় রয়েছে।

চিত্র 4.5 *np* নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র—উদাহরণ 4.2 এর রাশিতথ্য থেকে।

উদাহরণ 4.3 নিম্নোদ্ধৃত সারণীতে প্রতিটি রেডিও এসেম্বলিতে ভগ্ন গ্রন্থিসংখ্যা দেওয়া হ'ল। ত্রুটীসংখ্যার নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র এঁকে রাশিতথ্যগুলির নিয়ন্ত্রিত অবস্থা বিচার কর।

রেডিওর ক্রমিক সংখ্যা	ভগ্ন গ্রন্থিসংখ্যা	রেডিওর ক্রমিক সংখ্যা	ভগ্ন গ্রন্থিসংখ্যা
1	16	11	6
2	3	12	10
3	9	13	18
4	22	14	12
5	1	15	14
6	2	16	1
7	16	17	19
8	8	18	20
9	12	19	27
10	6	20	9

এক্ষেত্রে, $\bar{c}=\frac{231}{20}=11{\cdot}55$

সুতরাং ত্রুটীসংখ্যার (c) নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রে,

মধ্যবর্তী রেখা $=\bar{c}=11{\cdot}55$

অধঃ নিয়ন্ত্রণ রেখা $=\bar{c}-3\sqrt{\bar{c}}$

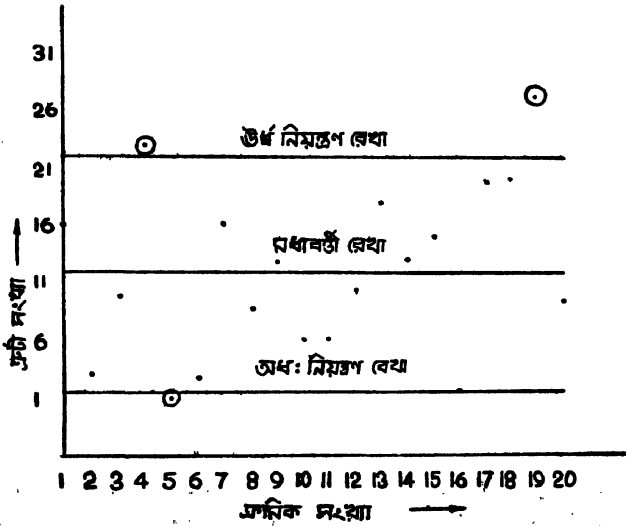
$=11{\cdot}55-3\times3{\cdot}40$

$=11{\cdot}55-10{\cdot}20$

$=1{\cdot}35$

ঊর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ রেখা $=11{\cdot}55+10{\cdot}20$

$=21{\cdot}75$

ত্রুটী সংখ্যার মান ক্রমচিত্রে বসিয়ে দেখা গেল, 4-তম ও 19-তম ক্রমিকসংখ্যায় ত্রুটীসংখ্যা উর্দ্ধ নিয়ন্ত্রণ রেখার বাইরে ও 5-তম ও 16-তম ক্রমিক সংখ্যায় ত্রুটীসংখ্যা নিম্ন নিয়ন্ত্রণরেখার বাইরে রয়েছে। সুতরাং ত্রুটীসংখ্যা নিয়ন্ত্রিত অবস্থায় নেই।

চিত্র 4.6 c-নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র—উদাহরণ 4.3 এর রাশিতথ্য থেকে।

4.8. নমুনা বীক্ষণ—গুণলক্ষণের সাহায্যে

লট্ নিয়ন্ত্রণের কাজে পুরো লট্ বীক্ষণ অর্থনৈতিক কারণে সম্ভব নয়—নমুনাবীক্ষণ আমাদের করতেই হবে। এখানে আমরা গুণলক্ষণের সাহায্যে নমুনাবীক্ষণ আলোচনা করব। কোন আইটেম ভালভাবে পরীক্ষা করে তাকে ত্রুটীযুক্ত ও ত্রুটীমুক্ত এই দুই শ্রেণীতে ভাগ করতে হবে এবং লট্‌টি গ্রহণযোগ্য কিনা তা ঠিক করতে হবে নমুনায় প্রাপ্ত ত্রুটীযুক্ত খণ্ড ভগ্নাংশের সাহায্যে।

প্রথমেই কয়েকটি সংজ্ঞা আলোচনা করা প্রয়োজন।

বিক্রেতা বা প্রস্তুতকারীর ঝুঁকি (Producer's risk)

বিক্রেতা বা প্রস্তুতকারী বলতে বোঝায় যে কোন ব্যক্তি, কারখানা বা কোম্পানী বা কারখানার একটি বিভাগ, যে অপর কোন ব্যক্তি, কারখানা, কোম্পানী বা কারখানার অপর বিভাগে মাল সরবরাহ করে। নমুনা

বীক্ষণ প্রণালীতে সব সময় বিক্রেতার ঝুঁকি থাকে—অযৌক্তিক কারণে লট্‌টি বর্জন করায়। ধরা যাক, বিক্রেতার মাল প্রমানীকৃত ও খণ্ড ভগ্নাংশ $\bar{p}$ এর বেশী নয় বলে দাবী করছে। যদি খণ্ড ভগ্নাংশ $\bar{p}$-ই ধরা হয়, তাহলে, নমুনাবীক্ষণ প্রণালীতে লট্‌ বর্জনের সম্ভাবনাকে বলা হয় বিক্রেতার ঝুঁকি (P_p)।

ক্রেতার ঝুঁকি (Consumer's risk)

নমুনাবীক্ষণ প্রণালীতে ক্রেতারও একটা ঝুঁকি থাকে—একটা ত্রুটীপূর্ণ লট্‌ গ্রহণের মাধ্যমে। যদি ক্রেতার সহনযোগ্য ত্রুটী ভগ্নাংশ p_t এর বেশী না হয়, তাহলে ত্রুটী ভগ্নাংশ p_t হ'লে নমুনাবীক্ষণের সাহায্যে লট্‌টি গ্রহণের সম্ভাবনাকে বলা হয় ক্রেতার ঝুঁকি (P_c)।

বহির্গামী গুণগড় সীমা (Average Outgoing Quality Limit বা AOQL)

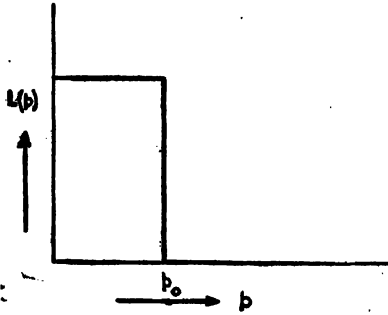
নমুনাবীক্ষণ প্রণালী বহুবার ব্যবহার করার পরে বিক্রীত লট্‌গুলিতে ত্রুটী ভগ্নাংশের প্রত্যাশাকে বলা হয় বহির্গামী গুণগড় (AOQ)। এই বহির্গামী গুণগড় লটের সঠিক ত্রুটী ভগ্নাংশ p এর উপর নির্ভরশীল। বহির্গামী গুণগড়ের p এর পরিবর্তন সাপেক্ষে যে সর্বোচ্চ সীমা আছে তাকে বহির্গামী গুণগড় সীমা ($AOQL$) বলা হয়।

গড় নমুনা সংখ্যা (Average Sample Number বা ASN)

কোন স্থির সিদ্ধান্তে আসতে হ'লে নমুনা সংখ্যার প্রত্যাশিত মানকে গড় নমুনাসংখ্যা (ASN) বলে। গড় নমুনাসংখ্যাও p এর উপর নির্ভরশীল। গড় নমুনা সংখ্যা p এর বিপরীতে বসিয়ে যে লেখচিত্র হয় তাকে গড় নমুনা সংখ্যা রেখা (ASN curve) বলে। অন্যান্য বৈশিষ্ট্য একই থাকলে, গড় নমুনাসংখ্যা রেখা যত নীচে থাকবে, নমুনাবীক্ষণ প্রণালীটি তত ভাল।

ব্যবহারিক বৈশিষ্ট্য (Operating characteristic বা OC)

যদি খণ্ড ভগ্নাংশ p হয়, তাহলে নমুনাবীক্ষণ প্রণালীতে লট্‌টি গৃহীত হওয়ায় সম্ভাবনাকে $L(p)$ দিয়ে বোঝান হয়। $L(p)$ কে বলে ব্যবহারিক বৈশিষ্ট্য। $L(p)$, p এর উপর নির্ভরশীল। $L(p)$ কে p এর বিপরীতে বসিয়ে যে লেখচিত্র হয় তাকে ব্যবহারিক বৈশিষ্ট্য রেখা (OC curve) বলে। এই রেখা যত খাড়াভাবে উঠবে ক্রেতার পক্ষে প্রণালীটি তত ভাল। একটি

আদর্শ নমুনাবীক্ষণ প্রণালীতে একটি নির্দিষ্ট খণ্ড ভগ্নাংশযুক্ত বা উৎকৃষ্টতর সব লট্ গৃহীত হবে, না হলে বর্জন করা হ'বে।

চিত্র 6.7 একটি আদর্শ *OC* রেখা

4.8.1 একক নমুনাবীক্ষণ প্রণালী

এই প্রণালীতে প্রতিটি *N* আকারের লট্ থেকে *n* আকারের একটি নমুনা নেওয়া হয়। নমুনার প্রতিটি আইটেম পরীক্ষা করা হয়। যদি নমুনায় প্রাপ্ত ত্রুটীযুক্ত আইটেম সংখ্যা অনধিক *c* হয়, তাহলে লট্টি গৃহীত হবে আর যদি ত্রুটীযুক্ত আইটেম সংখ্যা *c*এর অধিক হয় তাহ'লে লট্টি বর্জন করা হবে। প্রথম ক্ষেত্রে নমুনায় প্রাপ্ত ত্রুটীযুক্ত আইটেমগুলি ত্রুটীহীন আইটেম দিয়ে বদল করতে হবে। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বর্জিত লট্টি সম্পূর্ণভাবে পরীক্ষা করে সমস্ত ত্রুটীযুক্ত আইটেম ত্রুটীহীন আইটেম দিয়ে বদল করতে হবে। প্রণালীটি নিম্নরূপ—

এখানে n ও c এই দুইটি সংখ্যা নমুনাবীক্ষণ প্রণালীর নির্ণায়ক। n ও c নির্ণয়ের দুটি পথ আছে।

লটের গুণ রক্ষণ (Lot Quality Protection)

এখানে লটের আকার N, ক্রেতার সহনযোগ্য ত্রুটী ভগ্নাংশ p_t, বিক্রেতার উৎপাদন প্রক্রিয়ার গড় ত্রুটী ভগ্নাংশ $\bar{p}$ ও ক্রেতার ঝুঁকি P_cর সাহায্যে n ও c নির্ণয় করা হয়। এক্ষেত্রে, ক্রেতার ঝুঁকি P_c হ'ল

$$P_c=\sum_{x=0}^{c} \binom{N-Np_t}{n-x}\binom{Np_t}{x} \Big/ \binom{N}{n} \tag{4.21}$$

ও বিক্রেতার ঝুঁকি (P_p) হ'ল—

$$P_p=1-\sum_{x=0}^{c} \binom{N-N\bar{p}}{n-x}\binom{N\bar{p}}{x} \Big/ \binom{N}{n} \text{ ।} \tag{4.22}$$

পরীক্ষিত আইটেম সংখ্যার প্রত্যাশিত মান হ'ল—

$$I=n+(N-n)P_p, \tag{4.23}$$

যেহেতু n টি আইটেম সর্বদাই পরীক্ষিত হবে ও বাকী $(N-n)$টি আইটেম পরীক্ষিত হবে যদি লটটি নমুনাবীক্ষন প্রণালী অনুযায়ী বর্জিত হয়। N, p_t ও P_c এর প্রদত্ত মান থেকে n ও c র বহুসংখ্যক যুগ্ম মান নির্ণয় করা যায়। n ও cএর সেই যুগ্মমান গৃহীত হবে যার জন্য I সর্বনিম্ন হয়।

বহির্গামী গুণগড় রক্ষণ (Average Outgoing Quality Protection)

এক্ষেত্রে p_t ও P_c এর বদলে বহির্গামী গুণগড় সীমা $(AOQL)$ এর মান নির্দিষ্ট হয়। প্রণালী অনুযায়ী বহির্গামী গুণগড় (AOQ) হ'ল

$$AOQ=\sum_{x=0}^{c} \left(\frac{N-x}{N}\right)\binom{N-Np}{n-x}\binom{Np}{x} \Big/ \binom{N}{n} \text{ ।} \tag{4.24}$$

AOQ, p এর উপর নির্ভরশীল। p এর পরিবর্ত্তন সাপেক্ষে AOQ এর সর্বোচ্চ মান হ'ল বহির্গামী গুণগড় সীমা $(AOQL)$। $AOQL$ এর প্রদত্ত

মান থেকে n ও c এর বহুসংখ্যক যুগ্মমান পাওয়া যাবে। সেই যুগ্মমান নেওয়া হবে যাতে I সর্বনিম্ন হয়।

Dodge ও Romig এই নমুনাবীক্ষণ প্রণালীর প্রচুর পরিমাণে সারণী তৈরী করেছেন।

লক্ষ্য করা যেতে পারে, এই একক নমুনাবীক্ষণ প্রণালীতে ASN $[E_p(n)]$ হ'ল

$E_p(n)=n$, যদি সম্পূর্ণ পরীক্ষণ না করে লট্‌টি শুধু গৃহীত বা বর্জিত হয়। (4.25)

OC $[L(p)]$ হ'ল

$$L(p)=\sum_{x=0}^{c} \binom{Np-n}{n-x}\binom{Np}{x}\bigg/\binom{N}{n} \tag{4.26}$$

উদাহরণ 4.4 নিম্নলিখিত নির্দিষ্ট মানসীমার জন্য একক নমুনাবীক্ষণ পরিকল্পনা নির্ণয় কর। পরিকল্পনাগুলির বহির্গামী গুণগড় সীমা নির্ণয় কর।

(a) $N=3500,\quad p_t=1{\cdot}00\%,\quad \bar{p}=0{\cdot}15\%$

(b) $N=10{,}000,\quad p_t=10{\cdot}00\%,\quad \bar{p}=1{\cdot}00\%$

Dodge ও Roming এর একক নমুনাবীক্ষণ পরিকল্পনার সারণী [1] থেকে আমরা পাব—

প্রথমটির জন্য, $n=510$, $c=2$

ও পরিকল্পনার বহির্গামী গুণগড় সীমা $=0{\cdot}24\%$।

দ্বিতীয়টির জন্য, $n=65$, $c=3$

ও পরিকল্পনার বহির্গামী গুণগড়সীমা $=3{\cdot}00\%$।

উদাহরণ 4.5 নিম্নলিখিত নির্দিষ্ট মানসীমার জন্য একক নমুনা-বীক্ষণ পরিকল্পনা নির্ণয় কর। পরিকল্পনাটির সহনযোগ্য ত্রুটীভগ্নাংশ নির্ণয় কর।

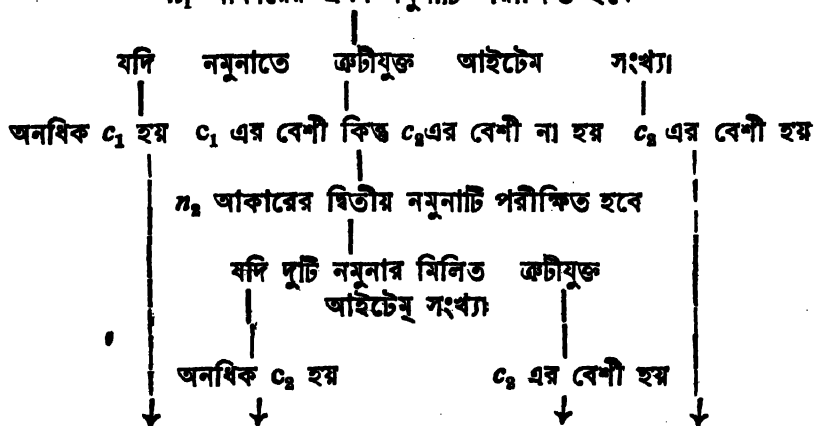
$N=3600,\ \bar{p}=0{\cdot}20\%,\ AOQL=2{\cdot}00\%$

Dodge ও Romig এর একক নমুনাবীক্ষণ পরিকল্পনার সারণী [1] থেকে আমরা পাব—

$$n=42,\ c=1$$

পরিকল্পনাটির সহনযোগ্য ত্রুটীভগ্নাংশ=9·3%

4.8.2 দ্বিপর্যায়ী নমুনাবীক্ষণ প্রণালী

দ্বিপর্যায়ী নমুনাবীক্ষণ প্রণালীতে একটি বা দুইটি নমুনার সাহায্যে গ্রহণ-বর্জন সম্পর্কে স্থির সিদ্ধান্তে আসা হয়। প্রণালীটি নিম্নরূপ :

দ্বিপর্যায়ী নমুনাবীক্ষণে n_1, n_2, c_1 ও c_2 এই চারটি মান নির্ণয় করতে হবে। নির্ণয় পন্থা একক নমুনাবীক্ষণ প্রণালীরই অনুরূপ।

P_c, P_p, I ও AOQ র সূত্রগুলি নীচে দেওয়া হ'ল।

ধরা যাক, $P_x, n\ ;\ Np, N = \binom{N-Np}{n-x}\binom{Np}{x}\Big/\binom{N}{n}$

তাহ'লে $$P_c=\sum_{x=0}^{c_1} P_x, n_1\ ;\ Np_i, N+\sum_{i=1}^{c_2-c_1}\ \sum_{x=0}^{c_2-c_1-i} P_{c_1+i}, n_1\ ;\ Np_i, N$$

$$\times P_x, n_2\ ;\ Np_i-c_1-i,\ N-n_1 \qquad (4.27)$$

$$P_p = 1 - \left[\sum_{x=0}^{c_1} P_{x}, n_1 ; N\bar{p}, N + \sum_{i=1}^{c_2-c_1} \sum_{x=0}^{c_2-c_1-i} Pc_1+i, n_1 ; N\bar{p}, N \right.$$

$$\left. \times P_{x}, n_2 ; N\bar{p} - c_1 - i, N - n_1 \right] , \quad (4.28)$$

$$I = n_1 + n_2\left(1 - \sum_{x=0}^{c_1} P_{x}, n_1 ; N\bar{p}, N \right) + (N - n_1 - n_2)\ P_p$$

(4.29)

ও
$$AOQ = \sum_{x=0}^{c_1} \left(\frac{Np - x}{N}\right) P_{x}, n_1 ; Np, N$$

$$+ \sum_{i=1}^{c_2-c_1} \sum_{x=0}^{c_2-c_1-i} \left(\frac{Np - c_1 - i - x}{N}\right) Pc_1+i, n_1 ; Np, N$$

$$\times P_{x}, n_2 ; Np - c_1 - i, N - n_1 \text{ ।} \quad (4.30)$$

এক্ষেত্রে $ASN\ [E_p(n)]$ ও $OC\ [L(p)]$ অপেক্ষক দুটি হ'ল—

$$E_p(n) = n_1 + n_2\left[\sum_{x=c_1+1}^{c_2} P_{x}, n_1 ; Np, N \right],$$ যদি সম্পূর্ণ পরীক্ষণ

(4.31)

না করে লট্‌টি গৃহীত বা বর্জিত হয়

ও
$$L(p) = \sum_{x=0}^{c_1} P_{x}, n_1 ; Np, N + \sum_{i=1}^{c_2-c_1} \sum_{x=0}^{c_2-c_1-i} Pc_1+i, n_1 ; Np, N$$

$$\times P_{x}, n_2 ; Np - c_1 - i, N - n_1 \text{ ।} \quad (4.32)$$

উদাহরণ 4.6 উদাহরণ 4.4 এ নির্দিষ্ট মানসীমাগুলির জন্য দ্বিপর্যায়ী নমুনাবীক্ষণ পরিকল্পনা নির্ণয় কর। পরিকল্পনাগুলির বহির্গামী গুণগড় সীমা নির্ণয় কর।

Dodge ও Romig এর দ্বিপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ পরিকল্পনার সারণী [1] থেকে আমরা পাব—

প্রথমটির জন্য, $n_1=275$, $n_2=435$, $c_1=0$ $c_2=3$ ও
পরিকল্পনাটির বহির্গামী গুণগড় সীমা $=0{\cdot}25\%$ ।

দ্বিতীয়টির জন্য, $n_1=28$, $n_2=62$, $c_1=0$, $c_2=4$ ও
পরিকল্পনাটির বহির্গামী গুণগড় সীমা $=3{\cdot}00\%$ ।

উদাহরণ 4.7 উদাহরণ 4.5 এ নির্দিষ্ট মানসীমাগুলির জন্য দ্বিপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ পরিকল্পনা নির্ণয় কর। পরিকল্পনাটির সহনযোগ্য ত্রুটী ভগ্নাংশ কত ?

Dodge ও Romig এর দ্বিপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ পরিকল্পনার সারণী [1] থেকে আমরা পাব—

$$n_1=38,\ n_2=62,\ c_1=0,\ c_2=3$$

ও পরিকল্পনাটির সহনযোগ্য ত্রুটী ভগ্নাংশ $=7{\cdot}3\%$ ।

4.8.3 বহুপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ প্রণালী ও ক্রমপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ

দ্বিপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ প্রণালীতে যদি পর্য্যায়সংখ্যা দুই এর অধিক হয়, অর্থাৎ গ্রহণ-বর্জনাত্মক স্থির সিদ্ধান্তে আসতে দুইএর অধিক নমুনা গ্রহণ করা হয়, তাকে বহুপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ বলে। যদি m-পর্যায়ী নমুনাবীক্ষণ হয় তাহলে $n_1, n_2, \ldots n_m$ ও $c_1, c_2, \cdots c_m$ এই $2m$টি মান নির্ণয় করতে হবে। নির্ণয় প্রণালী একক বা দ্বিপর্যায়ী প্রণালীরই অনুরূপ।

বহুপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণে যদি প্রতি পর্য্যায়ে নমুনা সংখ্যা 1 হয় ও পর্য্যায়সংখ্যা সীমাহীন হয় তাকে ক্রমপর্য্যায়ী (Sequential) নমুনাবীক্ষণ প্রণালী বলে।

ধরা যাক, p হ'ল লটের ত্রুটীযুক্ত খণ্ড ভগ্নাংশ। আরও ধরা যাক, ক্রেতা ও বিক্রেতা দুটি মান স্থির করল যাতে $p \leqslant p_0$ হ'লে লট্‌টি বর্জন করা ঠিক হবেনা আবার $p \geqslant p_1$ হলেও লট্‌টি গ্রহণ করা ঠিক নয় ও যদি $p_0 < p < p_1$ হয় তাহ'লে গ্রহণ বর্জন সম্পর্কে কোন স্থির সিদ্ধান্তে আসা যাবেনা। এছাড়া α ও β দুটি মান স্থির করা হ'ল যাতে

$$L(p) \geqslant 1-\alpha \qquad p \leqslant p_0 \text{ হ'লে}$$
$$\text{ও } L(p) \leqslant \beta \qquad p \geqslant p_1 \text{ হলে।}$$

তাহ'লে ক্রমপর্য্যায়ী নমুনা প্রণালী ক্রমপর্য্যায়ী সম্ভাবনা অনুপাত থেকে পাওয়া যাবে। m-তম পর্য্যায়ে সম্ভাবনা অনুপাত হ'ল—

$$\frac{p_{1m}}{p_{om}} = \frac{x_1, x_2, \ldots x_m \text{ নমুনা অবেক্ষকদের সংযুক্ত সম্ভাবনা ভর অপেক্ষক } p=p_1 \text{ হ'লে}}{\text{ঐ, } p=p_o \text{ হ'লে}}$$

$$= \frac{\prod_{i=1}^{m} p_1^{x_i}(1-p_o)^{1-x_i}}{\prod_{i=1}^{m} p_o^{x_i}(1-p_o)^{1-x_i}}$$, $x_i=1$ যদি i তম আইটেম ত্রুটীযুক্ত হয় ও $x_i=0$, যদি ত্রুটামুক্ত হয়।

$$= \frac{p_1^{dm}(1-p_1)^{m-dm}}{p_0^{dm}(1-p_o)^{m-dm}}$$, d_m হ'ল mটি পরীক্ষিত আইটেমে ত্রুটীযুক্ত খণ্ড সংখ্যা। (4·33)

ক্রমপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণে, m তম পর্য্যায়ে—

$\frac{p_{1m}}{p_{om}} \leqslant \frac{\beta}{1-\alpha}$ হ'লে লট্‌টি গৃহীত হ'বে,

$\frac{p_{1m}}{p_{om}} \geqslant \frac{1-\beta}{}$ হ'লে লট্‌টি বর্জিত হ'বে

ও $\frac{\beta}{1-\alpha} \leq \frac{p_{1m}}{p_{om}} < \frac{1-\beta}{\alpha}$ হ'লে আরও একটি আইটেম পরীক্ষা করতে হ'বে।

এক্ষেত্রে,

$d_m \leqslant a_m$ হ'লে লট্‌টি গৃহীত হ'বে,

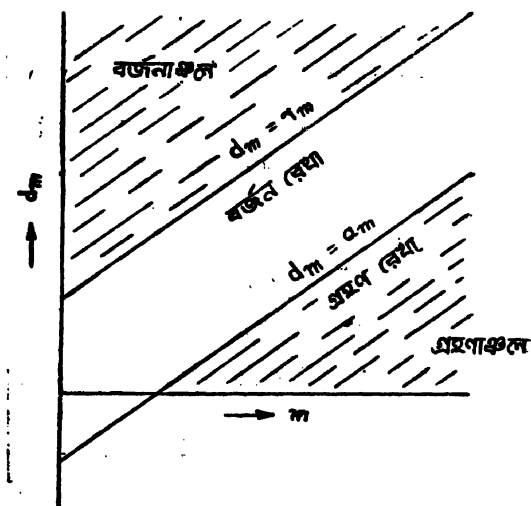
$a_m \geqslant r_m$ হ'লে লট্‌টি বর্জিত হ'বে

ও $a_m \leq d_m \leq r_m$ হ'লে আরও একটি আইটেম পরীক্ষা করতে হ'বে—

যেখানে,

$$a_m = \frac{\log\frac{\beta}{1-\alpha}}{\log\frac{p_1(1-p_o)}{p_o(1-p_1)}} + m\,\frac{\log\frac{1-p_o}{1-p_1}}{\log\frac{p_1(1-p_o)}{p_o(1-p_1)}} \quad (4.34)$$

$$\text{ও}\quad r_m = \frac{\log\frac{1-\beta}{\alpha}}{\log\frac{p_1(1-p_o)}{p_o(1-p_1)}} + m.\,\frac{\log\frac{1-p_o}{1-p_1}}{\log\frac{p_1(1-p_o)}{p_o(1-p_1)}} \quad (4.35)$$

লক্ষ্য করা যেতে পারে a_m ও r_m দুটিই m এর ঋজুরৈখিক অপেক্ষক। একটা লেখচিত্রে a_m ও r_m—গ্রহণরেখা ও বর্জনরেখা আঁকা যায়। যদি (m, d_m) বিন্দু গ্রহণরেখার উপরে বা তার নীচে থাকে তাহ'লে লট্‌টি গৃহীত হ'বে ও বর্জনরেখার উপরে বা তার উপরে থাকে তাহ'লে লট্‌টি বর্জিত হবে। তা না হ'লে পরবর্তী পর্য্যায়ে যেতে হবে।

চিত্র 4.8 লেখচিত্রের সাহায্যে ক্রমপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ

4.8.4 তিনটি প্রণালীর তুলনামূলক আলোচনা

প্রণালীগুলি তুলনামূলক আলোচনার নিরিখ দুটি—গড় নমুনা সংখ্যা (*ASN*) ও ব্যবহারিক বৈশিষ্ট্য (*OC*)। ধরা যাক তিনটি প্রণালী—একটি একক, একটি দ্বিপর্য্যায়ী ও অন্যটি বহুপর্য্যায়ী বা ক্রমপর্য্যায়ী—

সমতুল, কারণ তাদের OC প্রায় সমান। দেখা যাবে যে একক নমুনা প্রণালীতে গড় নমুনাসংখ্যা সর্বাপেক্ষা বেশী, দ্বিপর্য্যায়ী নমুনা প্রণালীতে তার চেয়ে কম ও ক্রমপর্য্যায়ী নমুনা প্রণালীতে সর্বাপেক্ষা কম। দ্বিপর্য্যায়ী প্রণালীতে শতকরা 25 থেকে 33 ভাগ কম নমুনা প্রয়োজন হবে—ক্রমপর্য্যায়ী প্রণালীতে শতকরা 33 থেকে 50 ভাগ কম নমুনা লাগবে। সুতরাং সময় ও খরচের দিক দিয়ে ক্রমপর্য্যায়ী নমুনাপ্রণালীই শ্রেষ্ঠ।

আইটেম পরীক্ষকদের প্রশিক্ষণ একক প্রণালী অনুসরণ করলে সর্বাপেক্ষা সহজ, ক্রমপর্য্যায়ী প্রণালী অনুসরণ করলে সর্বাপেক্ষা কঠিন।

লট্‌টি থেকে একাধিকবার নমুনা নেওয়ার মধ্যে যে মানসিক সন্তুষ্টি তা একক প্রণালীতে অনুপস্থিত, কিন্তু ক্রমপর্য্যায়ী প্রণালীতে সর্বাপেক্ষা বেশী।

উদাহরণ 4.8 যদি $p_o=0{\cdot}02$, $p_1=0{\cdot}05$, $\alpha=0{\cdot}05$ ও $\beta=0{\cdot}10$ হয়, তাহলে ক্রমপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ প্রণালীতে গ্রহণরেখা ও বর্জনরেখা নির্ণয় কর।

আমরা দেখেছি $m=1, 2, 3, \ldots$ এর জন্য গ্রহণসংখ্যা (a_m) ও বর্জনসংখ্যার (r_m) সূত্র হ'ল—

$$a_m=\frac{\log\frac{\beta}{1-\alpha}}{\log\frac{p_1(1-p_o)}{p_o(1-p_1)}}+m.\frac{\log\frac{1-p_o}{1-p_1}}{\log\frac{p_1(1-p_o)}{p_o(1-p_1)}}$$

$$\text{ও}\quad r_m=\frac{\log\frac{1-\beta}{\alpha}}{\log\frac{p_1(1-p_o)}{p_o(1-p_1)}}+m.\frac{\log\frac{1-p_o}{1-p_1}}{\log\frac{p_1(1-p_o)}{p_o(1-p_1)}}$$

p_0, p_1, α ও β র মান বসিয়ে—

$$a_m=\frac{\log\frac{0{\cdot}10}{0{\cdot}95}}{\log\frac{{\cdot}05\times0{\cdot}98}{{\cdot}02\times0{\cdot}95}}+m\frac{\log\frac{0{\cdot}98}{0{\cdot}95}}{\log\frac{0{\cdot}05\times0{\cdot}98}{0{\cdot}02\times0{\cdot}95}}$$

$$= \frac{\log\ 0{\cdot}1052}{\log\ 2{\cdot}5789} + m.\frac{\log\ 1{\cdot}0316}{\log\ 2{\cdot}5789}$$

$$= -\frac{0{\cdot}9779843}{0{\cdot}4114345} + m.\frac{0{\cdot}0135534}{0{\cdot}4114345}$$

$$= -2{\cdot}377 + 0{\cdot}033\ m$$

অনুরূপভাবে,

$$r_m = 3{\cdot}051 + 0{\cdot}033\ m.$$

অনুশীলনী

4.1 নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্রের তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা দাও।

4.2 বিভিন্ন প্রকার প্রস্তুতপ্রণালীতে ব্যবহৃত বিভিন্ন ধরণের গুণ-মাপকের (সংখ্যাগত বা গুণলক্ষণ) জন্য নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র ব্যবহার করে কিভাবে গুণনিয়ন্ত্রণ করা সম্ভব তা আলোচনা কর।

4.3 গুণ নিয়ন্ত্রণ পদ্ধতিতে ব্যবহৃত নিম্নলিখিত শব্দগুলির সংজ্ঞা নির্দেশ কর—

(ক) গুচ্ছাংশ, (খ) নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র, (গ) প্রমাণ মান (ঘ) নির্দিষ্ট মানসীমা।

4.4 একক, দ্বিপর্য্যায়ী ও বহুপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ প্রণালী ব্যাখ্যা কর। একক ও দ্বিপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ প্রণালী (ত্রুটী-ভগ্নাংশের সাহায্যে) নির্ণয়ের পদ্ধতি আলোচনা কর।

4.5 নমুনাবীক্ষণ পদ্ধতিতে ব্যবহৃত নিম্নলিখিত শব্দগুলির সংজ্ঞা নির্দেশ কর—

ক্রেতার ঝুঁকি, বিক্রেতার ঝুঁকি, লটের সহনযোগ্য ত্রুটী ভগ্নাংশ, বহির্গামী গুণগড় সীমা, ব্যবহারিক বৈশিষ্ট্য রেখা, নমুনাসংখ্যা রেখা।

4.6 ক্রমপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ পদ্ধতি (ত্রুটী ভগ্নাংশের সাহায্যে) বিশ্লেষণ কর।

4.7 একটি যন্ত্র অভ্রের চাকতি প্রস্তুত করছে যার স্থূলত্বের নির্দেশীকৃত মানসীমা ·008″ থেকে ·015″। প্রতি গুচ্ছাংশে 6টি করে নমুনা নেওয়া হ'ল। $\bar{x}$ ও R ক্রমচিত্র এঁকে দেখ যে—

(ক) স্থূলত্ব নিয়ন্ত্রিত অবস্থায় আছে কিনা (খ) নিয়ন্ত্রিত অবস্থায় থাকলে, নির্দেশীকৃত মানসীমা লঙ্ঘন করছে কি না।

নমুনা সংখ্যা	অভ্র চাকতির স্থূলত্ব (·001 ইঞ্চি একক)					
1	12	14	8	12	10	9
2	10	11	13	8	9	12
3	12	11	16	14	15	16
4	17	12	16	17	16	12
5	8	15	14	10	14	14
6	8	13	15	12	15	10
7	14	13	12	10	12	13
8	11	10	7	16	9	12
9	9	14	10	12	12	14
10	12	10	14	12	14	13
11	10	8	12	10	9	12
12	10	10	8	8	9	11
13	9	7	10	12		10
14	13	11	8	14	13	15
15	8	7	13	14	12	8

4.8 নিম্নলিখিত রাশিতথ্য 20টি রবার বেল্টের লটে (প্রতিটি লটে 2300 আইটেম) প্রাপ্ত ত্রুটিপূর্ণ আইটেম সংখ্যা দেওয়া হ'ল। ত্রুটীযুক্ত আইটেম সংখ্যার নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র এঁকে নিয়ন্ত্রিত অবস্থা সম্পর্কে মন্তব্য কর :

430, 435, 221, 346, 230, 327, 285, 311, 342, 308,
456, 394, 285, 331, 198, 414, 131, 269, 221, 407

4.9 নিম্ন সারণীতে প্রতি 100 গজ উলের জিনিষে ত্রুটির সংখ্যা দেওয়া হ'ল। ত্রুটিসংখ্যার নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র আঁক ও মন্তব্য কর :

জিনিষ সংখ্যা	ত্রুটি সংখ্যা	জিনিষ সংখ্যা	ত্রুটিসংখ্যা
1	3	11	4
2	3	12	10
3	6	13	5
4	3	14	5
5	0	15	5
6	1	16	4
7	3	17	3
8	5	18	4
9	7	19	5
10	8	20	1

4.10 কোন যন্ত্রাংশ প্রস্তুতকারক কারখানা থেকে প্রতিদিন 100টি যন্ত্রাংশের নমুনা নিয়ে ত্রুটিযুক্ত যন্ত্রাংশ সংখ্যা গোনা হ'ল। নিম্নে ত্রুটিযুক্ত যন্ত্রাংশ সংখ্যা দেওয়া হ'ল। প্রথম 20টি নমুনা থেকে ত্রুটিযুক্ত ভগ্নাংশের নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র অঙ্কণ কর ও দেখ তারপরেও অবস্থা নিয়ন্ত্রিত কিনা।

12	15	5	16	21	12	7	16
13	10	18	22	33	8	6	26
11	6	19	16	8	14	18	32
7	4	16	23	16	14	22	26
28	16	15	20	11	6	8	24

4.11 নীচে দেওয়া নির্দিষ্ট মানের জন্য উপযুক্ত একক ও দ্বিপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ প্রণালী নির্ণয় কর (Dodge ও Romig এর সারণী ব্যবহার করে)। প্রথম ক্ষেত্রে প্রণালীগুলির বহির্গামী গুণগড় সীমা ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে সহনযোগ্য ত্রুটী ভগ্নাংশ কত লেখ।

(ক) $N=2000$, $\bar{p}=1{\cdot}00\%$, $p_t=2{\cdot}0\%$

(খ) $N=3000$, $\bar{p}=2{\cdot}00\%$, $AOQL=3{\cdot}0\%$

4.12 $p_0=0{\cdot}03$, $p_1=0{\cdot}06$, $\alpha=0{\cdot}05$ ও $\beta=0{\cdot}10$ হ'লে ক্রমপর্য্যায়ী নমুনাবীক্ষণ প্রণালীর গ্রহণ ও বর্জন রেখা নির্ণয় কর।

4·13 নিম্নলিখিত একক নমুনাবীক্ষণ পরিকল্পনার জন্য *ASN* ও *OC* রেখা অঙ্কন কর। এক্ষেত্রে বর্জন অর্থ লটের বাকী আইটেমও পরীক্ষা করতে হবে। [Poisson এর নিবেশন ব্যবহার করা যেতে পারে]

(ক) $N=1000$, $n=50$, $c=0$

(খ) $N=1000$, $n=80$, $c=1$

(গ) $N=1000$, $n=100$, $c=2$

সহপাঠ্য পুস্তকাবলী

[1] Dodge H. F ও Romig, H. G. *Sampling Inspection Tables.* John Wiley, 1959.

[2] Duncan, A. J. *Quality control and Industrial Statistics* (Parts II & IV). Richard D. Irwin, 1953.

[3] Goon, A. M., Gupta, M. K. ও Dasgupta, B. *Fundamentals of Statistics*, Vol-II (Ch. 27). World Press, 1972.

[4] Grant, E. L. *Statistical Quality Control* (Parts I—IV), Mc-Graw-Hill, 1964.

[5] Shewhart, W. A. *Economic Control of Quality of Manufactured Product* (Chs. 1, 3, 11, 19, 20). Van Nostrand, 1931.

পঞ্চম পরিচ্ছেদ

সূচক সংখ্যা

(Index Number)

5.1 সূচনা

সূচক সংখ্যার দ্বারা কতগুলি পরস্পর সম্পর্কযুক্ত চলক (Related Variables)-এর পরিবর্ত্তনের পরিমাপ করা হ'য়ে থাকে। উদাহরণ স্বরূপ, সময়ের পরিবর্ত্তনের সাথে সাথে বিভিন্ন পণ্যদ্রব্যের দরের হেরফেরের পরিমাপ দরের সূচক (Price Index) দ্বারা করা হ'য়ে থাকে (এখানে পণ্যদ্রব্যের দরকে চলক হিসাবে ধরা হ'য়েছে)। অনুরূপভাবে দুটো বিভিন্ন সময়ে শিল্পজাত দ্রব্যাদির উৎপাদনের পরিবর্ত্তনের পরিমাপ, দুটো বিভিন্ন সময়ে দেশের বেকার লোকের সংখ্যার পরিবর্ত্তনের পরিমাপ কিংবা একই শ্রেণীর লোক এক দেশ থেকে আর এক দেশে বদলী হওয়ার ফলে তাদের জীবন ধারণের ব্যয়ের যে পরিবর্ত্তন হয় তার পরিমাপ সূচক সংখ্যার সাহায্যে করা যায়।

আগে সূচক সংখ্যার ব্যবহার করা হোতো প্রধানত: পণ্যের দরের পরিবর্ত্তন পরিমাপ করার জন্য। কিন্তু এখন এর ব্যবহার খুবই ব্যাপকভাবে করা হ'য়ে থাকে। তথাপি এখন পর্য্যন্ত বিভিন্ন ধরণের দরের পরিবর্ত্তনের পরিমাপক সূচকগুলির গুরুত্বই সর্ব্বাপেক্ষা অধিক। বিভিন্ন দ্রব্যের দরের পরিবর্ত্তনের সাথে সাথে কর্ম্মচারী বা শ্রমিকদের বেতন, মাগ্‌গীভাতা, বাড়ীভাড়ার ভাতা ইত্যাদিরও পরিবর্ত্তন করার প্রয়োজনীয়তা অনুভূত হ'য়ে থাকে। এজন্য বর্ত্তমানে বিভিন্ন ধরণের দরের সূচকের গতিপ্রকৃতির প্রতি লক্ষ্য রাখা শ্রমিক, মালিক, সমাজকর্ম্মী, ট্রেড ইউনিয়ন কর্ম্মী কিংবা রাজ্য বা কেন্দ্রীয় সরকারের পক্ষে প্রয়োজন। এই উদ্দেশ্যে সবচাইতে বহুল প্রচলিত সূচক হ'লো ভোক্তাদের দরের সূচক (Consumer Price Index বা সংক্ষেপে C P I) যার অপর নাম জীবিকা নির্ব্বাহণ ব্যয়ের সূচক (Cost of Living Index বা সংক্ষেপে C L I)। এ ছাড়া দেশের (বা রাজ্যের) মূল্যমান নির্দেশক পাইকারী দরের সূচক (Wholesale Price Index)-এর ব্যবহারও খুবই ব্যাপক।

5.2 সূচক সংখ্যায় ব্যবহৃত কয়েকটি প্রতীক (Symbols used in Index Number)

আগেই বলা হ'য়েছে একটি অবস্থাকে ভিত্তি (Base) ক'রে সেই অবস্থার তুলনায় আর একটি অবস্থার পরিমাপ সূচক সংখ্যার দ্বারা করা হ'য়ে থাকে। একটি সময়ের অবস্থার সাথে যখন আর একটি সময়ের অবস্থার তুলনা করা হয় তখন যে সময়কে ভিত্তি ক'রে এই তুলনা করা হয়, তাকে বলা হয় ভিত্তিকাল (Base Period) এবং যে সময়ের তুলনা করা হয় তাকে বলা হয় চল্‌তিকাল (Current Period)। এরূপ ক্ষেত্রে কোনো একটি পণ্যের সূচক সংখ্যার জন্য নিম্নলিখিত প্রতীক-গুলি ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে :—

p_0=পণ্যের ভিত্তিকালের দর (Base Period Price of the Commodity)।

p_1=পণ্যের চল্‌তিকালের দর (Current Period Price of the Commodity)।

q_0=ভিত্তিকালে পণ্যটির ব্যবহারের পরিমাণ (Quantity used of the Commodity during the Base Period)।

q_1=চল্‌তিকালে পণ্যটির ব্যবহারের পরিমাণ (Quantity used of the Commodity during the Current Period)।

এখানে (p_1-p_0) হ'লো ভিত্তিকাল থেকে চল্‌তিকালে দর-এর পরিবর্ত্তনের প্রকৃত পরিমাপ। অপরপক্ষে $\frac{p_1}{p_0}$ হ'লো এরকম পরিবর্ত্তনের আপেক্ষিক (Relative) পরিমাপ। $\frac{p_1}{p_0}$ কে আপেক্ষিক দর (Price Relative) ব'লে অভিহিত করা হয়। অনুরূপভাবে $\frac{q_1}{q_0}$ কে আপেক্ষিক পরিমাণ (Quantity Relative) ব'লে অভিহিত করা হয়। প্রতিটি ভিন্ন ভিন্ন পণ্যের (যথা, চাল, ডাল, তেল, নুন, কাপড়, লোহা, বাড়ী-ভাড়া ইত্যাদি) জন্য আলাদা আলাদা আপেক্ষিক দর এবং আপেক্ষিক পরিমাণ পরিমাপ করা যেতে পারে। ভিন্ন ভিন্ন আপেক্ষিক দরগুলির একটি গড় নির্ণয় ক'রে তাকে দরের সূচক ব'লে অভিহিত করা হ'য়ে থাকে। এরকম গড় নির্ণয়ে নানা রকম সমস্যা দেখা দেয়। এসব সমস্যা সূচক সংখ্যা নির্ণয়ের সমস্যার অন্তর্গত।

5.3 সূচক সংখ্যা নির্ণয়ের সমস্যাসমূহ (Problems connected with construction of Index Number)

সূচক সংখ্যা নির্ণয়কালে প্রধানতঃ নিম্নলিখিত সমস্যাগুলির সম্মুখীন হ'তে হয় :—

(ক) সূচক সংখ্যা ব্যবহারের উদ্দেশ্য স্থির করা।

(খ) ভিত্তিকাল (Base Period) নির্ণয়।

(গ) কোন্ কোন্ পণ্যকে সূচক সংখ্যার অন্তর্ভুক্ত করা হবে তা স্থির করা।

(ঘ) প্রয়োজনীয় রাশিতথ্য সংগ্রহ।

(ঙ) বিভিন্ন শ্রেণীর রাশিতথ্যের একত্রীকরণ।

(চ) কিরূপ ভার (Weight) ব্যবহার করা হ'বে তা স্থির করা।

(ছ) নির্ণীত সূচক সংখ্যার ব্যাখ্যা করা।

(ক) সূচক সংখ্যা ব্যবহারের উদ্দেশ্য।

কোনো সূচক সংখ্যা সঠিকভাবে নির্ণয় করার আগে তা কি উদ্দেশ্যে ব্যবহার করা হবে সে সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণা থাকা দরকার। জীবিকা নির্ব্বাহণ ব্যয়ের সূচক সংখ্যার (Cost of Living Index Number) কথা ধরা যাক। এই সূচক সংখ্যা নির্ণয়ের উদ্দেশ্যে যে সব পণ্যের দর সংগ্রহ করা হবে সেগুলি দৈনন্দিন জীবনযাত্রা নির্ব্বাহের সাথে সম্পর্কযুক্ত হওয়া দরকার। দৈনন্দিন জীবনযাত্রা নির্ব্বাহের জন্য লোকে প্রধানতঃ খুচরো দরে জিনিস কিনে থাকে। কাপড়ের কথা ধরা যাক্। দৈনন্দিন জীবনযাত্রা নির্ব্বাহের জন্য কাপড়ের ব্যবহার অত্যাবশ্যক। সুতরাং এ উদ্দেশ্যে সূচকসংখ্যা নির্ণয়কালে কাপড়কে একটি পণ্য হিসেবে অবশ্যই অন্তর্ভুক্ত করতে হবে। কিন্তু দৈনন্দিন ব্যবহারের জন্য কাপড় লোকে অধিকাংশ ক্ষেত্রেই খুচরো দরে কিনে থাকে। সুতরাং এরকম ক্ষেত্রে কাপড়ের খুচরো দরই সংগ্রহ করা দরকার—পাইকারী দর নয়। অন্যদিকে সাধারণভাবে দেশের মূল্যমানের গতিপ্রকৃতি জানার উদ্দেশ্যে নির্মিত পাইকারী দরের সূচক (Wholesale Price Index) নির্ণয়কালে কাপড়ের পাইকারী দর নেওয়াই বাঞ্ছনীয়।

(খ) ভিত্তিকাল নির্ণয়।

আগেই বলা হ'য়েছে ভিত্তিকালের (Base Period) তুলনায় চলতিকালের (Current Period) আপেক্ষিক দর (যা $\frac{p_1}{p_0}$ র দ্বারা

প্রকাশিত হয়) নির্ণয়ের দ্বারা সূচক সংখ্যা নির্ণীত হয়। এই আপেক্ষিক দর শতকরা হিসেবে নির্ণীত হয়। অর্থাৎ, ভিত্তিকালে কোনো পণ্যের দর যদি 100 হয় তবে চলতিকালে তা কত হবে—আপেক্ষিক দর দ্বারা তা স্থির করা হয়। প্রতীকের দ্বারা দেখাতে হ'লে এটা হবে $100\frac{p_1}{p_0}$ ।

ভিত্তিকাল নির্ণয়ের সময় বিশেষ সাবধানতা অবলম্বন করা দরকার। যে সময় বিশেষ কোনো কারণে পণ্যের দর হঠাৎ খুব বেড়ে যায় (যেমন যুদ্ধের সময়) বা কমে যায় (যেমন মন্দার সময়), সে রকম অস্বাভাবিক সময়কে ভিত্তিকাল হিসাবে ধরা ঠিক নয়। মোটামুটিভাবে একটি স্বাভাবিক সময়কেই ভিত্তিকাল ব'লে ধরা উচিত।

ভিত্তিকাল এবং চলতিকালের মধ্যে সময়ের পার্থক্য অস্বাভাবিক বেশী হওয়া ঠিক নয়। কারণ এরকম হ'লে ভিত্তিকালের বাজারের অবস্থা এবং জনসাধারণের জীবনযাত্রার মানের সাথে চলতিকালের বাজারের অবস্থা এবং জনসাধারণের জীবনযাত্রার মান তুলনীয় হয় না। ভিত্তিকাল অনেক পুরোনো হ'লে সূচকসংখ্যা নির্ণয়ের জন্য নির্দিষ্ট ভিত্তিকালের অনেক পণ্য চলতিকালের বাজারে অপ্রাপ্য বা দুষ্প্রাপ্য হ'য়ে পড়ে। এ জন্য কোনো প্রচলিত সূচকসংখ্যার ভিত্তিকাল বেশ অনেকটা পুরোনো হ'য়ে পড়লে তাকে পাল্টিয়ে অদূর অতীতে অবস্থিত আর একটি ভিত্তিকাল নতুন ক'রে স্থির ক'রতে হয়।

ভিত্তিকালের দৈর্ঘ্য খুব বেশী হওয়া উচিত নয় আবার খুব কমও হওয়া উচিত নয়। ভিত্তিকাল খব দীর্ঘ (যেমন দশ বৎসর সময়) হ'লে, ঐ দীর্ঘ সময়ের গড় নেওয়ার ফলে বিভিন্ন পণ্যের দরের উত্থানপতন পরিষ্কারভাবে পরিলক্ষিত হয় না। আবার খুব হ্রস্ব ভিত্তিকাল—যেমন, একদিন বা এক সপ্তাহ—অনেক সময়ই তেমন নির্ভরযোগ্য হয় না। কারণ, এরকম স্বল্প সময়ে অনেক সামান্য কারণেও পণ্যের দরের অস্বাভাবিক হ্রাসবৃদ্ধি হওয়া সম্ভব। যেমন, কোনো একটি দিনে বিয়ের তারিখ থাকলে সে দিন বাজারে মাছের দর স্বাভাবিক দরের চাইতে অনেক বেশী হ'তে পারে।

(গ) কোন্ কোন্ পণ্যকে সূচক সংখ্যার অন্তর্ভুক্ত করা হবে তা স্থির করা।

সময়ের স্বল্পতা এবং অন্যান্য ব্যবহারিক অসুবিধার জন্য বাজারের

প্রত্যেকটি পণ্যকে সূচকসংখ্যার অন্তর্ভুক্ত করা সম্ভব নয়। সূচক সংখ্যার ব্যবহারিক প্রয়োগের জন্য একটি নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে তা সঙ্কলন করা দরকার। বাজারের প্রতিটি পণ্যের দর সংগ্রহ ক'রতে হ'লে এরকম বাঁধাধরা সময়ের মধ্যে সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা সম্ভব নয়। তা ছাড়া প্রত্যেকটি দ্রব্যের দর সংগ্রহ করা ব্যয়সাপেক্ষ। এজন্য নমুনা হিসেবে কতগুলি প্রতিনিধিমূলক পণ্যের দর সংগ্রহ করা হ'য়ে থাকে। পণ্যগুলি এমনভাবে চয়ন করা হয় যাতে এদের গড় দরের গতিবিধি বাজারের সমস্ত পণ্যের গড় দরের গতিবিধির সমধর্মী হয়। এই কারণে সাধারণতঃ উদ্দেশ্যমূলকভাবে পণ্যগুলির নমুনা সংগ্রহ করা হ'য়ে থাকে। তবে বর্ত্তমানে সমসম্ভব নমুনাসংগ্রহ পদ্ধতি (Random Sampling Method)-র বিশেষ বিশেষ ধরণের প্রয়োগও কিছু কিছু ক্ষেত্রে করা হ'য়ে থাকে।

নমুনা সংগ্রহ করার উদ্দেশ্যে পণ্যগুলিকে প্রথমে কয়েকটি প্রধান প্রধান গোষ্ঠী (Group)-তে ভাগ করা হ'য়ে থাকে। যেমন জীবিকা নির্ব্বাহক পণ্যগুলিকে সাধারণতঃ এই পাঁচটি গোষ্ঠীতে ভাগ করা হয়—খাদ্য, জ্বালানী ও আলো, পরিধেয়, বাসস্থান এবং বিবিধ। প্রতিটি গোষ্ঠী (Group)-র আবার অনেকগুলি উপগোষ্ঠী (Sub-Group) থাকে। যেমন খাদ্যের উপগোষ্ঠী হোলো তণ্ডুলজাতীয় খাদ্য (যথা—চাল, গম), মাছ, মাংস, তরকারী ইত্যাদি। জ্বালানী ও আলোর উপগোষ্ঠী হোলো কয়লা, কাঠ, বিদ্যুৎ, কেরোসিন ইত্যাদি। প্রত্যেক উপগোষ্ঠীর অন্তর্ভুক্ত হয় কতগুলি পণ্য। যেমন, তণ্ডুলজাতীয় খাদ্যের অন্তর্ভুক্ত হ'লো চাল, গম, বাজরা ইত্যাদি পণ্য। মাছ উপগোষ্ঠীর অন্তর্ভুক্ত হ'লো রুই, কাতলা, মৃগেল, কৈ ইত্যাদি ।

বিভিন্ন উপগোষ্ঠীর অন্তর্ভুক্ত সবগুলি পণ্যকে না নিয়ে নমুনা হিসেবে কয়েকটিকে চয়ন করা হয়। আগেই বলা হ'য়েছে এই নমুনা চয়ন এমনভাবে করার চেষ্টা করা হয় যাতে নমুনাভুক্ত পণ্যগুলির দরকে উপগোষ্ঠীভুক্ত সমস্ত পণ্যের দরের প্রতিনিধিস্থানীয় ব'লে ধরা চলে। নমুনা সংখ্যা (Sample Size) কি হবে তা স্থির করার জন্য কোনো বাঁধাধরা নিয়ম অনুসরণ করা সম্ভব নয়। তবে এ সংখ্যা খুব একটা বড় কিংবা ছোটো হওয়া বাঞ্ছনীয় নয়। কারণ বড় নমুনা সংগ্রহে নানা বাস্তব অসুবিধা (যথা, খরচের অস্বাভাবিক বৃদ্ধি, সঙ্কলণের অসুবিধা, সূচক-সংখ্যা সময়মতো প্রকাশের অসুবিধা ইত্যাদি) থাকে। আবার খুব ছোটো নমুনা নিলে তা নির্দিষ্ট উপগোষ্ঠীর প্রতিনিধিমূলক না হবার সম্ভাবনা থাকে।

(ঘ) প্রয়োজনীয় রাশিতথ্য সংগ্রহ।

সূচকসংখ্যা নির্ণয়ের উদ্দেশ্যে প্রয়োজনীয় রাশিতথ্য সংগ্রহের সময় বিশেষ সাবধানতা অবলম্বন করা দরকার। একটি নির্দিষ্ট সময়ে কোনো একটি পণ্যের দর বিভিন্ন বাজারে (এমন কি অনেক সময় একই বাজারের অন্তর্গত বিভিন্ন দোকানে) বিভিন্ন প্রকার হ'তে পারে। তা ছাড়া গুণগত মান (Quality) অনুযায়ী একই পণ্যের দরের তারতম্য হ'তে পারে। যেমন কোনো একদিন একই বাজারে বিক্রীত রুই মাছের বিভিন্ন প্রকার দর হ'তে পারে। টাট্‌কা রুই মাছের দর বাসি রুই মাছের দর থেকে বেশী হওয়া স্বাভাবিক। সুতরাং সূচকসংখ্যা নির্ণয়ের জন্য পণ্যের দর সংগ্রহের সময় এ সমস্ত সমস্যার কথা মনে রাখা দরকার এবং প্রতিটি বিভিন্ন ধরণের দর সংগ্রহের দিকে দৃষ্টি রাখা দরকার। তা ছাড়া সঠিক দর যাতে সংগৃহীত হয় সেজন্যও যথেষ্ট সাবধানতা অবলম্বন করা দরকার। জীবিকা নির্ব্বাহণ ব্যয়ের সূচকে (Cost of Living Index)-র জন্য খুচরো দর সংগ্রহ করা হ'য়ে থাকে। অপরপক্ষে পাইকারী দরের সূচকে (Wholesale Price Index)-র জন্য পাইকারী দর সংগ্রহ করা হ'য়ে থাকে।

(ঙ) বিভিন্ন শ্রেণীর রাশিতথ্যের একত্রীকরণ।

আগেই বলা হয়েছে যে আপেক্ষিক দর (Price Relative)-এর দ্বারা পণ্যসমূহের দরের পরিবর্ত্তন সূচীত হয়। প্রতিটি পণ্যের জন্য একটি ক'রে আপেক্ষিক দর থাকে। ভিন্ন ভিন্ন পণ্যের আপেক্ষিক দরগুলি একত্র ক'রে কি ক'রে একটি সংখ্যায় প্রকাশ করা যায় তা এখানে বিবেচ্য। বলা বাহুল্য এক একটি পণ্যের আপেক্ষিক দরের ধরণ এক এক রকম হবে। কিন্তু দেখা গেছে যে ভিত্তিকালে খুব পুরোণো না হ'লে বিভিন্ন পণ্যের আপেক্ষিক দরের নিবেশন (Distribution) ঘণ্টাকৃতি (Bell Shaped) হয় এবং বড় নমুনা (Large Sample) নিলে এই নিবেশন মোটামুটি-ভাবে নর্মাল নিবেশন (Normal Distribution) হয়। এজন্য নর্মাল নিবেশনের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য নিয়মাবলী আপেক্ষিক দরের নিবেশনের ক্ষেত্রেও বহুলাংশে প্রযোজ্য। সুতরাং নর্মাল নিবেশনের চারিত্রিক বৈশিষ্ট্য অনুসরণ ক'রে মধ্যগামিতা (Central Tendency)-র কোনো মাপকের সাহায্যে বিভিন্ন আপেক্ষিক দরের একত্রীকরণ করা যেতে পারে।

মধ্যগামিতার বিভিন্ন মাপকের মধ্যে সাধারণতঃ আপেক্ষিক দরগুলির গাণিতিক গড় (Arithmetic Mean) এবং গুণোত্তর গড় (Geometric Mean) বেশীর ভাগ ক্ষেত্রে নেওয়া হয়।

ধরা যাক্,

p_{oi}=i-নং পণ্যের ভিত্তিকালের দর ও

p_{1i}=i-নং পণ্যের চল্‌তিকালের দর।

তা হ'লে n সংখ্যক পণ্যের সূচকসংখ্যা নিম্নলিখিতভাবে নির্ণয় করা যেতে পারে।

যদি গাণিতিক গড় নেওয়া হয় তাহ'লে,

$$\text{নির্ণেয় সূচক সংখ্যা} = I_{01} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{p_{1i}}{p_{oi}} \qquad (5.1)$$

যেখানে Σ চিহ্ন দ্বারা যোগফল বোঝানো হ'য়েছে।

এরকম সূচক সংখ্যাকে সরল বা ভারহীন সূচক সংখ্যা (Simple or Unweighted Index Number) বলা হ'য়ে থাকে।

অনুরূপভাবে সরল বা ভারহীন গুণোত্তর গড়ের (Simple or Unweighted Geometric Mean) ব্যবহারের দ্বারা সূচক সংখ্যার নিম্নলিখিত সূত্র পাওয়া যায় :—

$$I_{01} = \left(\prod_{i=1}^{n} \frac{p_{1i}}{p_{oi}}\right)^{\frac{1}{n}} \qquad (5.2)$$

এখানে II-এর দ্বারা গুণফল বোঝান হ'য়েছে।

প্রতিটি পণ্যের আপেক্ষিক দর আলাদা আলাদা ভাবে নির্ণয় ক'রে তাদের গড় না নিয়ে সবগুলি পণ্যের ভিত্তিকালের দরের সমষ্টির (Simple Aggregate of Actual Prices of Commodities for the Base Year) দ্বারা সেই সব পণ্যের চল্‌তিকালের দরের সমষ্টিকে (Simple Aggregate of Actual Prices of Commodities for the Current Year) ভাগ ক'রে সূচক সংখ্যা নির্ণয় করা যেতে পারে।

এরূপ ক্ষেত্রে সূচক সংখ্যার সূত্র হবে :—

$$I_{01}=\frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}} \qquad (5\cdot3)$$

যেখানে,

$\sum_{i=1}^{n} p_{0i}$=পণ্যসমূহের ভিত্তিকালের দরের সমষ্টি ও

$\sum_{i=1}^{n} p_{1i}$=পণ্যসমূহের চল্‌তিকালের দরের সমষ্টি ।

উপরোক্ত সূচক সংখ্যাকে সরল যৌগিক সূচক সংখ্যা (Simple Aggregative Index Number) বলা হ'য়ে থাকে ।

বাস্তব ক্ষেত্রে সূচক সংখ্যাগুলিকে শতকরা হিসেবে প্রকাশ করা হ'য়ে থাকে । অর্থাৎ (5·2) এবং (5·3) এ উল্লিখিত সূত্রসমূহকে 100 দ্বারা গুণ ক'রে প্রকাশ করা হ'য়ে থাকে ।

(চ) কিরূপ ভার (Weight) ব্যবহার করা হবে তা স্থির করা ।

যে সব পণ্যকে সূচক সংখ্যার অন্তর্ভুক্ত করা হয় সেগুলি সব সমান গুরুত্বপূর্ণ নয় । জীবনযাত্রার ব্যয় নির্ব্বাহের জন্য চাল, চিনি, সাবান, কয়লা, আইসক্রীম ইত্যাদির দরকার হয় । কিন্তু তুলনামূলকভাবে চালের গুরুত্ব যতটা কয়লার গুরুত্ব তার চাইতে কম । আবার কয়লার গুরুত্ব যতটা সাবানের গুরুত্ব তার চাইতে কম । কিন্তু সাবানের গুরুত্ব (খুব বিশেষ ক্ষেত্র বাদে) আইসক্রীমের গুরুত্বের চাইতে বেশী । সূচক সংখ্যা নির্ণয়ের সময় বিভিন্ন পণ্যের গুরুত্ব অনুযায়ী এদের ভার নির্ণয় করা দরকার । প্রকৃতপক্ষে পূর্ব্বে উল্লিখিত সরল বা ভারহীন সূচক সংখ্যা (Simple or Unweighted Index Number)-কেও সঠিক বিচারে ভারহীন বলা চলে না । কারণ একে নিম্নলিখিতভাবে প্রকাশ করা যেতে পারে :—

$$I_{01}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{p_{1i}}{p_{0i}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{p_{1i}}{p_{0i}}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{p_{0i}}{p_{0i}}}$$

$$=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{p_{0i}}\right)p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{p_{0i}}\right)p_{0i}}$$

ধরা যাক্, $\frac{1}{p_{0i}}=w_i$

তা হ'লে, $I_{01}=\frac{\sum_{i=1}^{n}w_i\,p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n}w_i\,p_{0i}}$ ।

স্পষ্টতঃই উপরোক্ত সূচকসংখ্যাটি একটি ভারযুক্ত যৌগিক সূচক সংখ্যা (Weighted Aggregative Index Number) যেখানে, $w_i=\frac{1}{p_{0i}}$ কে, অর্থাৎ ভিত্তিকালের দরের বিপরীত মান (Reciprocal)-কে, ভার (Weight) হিসেবে ধরা হ'য়েছে। কিন্তু এরকম ভার ব্যবহার করা অধিকাংশ ক্ষেত্রেই যুক্তিযুক্ত হবে না। কারণ এগুলি পণ্যের গুরুত্বের সমানুপাতিক হয় না। নির্ণেয় সূচক সংখ্যাটিকে বাস্তবোচিত ক'রতে হ'লে আপেক্ষিক দরসমূহের ভারগুলি এমন হওয়া দরকার যাতে ঐ দরসমূহের প্রকৃত গুরুত্ব সূচক-সংখ্যাটিতে সঠিকভাবে প্রতিফলিত হয়। সাধারণতঃ কোনো পণ্যের আপেক্ষিক দরের ভার হিসেবে ঐ পণ্যের মূল্য (Value)-কে নেওয়া

হয়। যৌগিক সূচক (Aggregative Index)—এর ক্ষেত্রে কোনো পণ্যের দরের ভার হিসেবে ঐ পণ্যের পরিমাণ (Quantity)-কে নেওয়া হ'য়ে থাকে। এই পরিমাণ ঐ পণ্যের ব্যবহারের মোট পরিমাণ, উৎপাদনের মোট পরিমাণ, বিক্রীর মোট পরিমাণ কিংবা বাজারজাত করার মোট পরিমাণ হ'তে পারে। অনুরূপভাবে মূল্যের (Value)-ক্ষেত্রেও বিক্রীত পণ্যের মোট মূল্য, ব্যবহারের মোট মূল্য, বাজারজাত করার মোট মূল্য কিংবা উৎপাদিত পণ্যের মোট মূল্য হ'তে পারে। সূচক সংখ্যার প্রকৃতি অনুযায়ী পরিমাণ বা মূল্যের ধরণের তফাৎ হ'য়ে থাকে। কোনো কোনো ক্ষেত্রে ভিত্তিকালের পরিমাণ বা মূল্য ব্যবহৃত হ'য়ে থাকে। আবার অনেক সময় চল্‌তিকালের পরিমাণ বা মূল্যও ব্যবহৃত হ'য়ে থাকে।

ধরা যাক্,

$w_i = i$-নং পণ্যের আপেক্ষিক দরের ভার।

তাহ'লে ভারযুক্ত যৌগিক গড় (Weighted Arithmetic Mean)—এর সূত্র অনুযায়ী নির্ণীত সূচকসংখ্যা হবে :—

$$I_{01} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{1i}}{p_{0i}} w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \qquad (5{\cdot}4)$$

অনুরূপভাবে ভারযুক্ত গুণোত্তর গড় (Weighted Geometric Mean)-এর সূত্র অনুযায়ী নির্ণীত সূচক সংখ্যা হবে :—

$$I_{01} = \left\{ \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{p_{1i}}{p_{0i}}\right)^{w_i} \right\}^{\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} w_i}} \qquad (5{\cdot}5)$$

এবং ভারযুক্ত বিবর্ত যৌগিক গড় (Harmonic Mean)-এর সূত্র অনুযায়ী নির্ণীত সূচক সংখ্যা হবে :—

$$I_{01}=\frac{\sum_{i=1}^{n} w_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{0i}}{p_{1i}} w_i} \text{ ।} \qquad (5{\cdot}6)$$

যৌগিক সূচক সংখ্যা (Aggregative Index)-র ক্ষেত্রে ভারযুক্ত গড় ব্যবহার ক'রে নিম্নলিখিত সূত্রটি পাওয়া যায় :—

$$I_{01}=\frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\, w_i}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}\, w_i} \qquad (5{\cdot}7)$$

(5·7)-এ উল্লিখিত সূচকসংখ্যায় যদি ধরা হয়,

$w_i=q_{0i}$=ভিত্তিকালে i-নং পণ্যের পরিমাণ,

তা হ'লে নির্ণেয় সূচকসংখ্যা হবে :—

$$I_{01}=\frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\, q_{0i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}\, q_{0i}} \qquad (5{\cdot}8)$$

এটি লাস্পেয়ারের সূত্র (Laspeyres' Formula) নামে পরিচিত। এই সূত্র অনুযায়ী নির্ণীত সূচকসংখ্যা খুব ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত হয়।

(5·8)-এ উল্লিখিত সূত্রটিকে নিম্নলিখিতভাবেও লেখা যায় :—

$$I_{01} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\, q_{0i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}\, q_{0i}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{1i}}{p_{0i}} \times p_{0i}\, q_{0i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}\, q_{0i}}$$

ধরা যাক্, $p_{0i}\, q_{0i} = w_i$

তা হ'লে, $$I_{01} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{1i}}{p_{0i}} w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

স্পষ্টতঃই এটি (5·4)-এ উল্লিখিত আপেক্ষিক দরের ভারযুক্ত গাণিতিক গড় দ্বারা নির্ণীত সূচক সংখ্যা। এখানে p_0q_0-কে, অর্থাৎ পণ্যের ভিত্তি-কালের মূল্য (Value)-কে ভার হিসেবে ধরা হ'য়েছে।

অপরপক্ষে (5·7)-এ উল্লিখিত সূচকসংখ্যায় যদি ধরা হয়, $w_i = q_{1i}$ =চলতি কালে i-নং পণ্যের পরিমাণ, তা হ'লে নির্ণেয় সূচকসংখ্যা হবে :—

$$I_{01} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\, q_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}\, q_{1i}} \qquad (5·9)$$

পাশের সূত্র (Paasche's Formula) ব'লে পরিচিত। ল্যাস্পেয়ারের সূত্রের মতো পাশের সূত্র বাস্তবক্ষেত্রে ততটা ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত হয় না। (5·6)-এ উল্লিখিত বিবর্ত্ত যৌগিক গড় (Harmonic Mean) দ্বারা নির্ণীত সূচকসংখ্যায় যদি ধরা হয় $w_i = p_{1i}q_{1i}$ = i-নং পণ্যের চল্‌তিকালের মূল্য (Value), তা হ'লে ঐ সূচকসংখ্যা পাশের সূত্র দ্বারা নির্ণীত সূচকসংখ্যায় পরিণত হবে।

(5·7)-এ উল্লিখিত সূচকসংখ্যায় যদি ধরা হয় :—

$$w_i = \frac{q_{1i}+q_{0i}}{2}$$

= চল্‌তিকাল এবং ভিত্তিকালের পণ্যের পরিমাণের যৌগিক গড়,

তা হ'লে,

$$I_{01} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\,(q_{1i}+q_{0i})}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}\,(q_{1i}+q_{0i})} \text{ ।} \qquad (5{\cdot}10)$$

সূচকসংখ্যা নির্ণয়ের এই সূত্রটি মার্শাল-এজ্‌ওয়ার্থ সূত্র (Marshall Edgeworth Formula) নামে পরিচিত।

আবার ল্যাস্পেয়ারের এবং পাশের সূত্রের সূচকসংখ্যার গুণোত্তর গড় নিয়ে সূচকসংখ্যা নির্ণয়ের নিম্নলিখিত সূত্রটি পাওয়া যায় :—

$$I_{01} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\,q_{0i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}\,q_{0i}} \times \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\,q_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}\,q_{1i}}} \text{ ।} \qquad (5{\cdot}11)$$

এটি ফিশারের আদর্শ সূচক সংখ্যা (Fisher's Ideal Index Number) নামে পরিচিত। আরভিং ফিশার (Irving Fisher) কর্তৃক নির্ণীত এই সূচক সংখ্যাটি সূচক সংখ্যা-বিষয়ক কতগুলি সামঞ্জস্যের নিয়ম অনুসরণ করে ব'লে একে আদর্শ সূচক সংখ্যা বলা হ'য়ে থাকে। এ সম্পর্কে বিস্তৃত ব্যাখ্যা পরে দেওয়া হ'য়েছে।

আগেই বলা হ'য়েছে যে সূচকসংখ্যা নির্ণয়ে লাস্‌পেয়ারের সূত্রের ব্যবহারই সবচাইতে ব্যাপক। এর প্রধান কারণ অন্যান্য সূত্রের তুলনায় এই সূত্র বাস্তবক্ষেত্রে অনেক সহজে ব্যবহার করা যায়। এই সূত্রে ভার হিসেবে ভিত্তিকালের পরিমাণ ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। বাস্তবক্ষেত্রে ভিত্তিকালের পরিমাণ সংক্রান্ত রাশিতথ্য সংগ্রহ করা অনেক সহজ। অপরপক্ষে পাশের সূত্রে ভার হিসেবে চল্‌তিকালের পরিমাণ ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। এই পরিমাণ সংক্রান্ত রাশিতথ্য সময়মতো সংগ্রহ করা অধিকাংশ ক্ষেত্রেই দুঃসাধ্য হ'য়ে পড়ে। এজন্য পাশের সূত্রের ব্যবহার বাস্তবক্ষেত্রে খুব সীমিত। গুণোত্তর গড় (Geometric Mean) এবং বিবর্ত্ত যৌগিক গড় (Harmonic Mean) নির্ণয় করা গাণিতিক (বা যৌগিক) গড় (Arithmetic Mean) নির্ণয় করার চাইতে তুলনামূলকভাবে অনেক আয়াসসাধ্য। এজন্য সূচক সংখ্যা নির্ণয়ে গাণিতিক গড়ের ব্যবহার খুবই ব্যাপক।

অনেক সময় লাস্‌পেয়ারের সূত্র অনুযায়ী ভিত্তিকালের পরিমাণকে কিংবা পাশের সূত্র অনুযায়ী চল্‌তিকালের পরিমাণকে ভার হিসেবে ব্যবহার না করে অন্য কোনো নির্দিষ্টকালের পরিমাণকে ভার হিসেবে ব্যবহার ক'রে সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা হয়। এরূপ সূচকসংখ্যা নিম্নলিখিত সূত্র অনুযায়ী প্রকাশ করা যেতে পারে :—

$$I_{01}=\frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\, q_{ti}}{\sum_{i=1}^{n} p_{0i}\, q_{ti}} \qquad (5{\cdot}12)$$

যেখানে,

q_{ti}=i-নং পণ্যের, t-কালের পরিমাণ।

লাস্‌পেয়ারের সূত্রের মতো এই সূত্রটিও বাস্তবক্ষেত্রে ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত হ'য়ে থাকে।

(ছ) নির্ণীত সূচক সংখ্যার ব্যাখ্যাকরণ।

সূচক সংখ্যার প্রকৃতি অনুযায়ী এর ব্যাখ্যার প্রকারভেদ হয়। ভিত্তি-কাল এবং চল্‌তিকালে জীবনযাত্রার মান যদি অপরিবর্ত্তিত থাকে তা হ'লে চল্‌তিকালে জীবিকানির্ব্বাহ ক'রতে ভিত্তিকালের তুলনায় ব্যয়ের কতটা হেরফের হয় তা জীবিকা নির্ব্বাহণ ব্যয়ের সূচক (Cost of Living Index) দ্বারা নির্দেশিত হয়। অন্য দিকে ভিত্তিকালের তুলনায় চল্‌তিকালের সাধারণ মূল্যমানের হেরফের পাইকারী দরের সূচক (Wholesale Price Index) দ্বারা নির্দেশিত হ'য়ে থাকে। ভিত্তি-কালের শিল্পোৎপাদনের তুলনায় চল্‌তিকালের শিল্পোৎপাদনের হ্রাসবৃদ্ধি শিল্পোৎপাদনের সূচক (Index of Industrial Production) দ্বারা নির্দেশিত হ'য়ে থাকে। সূচকসংখ্যাসমূহ সাধারণতঃ শতকরা হিসেবে প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। ভিত্তিকালের সূচককে 100 ধ'রে চল্‌তিকালের সূচকের হ্রাস-বৃদ্ধির হিসাব করা হ'য়ে থাকে। 1961-62 কে ভিত্তিকাল ধরে 1970 সালের মে মাসে সর্ব্বভারতীয় পাইকারী দরের সূচক 178·7—এরূপ উক্তির অর্থ হোলো 1961-62 সালের তুলনায় 1970 সালের মে মাসে পাইকারী মূল্যমান 1·787 ভাগ বৃদ্ধি পেয়েছে।

5.4 সূচক সংখ্যার বিভিন্ন ধরণের ভ্রান্তি (Different types of Errors in Index Numbers)

পূর্ব্বে বর্ণিত সূচকসংখ্যাসমূহে তিন ধরণের ভ্রান্তি (Error) দেখা যায়। যথা,

(ক) সূত্রসংক্রান্ত ভ্রান্তি (Formula Error), (খ) নমুনা ভ্রান্তি (Sampling Error), (গ) অন্তর্সাম্য ভ্রান্তি (Homogeneity Error)।

(ক) সূত্রসংক্রান্ত ভ্রান্তি (Formula Error)।

আমরা সূচকসংখ্যা নির্ণয়ের কয়েকটি সূত্রের উল্লেখ ক'রেছি (যেমন, লাস্‌পেয়ারের সূত্র, পাশের সূত্র ইত্যাদি)। এই সূত্রগুলির কোনোটির দ্বারাই সম্পূর্ণভাবে ভ্রান্তিশূন্য সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা সম্ভব নয়। প্রকৃতপক্ষে এখন পর্য্যন্ত এমন কোনো সূত্র নির্ণীত হয়নি যার সাহায্যে

একেবারে ভ্রান্তিবিহীন সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা সম্ভব। প্রত্যেকটি সূত্রেরই কিছু না কিছু ভ্রান্তি আছে। সূত্র থেকে উদ্ভূত এ ধরণের ভ্রান্তিকে সূত্র-সংক্রান্ত ভ্রান্তি ব'লে অভিহিত করা হয়।

(খ) নমুনা ভ্রান্তি (Sampling Error)।

প্রায় সব ক্ষেত্রেই সূচক সংখ্যা নির্ণয়ে নমুনা চয়ন পদ্ধতি (Sampling Method) অবলম্বন করা হয়। সব রকম পণ্যকে সূচক সংখ্যার অন্তর্ভুক্ত করা বাস্তবক্ষেত্রে সম্ভব নয়। সেজন্য সমস্ত পণ্যের ভেতর থেকে নমুনা হিসেবে কিছু দ্বিপাদ পণ্য (Binary Commodity) বেছে নেওয়া হয়। দ্বিপাদ পণ্য ব'লতে সেসব পণ্য বোঝায় যেগুলি ভিত্তিকাল এবং চল্‌তিকালে বাজারে পাওয়া যায় এবং উভয়কালে এদের উৎকর্ষ সমান থাকে। যেহেতু সবগুলি দ্বিপাদ পণ্য না নিয়ে নমুনা হিসেবে কয়েকটিকে নেওয়া হয় সেজন্য এরূপ নমুনার সাহায্যে নির্ণীত সূচকসংখ্যায় নমুনা ভ্রান্তি (Sampling Error) পরিলক্ষিত হয়। তবে নমুনা সংখ্যা (Sample Size) বৃদ্ধি ক'রে এ ধরণের ভ্রান্তির মাত্রা কমান সম্ভব।

(গ) অন্তর্সাম্য ভ্রান্তি (Homogeneity Error)।

আগেই বলা হ'য়েছে যে কতগুলি দ্বিপাদ পণ্যের (Binary Commodities) ভিত্তিকাল এবং চল্‌তিকালের মানের তুলনার দ্বারা সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে। অর্থাৎ যে সব পণ্য ভিত্তিকাল এবং চল্‌তিকাল—এই উভয় কালেই সংগ্রহযোগ্য শুধুমাত্র তাদেরই সূচকসংখ্যা নির্ণয়ের জন্য নেওয়া হ'য়ে থাকে। কিন্তু এমন অনেক পণ্য পাওয়া যায় যেগুলি ভিত্তিকালে বাজারে প্রচলিত ছিল কিন্তু চল্‌তিকালে আর প্রচলিত নেই। অন্যদিকে ভিত্তিকালে বর্তমান ছিলো না কিন্তু চল্‌তিকালে প্রচলিত হ'য়েছে—এরকম পণ্যও পাওয়া যায়। এরকম পণ্যকে অনন্য পণ্য (Unique Commodities) বলা হ'য়ে থাকে। সূচক সংখ্যা সম্পূর্ণ নির্ভুলভাবে নির্ণয় ক'রতে হ'লে ভিত্তিকাল এবং চল্‌তিকালের সকল প্রকার পণ্যকে—অর্থাৎ দ্বিপাদ (Binary Commodities) এবং অনন্য পণ্য (Unique Commodities)-কে এর অন্তর্ভুক্ত ক'রতে হ'বে। কিন্তু বাস্তবক্ষেত্রে এরকম করা সম্ভব হয় না। অনন্য পণ্যকে সূচক সংখ্যার আওতা থেকে বাদ দেওয়া হ'য়ে থাকে। এর ফলে সূচকসংখ্যা এক ধরণের ভ্রান্তিযুক্ত হয়।

এরকম ভ্রান্তিকে অন্তর্সাম্য ভ্রান্তি (Homogeneity Error) ব'লে অভিহিত করা হ'য়ে থাকে। সূচক সংখ্যার ভিত্তিকাল যত পুরোনো হ'তে থাকে ততই ভিত্তিকালের অধিকতর পণ্য চল্‌তিকালে অপ্রাপ্য হয় ; অন্যদিকে চল্‌তিকালে অনেক নতুন পণ্যের আবির্ভাব ঘটে যেগুলি ভিত্তিকালে বর্ত্তমান ছিলো না। সুতরাং এরকম ক্ষেত্রে অনন্য পণ্যের সংখ্যা বৃদ্ধি পেতে থাকে। এর ফলে অন্তর্সাম্য ভ্রান্তির মাত্রাও বৃদ্ধি পেতে থাকে।

5.5 সূচক সংখ্যার সামঞ্জস্য বিচার (Tests of Consistency of Index Number)

দরের সূচকের সামঞ্জস্য বিচারের কয়েকটি প্রণালী আছে। এদের মধ্যে আরভিং ফিশার (Irving Fisher) কর্ত্তৃক উদ্ভাবিত নিম্নলিখিত প্রণালী দুটি বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য :—

(ক) কাল বিবর্ত্তনী বিচার (Time Reversal Test)

(খ) উপাদান বিবর্ত্তনী বিচার (Factor Reversal Test)

(ক) কাল বিবর্ত্তনী বিচার (Time Reversal Test)

যে সব সূচক সংখ্যা এই বিচার পদ্ধতি মেনে চলে তাদের সূত্রগুলি (Formulae) সময়ের সাথে সামঞ্জস্যমূলক হয় অর্থাৎ এরূপক্ষেত্রে ভিত্তিকাল এবং চল্‌তিকাল পরস্পর পরিবর্ত্তনযোগ্য হয় এবং সময়ের গতিবিধির সাথে মূল্যমানের হ্রাস বা বৃদ্ধির চিত্রটি অপরিবর্ত্তিত থাকে। কোনো একটি বিশেষ পণ্যের আপেক্ষিক দরের ক্ষেত্রে এই নিয়মটি সব সময়েই অনুসৃত হয়। উদাহরণস্বরূপ 1961 সালকে ভিত্তিকাল ধরলে 1971 সালে আলুর আপেক্ষিক দর যদি দ্বিগুণ হয় তা হ'লে 1971 সালের তুলনায় 1961 সালে আলুর আপেক্ষিক দর অর্দ্ধেক হবে। সূত্রে প্রকাশ ক'রলে, ধরা যাক্, p_0=1961 সালের আলুর দর এবং p_1=1971 সালের আলুর দর$=2p_0$। তা হ'লে, $r_{01}=\frac{p_1}{p_0}=2$ এবং $r_{10}=\frac{p_0}{p_1}=\frac{1}{2}$। সুতরাং $r_{01}\times r_{10}=1$।

একটি বিশেষ পণ্যের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য আপেক্ষিক দরের উপরোক্ত নিয়মটি যদি কোনো সূচক সংখ্যার ক্ষেত্রেও খাটে তা হ'লে বলা হবে যে ঐ সূচকসংখ্যাটি কাল বিবর্ত্তনী বিচার পদ্ধতি অনুসরণ ক'রছে।

সঙ্কেত (Symbol)-এ প্রকাশ ক'রলে, এরূপ ক্ষেত্রে সূচকসংখ্যাটি নিম্ন-লিখিত সম্পর্কটি অনুসরণ করবে :—

$$I_{01} \times I_{10} = 1 \qquad (5\cdot13)$$

পূর্বে উল্লিখিত সূচকসংখ্যার সূত্রগুলির ভেতর (5·2), (5·3), (5·10), এবং (5·11)-র সূত্রগুলি এই বিচার পদ্ধতি মেনে চলে। যদি w_i একটি ধ্রুবক (Constant) হয় তা হ'লে (5·5) এবং (5·7)—এ উল্লিখিত সূত্রদ্বয়ও এই পদ্ধতি মেনে চ'লবে। তা ছাড়া আপেক্ষিক দর সমূহের মধ্যমা (Median) এবং সংখ্যাগরিষ্ঠ মান (Mode)-দ্বয় এই বিচার পদ্ধতি অনুসরণ করে।

(খ) উপাদান বিবর্তনী বিচার (Factor Reversal Test)

কোনো পণ্যের দর (Price) যদি p হয় এবং তার q পরিমাণ (Quantity) ক্রয় করা হ'য়ে থাকে, তা হ'লে ঐ পণ্যটির মোট ক্রয় মূল্য (Value) হবে pq। আগেই বলা হ'য়েছে যে এই p এবং q—এর ভিত্তিকাল এবং চল্‌তিকালের মান দরের সূচক নির্ণয়ে ব্যবহৃত হ'য়ে থাকে। p এবং q-কে দরের সূচক নির্ণয়ের উপাদান (Factor) ব'লে অভিহিত করা হয়।

পূর্বে ব্যবহৃত সঙ্কেত অনুযায়ী—

$$\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\, q_{1i} = \text{চল্‌তি কালের মোট মূল্য।}$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_{oi}\, q_{oi} = \text{ভিত্তিকালের মোট মূল্য।}$$

তা হ'লে মূল্যের সূচক (Value Index) I_v-কে নিম্নলিখিতভাবে বর্ণনা করা যায় :—

$$I_v = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\, q_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{oi}\, q_{oi}} \qquad (5\cdot14)$$

দরের সূচক (এরকম সূচককে আমরা সঙ্কেতে I_p, ব'লে উল্লেখ ক'রবো)-এর সূত্রসমূহে উপাদানগুলিকে যদি পাল্টে দেওয়া হয়, অর্থাৎ, p-এর জায়গায় q লেখা হয় এবং q-এর জায়গায় p লেখা হয়, তাহ'লে পরিমাণের সূচক [এরকম সূচককে আমরা সঙ্কেতে I_q (Quantity Index) ব'লে উল্লেখ ক'রবো]-এর উদ্ভব হবে। উদাহরণস্বরূপ, (5·8)-এ উল্লিখিত দরের সূচকের সূত্র হ'তে উপাদান পরিবর্ত্তনের ফলে আমরা নিম্নলিখিত পরিমাণের সূচক পাই :—

$$I_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i}\, p_{oi}}{\sum_{i=1}^{n} q_{oi}\, p_{oi}} \text{।}$$

উপাদান বিবর্ত্তনী বিচার দাবী করে যে, কোনো দরের সূচকের সূত্রের উপাদান পরিবর্ত্তনের দ্বারা যে পরিমাণের সূচক পাওয়া যাবে তাকে ঐ দরের সূচকের সাথে গুণ ক'রলে মূল্যের সূচক (Value Index) পাওয়া যাবে। সঙ্কেতে প্রকাশ ক'রলে, এই বিচার অনুযায়ী,

$$I_v = I_p \times I_q \text{।} \qquad (5{\cdot}15)$$

পূর্বে উল্লিখিত দরের সূচকের সূত্রগুলির মধ্যে একমাত্র ফিশারের আদর্শ সূচক (Fisher's Ideal Index) উপরোক্ত বিচার মেনে চলে। কারণ, এই সূচকের সূত্র অনুযায়ী

$$I_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\, q_{oi}}{\sum_{i=1}^{n} p_{oi}\, q_{oi}} \times \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\, q_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{oi}\, q_{1i}}} \text{।}$$

সুতরাং $$I_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i}\, p_{oi}}{\sum_{i=1}^{n} q_{oi}\, p_{oi}} \times \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i}\, p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{oi}\, p_{1i}}} \text{।}$$

অর্থাৎ,
$$I_p \times I_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1i}\, q_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} p_{oi}\, q_{oi}} = I_v \text{ ।}$$

একমাত্র ফিশারের সূত্রই সূচকসংখ্যার সামঞ্জস্য বিচারের উপরোক্ত দুটো পদ্ধতিই মেনে চলে। এইজন্যই এই সূত্রকে আদর্শ সূত্র ব'লে অভিহিত করা হয়।

5.6 শৃঙ্খলযুক্ত সূচক সংখ্যা (Chain Index Number)

একটি নির্দিষ্ট সময়কে সূচকসংখ্যার ভিত্তিকাল ধরার কতগুলি অসুবিধা আছে। সময়গত পার্থক্য বেড়ে যাওয়ার সাথে সাথে ভিত্তিকালে ব্যবহৃত অনেক পণ্য চল্তিকালে দুষ্প্রাপ্য বা অপ্রাপ্য হ'য়ে পড়ে। তা ছাড়া সময়ের সাথে সাথে ভিত্তিকালের তুলনায় চল্তিকালে ভোক্তা (Consumer)–দের অভ্যাস ও রুচিরও অনেক পরিবর্তন হয়। ফলে সুদূর ভিত্তিকালের সাথে চল্তিকালের তুলনাদ্বারা নির্ণীত সূচকসংখ্যাটি বহুলাংশে অবাস্তব হ'য়ে পরে। এ সব কারণে কোনো নির্দিষ্ট সময়কে ভিত্তিকাল হিসেবে স্থির না ক'রে চল্তিকালের ঠিক পূর্ববর্তীকালকে ভিত্তিকাল হিসেবে ধ'রে অনেক সময় সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা হয়। এরূপ ক্ষেত্রে চল্তিকালের পরিবর্তনের সাথে সাথে ভিত্তিকালের ক্রমাগত পরিবর্তন করা হ'য়ে থাকে। উদাহরণস্বরূপ, যদি 0, 1, 2....n কালের জন্য সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা সাব্যস্ত হয় তা হ'লে শুধুমাত্র 0-কালকে ভিত্তিকাল হিসেবে ধ'রে তার তুলনায় 1, 2,....n কালের সূচক সংখ্যা নির্ণয় না ক'রে 0-কালকে ভিত্তিকাল ধ'রে 1-কালের সূচক সংখ্যা, 1 কালকে ভিত্তিকাল ধ'রে 2-কালের সূচক সংখ্যা, 2—কালকে ভিত্তিকাল ধ'রে 3-কালের সূচক সংখ্যা, 3-কালকে ভিত্তিকাল ধ'রে 4-কালের সূচক সংখ্যা এবং একই ভাবে অগ্রসর হ'য়ে, ($n-1$) কালকে ভিত্তিকাল ধ'রে n-কালের সূচক সংখ্যা নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে। ঠিক পূর্ববর্তী-কালকে ভিত্তিকাল ধ'রে নির্ণীত এরূপ সূচকসংখ্যাকে পরম্পরীণ সূচক সংখ্যা (Link Index) বলা হয়। পূর্বে বর্ণিত সূচক সংখ্যাগুলির সাথে পম্পরীণ সচক সংখ্যার প্রধান পার্থক্য এই যে পূর্বে বর্ণিত সূচকসংখ্যাগুলিতে নির্দিষ্ট ভিত্তিকাল (Fixed Base) নেওয়া হ'য়ে থাকে,

কিন্তু পরম্পরীণ সূচকের ক্ষেত্রে চলমান ভিত্তিকাল (Variable Base) ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। ধরা যাক্,

$I_{t-1,\ t}$=(t—1)-কালকে ভিত্তিকাল ধ'রে t-কালের পরম্পরীণ সূচক।

অনুরূপভাবে 0, 1, 2,........n কালের জন্য n-টি পরম্পরীণ সূচক I_{01}, I_{12}, I_{23}, I_{34}......$I_{(n-2)(n-1)}$, $I_{(n-1)n}$ পাওয়া যাবে। এই পরম্পরীণ সূচকগুলিকে পরস্পর গুণ ক'রে শৃঙ্খলযুক্ত সূচক সংখ্যা (Chain Index) পাওয়া যায়। অর্থাৎ যদি 0-কালকে ভিত্তিকাল ধ'রে I'_{01}, I'_{02}......I'_{0n} যথাক্রমে 1, 2,......n-কালের শৃঙ্খলযুক্ত সূচকসংখ্যা হয়, তা হ'লে :—

$$I_{01}'=I_{01}$$
$$I'_{02}=I_{01}\times I_{12}=I'_{01}\times I_{12}$$
$$I'_{03}=I_{01}\times I_{12}\times I_{23}=I'_{02}\times I_{23}$$
$$\cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots$$
$$I'_{0(n-1)}=I_{01}\times I_{12}\times I_{23}\ldots I_{(n-3)(n-2)}\times I_{(n-2)(n-1)}$$
$$=I'_{0(n-2)}\times I_{(n-2)(n-1)}$$
$$I'_{0n}=I_{01}\times I_{12}\times I_{23}\ldots I_{(n-2)(n-1)}\times I_{(n-1)n}$$
$$=I'_{0(n-1)}\times I_{(n-1)n} \qquad (5.16)$$

পরম্পরীন সূচকসংখ্যা পূর্বে বর্ণিত নির্দিষ্ট ভিত্তিকালের সূচকসংখ্যা থেকে সাধারণতঃ ভিন্ন হয়। এই সূচক সংখ্যার একটি প্রধান বৈশিষ্ট্য হোলো এই যে এ বৃত্তীয় বিচার (Circular Test) নামে সূচক সংখ্যা সংক্রান্ত একটি বিচার পদ্ধতি মেনে চলে। এই বিচার পদ্ধতি অনুযায়ী, যদি I_{01}, I_{12}, I_{23}...$I_{(n-1)n}$ এবং I_{no} এই পদ্ধতি মেনে চলে তা হ'লে নিম্নলিখিত সম্পর্কটি সিদ্ধ হবে—

$$I_{01}\times I_{12}\times I_{23}\times \ldots I_{(n-1)n}\times I_{no}=1 \qquad (5.17)$$

আমরা আগে কাল বিবর্ত্তনী বিচার (Time Reversal Test) এর ক্ষেত্রে দেখেছি যে, $I_{01}\times I_{10}=1$। স্পষ্টতঃই কাল বিবর্ত্তনী বিচার উপরোক্ত বৃত্তীয় বিচারেরই বিশেষ প্রয়োগ।

(5·2) ও (5·3)-এ বর্ণিত সূচকসংখ্যা সমূহ বৃত্তীয় বিচার (Circular Test) মেনে চলে। (5·5) এবং (5·7)-এ বর্ণিত সূচক-সংখ্যা দুটিও এই বিচার মেনে চলে যদি w_i-সমূহ ধ্রুবক (Constant)

হয়। (5·10) এবং (5·11)-এ বর্ণিত মার্শাল-এজ্‌ওয়ার্থ (Marshall Edgeworth)-এর সূচক এবং ফিশারের আদর্শ সূচক (Fisher's Ideal Index) যদিও কাল বিবর্ত্তনী বিচার (Time Reversal Test) মেনে চলে, কিন্তু বৃত্তীয় বিচার (Circular Test) মেনে চলে না।

বৃত্তীয় বিচার অনুযায়ী—

$$I_{ok} \times I_{kn} \times I_{no} = 1$$

সুতরাং

$$I_{kn} = \frac{1}{I_{ok} \times I_{no}}$$

$$= \frac{I_{on}}{I_{ok}} \left(\text{কারণ } I_{on} = \frac{1}{I_{no}} \right)।$$

উপরোক্ত সূত্রের সহায়তায় সূচক সংখ্যাকে নির্দিষ্ট ভিত্তিকাল 0 থেকে অপর একটি ভিত্তিকাল k-তে পরিবর্ত্তিত করা যায়। স্পষ্টতঃই বৃত্তীয় বিচার মেনে চললেই ভিত্তিকালের এরূপ সহজ পরিবর্ত্তন করা সম্ভবপর হয়।

5.7 নির্দ্দিষ্ট ভিত্তিকালের সূচক সংখ্যা (Fixed Base Index Number)-র সাথে শৃঙ্খলযুক্ত সূচক সংখ্যা (Chain Base Index Number)-র তুলনা

নির্দিষ্ট ভিত্তিকালের সূচকসংখ্যা ব্যবহারের সর্ব্বপ্রধান সুবিধা এই যে বাস্তবক্ষেত্রে এই সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা শৃঙ্খলযুক্ত সূচকসংখ্যার চাইতে অনেক সহজ। ভিত্তিকাল অপরিবর্ত্তিত রাখার ফলে অনেক অসুবিধার হাত থেকে রেহাই পাওয়া যায়। শৃঙ্খলযুক্ত সূচকসংখ্যার ক্ষেত্রে নতুন নতুন ভিত্তিকাল নেবার ফলে সূচক সংখ্যা নির্ণয়ে নানারকম বাস্তব অসুবিধার সম্মুখীন হ'তে হয়। কিন্তু চল্‌তিকাল এবং ভিত্তিকালের ব্যবধান যতই বৃদ্ধি পায় ততই নির্দিষ্ট ভিত্তিকালের সূচকসংখ্যার ভ্রান্তির মাত্রা বৃদ্ধি পায়। কিন্তু শৃঙ্খলযুক্ত সূচকসংখ্যার ক্ষেত্রে এরকম ভ্রান্তির বিশেষ কোনো সুযোগ ঘটে না। কারণ এই সূচকসংখ্যা কতগুলি পরম্পরীণ সূচকসংখ্যার গুণফলের দ্বারা নির্ণীত হ'য়ে থাকে। আর এই পরম্পরীণ সূচকসংখ্যাগুলির ভিত্তিকাল হ'ল চল্‌তিকালের ঠিক পূর্ববর্ত্তীকাল। সুতরাং এই পরম্পরীণ সূচকসংখ্যাগুলি মারফৎ চল্‌তিকাল এবং ভিত্তিকালের মধ্যবর্ত্তী প্রতিটি কালের পণ্যাদির দর (Price) এবং পরিমাণ (Quantity) সংক্রান্ত তথ্য শৃঙ্খলিত সূচকসংখ্যার অন্তর্ভুক্ত

হ'য়ে থাকে। নির্দিষ্ট ভিত্তিকালের সূচকসংখ্যার ক্ষেত্রে এরূপ করা সম্ভব হয় না। ফলে চল্‌তিকাল এবং ভিত্তিকালের ব্যবধান বাড়ার সাথে সাথে পণ্যাদির দর এবং পরিমাণের পার্থক্য নির্দিষ্ট ভিত্তিকালের সূচক-সংখ্যার ভ্রান্তির মাত্রা বাড়িয়ে দেয়।

5.8 জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক (Cost of Living Index)

ভিত্তিকাল এবং চল্‌তিকালে জীবনযাত্রার মান যদি একই রকম থাকে তাহ'লে ভিত্তিকালের জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের তুলনায় চল্‌তিকালে কতটা বেশী অর্থব্যয় ক'রতে হবে তা জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক-সংখ্যার দ্বারা (শতকরা হিসাবে) প্রকাশ করা হয়। বিভিন্ন শ্রেণীর জনসাধারণের (বা ভোক্তার) জীবনযাত্রার প্রণালী বিভিন্ন। মধ্যবিত্ত শ্রেণী, কারখানার শ্রমিক শ্রেণী বা কৃষক শ্রেণীর জীবনযাত্রার প্রণালী বিভিন্ন। আবার উচ্চ আয়ের লোক, মধ্যম আয়ের লোক কিংবা নিম্ন আয়ের লোকদের জীবনযাত্রার ধারার মধ্যেও পার্থক্য আছে। এরকম প্রতিটি বিভিন্ন শ্রেণীর জনসাধারণের জন্য আলাদা আলাদা জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচকসংখ্যা নির্ণয় করার প্রথা প্রচলিত আছে। যেমন, ক'লকাতার মধ্যবিত্তশ্রেণীর, কারখানার শ্রমিক শ্রেণীর বা 201 টাকা থেকে 350 টাকা যাদের মাসিক ব্যয় সেই শ্রেণীর জনসাধারণের জন্য আলাদা আলাদা জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা হয়। দ্রব্যমূল্যের তফাৎযুক্ত এবং জীবিকা নির্ব্বাহের ধারার পার্থক্যযুক্ত বিভিন্ন ভৌগলিক অবস্থানের (যেমন, ক'লকাতা, বোম্বাই ইত্যাদি শহরের বা পশ্চিমবঙ্গ, বিহার ইত্যাদি রাজ্যের) জন্যও আলাদা আলাদা জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক সংখ্যা নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে।

এই সূচকসংখ্যা নির্ণয় করার উদ্দেশ্যে জীবিকা নির্ব্বাহের জন্য প্রয়োজনীয় ভোগ্য পণ্যগুলিকে প্রথমে কয়েকটি প্রধান গোষ্ঠি (Major Group)-তে ভাগ করা হ'য়ে থাকে। সাধারণতঃ নিম্নলিখিত পাঁচটি প্রধান গোষ্ঠি নেওয়া হ'য়ে থাকে—(1) খাদ্য (Food), (2) পরিধেয় (Clothing), (3) আলো ও জ্বালানী (Fuel and Light), (4) বাসস্থান (Housing) এবং (5) বিবিধ (Miscellaneous)। প্রতিটি প্রধান গোষ্ঠির জন্য এ গোষ্ঠির প্রতিনিধিস্থানীয় (Representative) কয়েকটি ভোগ্য পণ্যের নমুনা নেওয়া হ'য়ে থাকে। যেমন প্রধান গোষ্ঠি

খাদ্য (Food)-এর অন্তর্ভুক্ত করা হয় কয়েকরকম দানাশস্য (চাল, গম ইত্যাদি), কয়েকরকম তরকারী, মাছ, মাংস, ফল, তেল, নুন, মসলা, ঘি ইত্যাদি। এসব প্রতিনিধিস্থানীয় পণ্যের সহায়তায় প্রত্যেকটি প্রধান গোষ্ঠীর জন্য একটি ক'রে সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে। এরকম সূচকসংখ্যা নির্ণয় করার উদ্দেশ্যে প্রতিনিধিস্থানীয় ভোগ্যপণ্যগুলির আপেক্ষিক দরের ভারযুক্ত গড় নেওয়া হয়। কোনো পণ্যের ভার ভোক্তাদের কাছে ঐ পণ্যের গুরুত্ব (Importance) অনুযায়ী স্থির করা হ'য়ে থাকে।

কোনো একটি পণ্যের আপেক্ষিক দর বিভিন্ন বাজার বা দোকান থেকে সংগৃহীত ঐ পণ্যের বিভিন্ন আপেক্ষিক দরসমূহের ভারহীন গাণিতিক গড়। আবার কোনো প্রধান গোষ্ঠীর (Major Group)-র জন্য মোট খরচের যত শতাংশ ভোক্তাগণ ঐ গোষ্ঠীর অন্তর্ভুক্ত একটি পণ্যের জন্য খরচ ক'রে থাকে, তাকে উক্ত পণ্যের ভার হিসেবে গ্রহণ করা হ'য়ে থাকে। উদাহরণস্বরূপ, প্রধান গোষ্ঠী খাদ্যের জন্য ভোক্তাগণ যে খরচ করে তার 60 শতাংশ যদি দানাশস্য (চাল, গম ইত্যাদি)-এর জন্য খরচ করা হ'য়ে থাকে তা হ'লে দানাশস্যের আপেক্ষিক দরের ভার হবে খাদ্য প্রধান গোষ্ঠীর মোট ভারের 60 শতাংশ।

উপরোক্ত প্রণালী অবলম্বন ক'রে প্রতিটি প্রধান গোষ্ঠীর জন্য একটি ক'রে সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে। সার্বিক বা মূল সূচকসংখ্যা (General Index)-টি প্রধান গোষ্ঠীসমূহের সূচকসংখ্যাগুলির ভারযুক্ত গড়। ভোগ্য পণ্যের জন্য মোট ব্যয়ের যত শতাংশ একটি প্রধান গোষ্ঠীর জন্য খরচ করা হ'য়ে থাকে তাকেই এর ভার হিসাবে নেওয়া হ'য়ে থাকে। যেমন ভোগ্যপণ্যের জন্য মোট ব্যয়ের শতকরা 60 ভাগ যদি খাদ্যের জন্য খরচ করা হ'য়ে থাকে তা হ'লে খাদ্য প্রধান গোষ্ঠীর ভার হবে মোট ভারের 60 শতাংশ।

উপরোক্ত আলোচনা থেকে দেখা যাচ্ছে যে জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচকসংখ্যা নির্ণয়ের দুটো প্রধান বাস্তব সমস্যা হোলো :—

(1) ভোগ্যপণ্যের নমুনা স্থির করা এবং (2) নমুনাভুক্ত পণ্যগুলির ভার নির্ণয় করা। সাধারণতঃ যত বেশীসংখ্যক পণ্য নমুনা হিসাবে নেওয়া হবে সূচকসংখ্যাটি তত বেশী প্রতিনিধিস্থানীয় হবে, কিন্তু নানা ধরণের বাস্তব অসুবিধার কথা (বিশেষ ক'রে আর্থিক সংগতির কথা) বিবেচনা ক'রে পণ্যের নমুনার সংখ্যা (Sample Size) স্থির করা হ'য়ে

থাকে। তবে গুরুত্বপূর্ণ পণ্যগুলির কোনোটি যাতে নমুনা থেকে বাদ না যায় তা দেখা বিশেষভাবে দরকার। নমুনাভুক্ত পণ্যগুলির ভার নির্ণয় করার সময় প্রথমে স্থির করা দরকার যে এই ভারগুলি ভিত্তিকালের ব্যয়ের অনুপাতে স্থির হবে না চল্‌তিকালের ব্যয়ের অনুপাতে স্থির হবে। পূর্ব-বর্ত্তী আলোচনা থেকে আমরা জানি যে ভিত্তিকালের ব্যয়ের অনুপাতে স্থিরীকৃত ভারের দ্বারা নির্ণীত সূচকসংখ্যা লাস্‌পেয়ারের সূত্র (Laspeyres' Formula) অনুসরণ করে, অপরপক্ষে চল্‌তিকালের ব্যয়ের অনুপাতে স্থিরীকৃত ভারের দ্বারা নির্ণীত সূচকসংখ্যা পাশের সূত্র (Paasche's Formula) অনুসরণ করে, বাস্তবক্ষেত্রে চল্‌তিকালের ব্যয়ের হিসাব সময়মতো সংগ্রহ করা খুবই দুঃসাধ্য। প্রধানতঃ এই অসুবিধার জন্যই চল্‌তিকালের পরিবর্ত্তে ভিত্তিকালের ব্যয়ের অনুপাতে স্থিরীকৃত ভারের ব্যবহার দ্বারা নির্ণীত লাস্‌পেয়ারের সূচকসংখ্যাই অধিকাংশ ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হ'য়ে থাকে।

ভিত্তিকালে জীবনযাত্রার ব্যয় সংক্রান্ত তথ্য সংগ্রহের জন্য পারিবারিক আয় ব্যয়ক সমীক্ষা (Family Budget Enquiry) করা হয়। এই সমীক্ষায় কতগুলি পরিবারকে নমুনা হিসেবে গ্রহণ ক'রে ঐ পরিবারগুলি জীবনযাত্রার ব্যয় নির্ব্বাহের জন্য বিভিন্ন ভোগ্যপণ্যের পেছনে কি রকম খরচ করে সে সম্বন্ধে রাশিতথ্য সংগ্রহ করা হয়। ভোগ্যপণ্যসমূহের কোন্‌টির পেছনে কত শতাংশ ব্যয় করা হ'য়েছে তা এই রাশিতথ্যগুলি বিশ্লেষণ ক'রে নির্ণয় করা হয়। আগেই বলা হ'য়েছে সূচকসংখ্যা নির্ণয়ের সময় এই শতাংশগুলি আপেক্ষিক দরসমূহের ভার হিসেবে ব্যবহার করা হয়।

সময়ের সাথে সাথে জনসাধারণের আয়ব্যয়ের হিসাবের হেরফের হ'য়ে থাকে। বিশেষতঃ গুরুত্বপূর্ণ সামাজিক এবং অর্থনৈতিক পরিবর্ত্তনের ফলে জীবনযাত্রার মানের উল্লেখযোগ্য পরিবর্ত্তন হ'লে ভোগ্যপণ্য ব্যবহারের ধারারও বিশেষ পরিবর্ত্তন হ'য়ে থাকে। সেজন্য এরকম পরিস্থিতিতে নতুন ক'রে পারিবারিক আয়ব্যয়ের হিসাব সংগ্রহ করার এবং ঐ সব হিসাবের ভিত্তিতে নতন ক'রে ভার নির্ণয়ের প্রয়োজনীয়তা অনুভূত হয়।

5.9 কয়েকটি উদাহরণ

উদাহরণ 5.1 পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics and Statistics)

কর্তৃক নিম্নলিখিত রাশিতথ্যগুলি সংগৃহীত হ'য়েছে। এগুলি ব্যবহার ক'রে এবং জানুয়ারী 1962-কে ভিত্তিকাল ধ'রে বিভিন্ন সূত্র অনুযায়ী (অর্থাৎ লাস্‌পেয়ার, পাশে, ফিশারের আদর্শ সূত্র এবং মার্শাল এজওয়ার্থের সূত্র অনুযায়ী) জানুয়ারী 1963-র সূচক নির্ণয় কর।

পণ্যের নাম	জানুয়ারী, 1962		জানুয়ারী, 1963	
	প্রতি 100 কেজির দর (টাকায়)	ব্যবহারের পরিমাণ (মেট্রিক টনে)	প্রতি 100 কেজির দর (টাকায়)	ব্যবহারের পরিমাণ (মেট্রিক টনে)
1. চাল	55·50	7,391	70·20	12,839
2. গম	37·52	2,381	37·52	5,377
3. ছোলার ডাল	56·95	50	52 26	400
4. সরষের তেল	256·00	6,610	239·50	3,380
5. চিনি	107·70	15,036	117·41	15,707

স্পষ্টতঃই এখানে,

জানুয়ারী, 1962র দর $= p_0$

জানুয়ারী, 1962র ব্যবহারের পরিমাণ $= q_0$

জানুয়ারী, 1963র দর $= p_1$

জানুয়ারী, 1963র ব্যবহারের পরিমাণ $= q_1$

সুতরাং,

$$\Sigma p_0 q_0 = 3813920 \cdot 32$$
$$\Sigma p_1 q_0 = 3959268 \cdot 08$$
$$\Sigma p_0 q_1 = 3494013 \cdot 44$$
$$\Sigma p_1 q_1 = 3777615 \cdot 71$$

অতএব,

(i) লাস্‌পেয়ারের সূচক $(I_L) = 100 \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} = 100 \times \frac{3959268 \cdot 08}{3813920 \cdot 32}$

$= 103 \cdot 8$

(ii) পাশের সূচক (I_P) $=100\dfrac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$

$$=100\times\frac{3777615\cdot71}{3494013\cdot44}$$

$$=108\cdot1$$

(iii) ফিশারের আদর্শ সূচক $(I_F)=\sqrt{I_L\times I_P}$

$$=\sqrt{103\cdot8\times108\cdot1}$$

$$=105\cdot9$$

(iv) মার্শাল এজওয়ার্থের সূচক (I_{ME})

$$=100\times\frac{\Sigma p_1(q_0+q_1)}{\Sigma p_0(q_0+q_1)}$$

$$=100\times\frac{\Sigma p_1 q_0+\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0+\Sigma p_0 q_1}$$

$$=100\times\frac{3959268\cdot08+3777615\cdot71}{3813920\cdot32+3494013\cdot44}$$

$$=105\cdot9$$

উদাহরণ 5.2 নভেম্বর, 1950 সালকে ভিত্তিকাল ধ'রে (1—100) টাকা ব্যয়স্তরের পরিবার সমূহের 1961 সালের জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচকসংখ্যা নির্ণয়কালে নিম্নলিখিত মানগুলি পাওয়া যায়—

পণ্যের নাম	ভার (w)	আপেক্ষিক দর $(100\,p_1/p_0)$
1. পুরুষের পরিধেয়	44·19	132
2. স্ত্রীলোকের পরিধেয়	39·06	126
3. শিশুর পরিধেয়	9·27	135
4. অন্যান্য পরিধেয়	7·48	130

এই মানগুলি ব্যবহার ক'রে 1961 সালের জন্য পরিধেয় দ্রব্যের সূচকসংখ্যা নির্ণয় কর।

এখানে,

পরিধেয় দ্রব্যের সূচকসংখ্যা $=I_c$

$$=100\times\frac{\sum\frac{p_1}{p_0}w}{\Sigma w}$$

$$=\frac{12978{\cdot}49}{100}$$

$$=129{\cdot}8$$

ঠিক অনুরূপভাবে খাদ্য, আলো ও জ্বালানী, বাসস্থান এবং বিবিধ প্রধান গোষ্ঠীর সূচকসংখ্যা নির্ণয় করা সম্ভব। এরপর এই পাঁচটি সূচক-সংখ্যার ভারযুক্ত গড় নিয়ে 1961 সালের জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের মূল সূচক (General Index)-টি নির্ণয় করা সম্ভব (ভিত্তিকাল : নভেম্বর, 1950=100)।

উদাহরণ 5·3 নীচে পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো কর্ত্তৃক সঙ্কলিত 1970 সালের ক'লকাতার পাইকারী দরের সূচক (ভিত্তিকাল : 1952–53=100) নির্ণয়ের উদ্দেশ্যে প্রধান গোষ্ঠী (Major Groups) সমূহের সূচকগুলি এবং তাদের ভারসমূহ দেখান হ'লো। ভারযুক্ত গাণিতিক গড় ব্যবহার ক'রে মূল সূচক (General Index) নির্ণয় কর।

প্রধান গোষ্ঠীর নাম	ভার (w)	সূচক সংখ্যা (r)
1. খাদ্য (Food)	410	227·5
2. তামাক এবং পানীয় (Liquor and Tobacco)	21	218·7
3. জ্বালানী, আলো ইত্যাদি (Fuel Power, Light and Lubricant)	57	223·1
4. শিল্পে ব্যবহার্য কাচামাল (Industrial Raw material)	116	235·9
5. শিল্পজাত দ্রব্য (Manufactures)	396	206·3

স্পষ্টতঃই এখানে মূল সূচক সংখ্যা (ভারযুক্ত গাণিতিক গড় ব্যবহার ক'রে) :

$$I = \frac{\Sigma rw}{\Sigma w} = \frac{219643 \cdot 6}{100}$$

$$= 219 \cdot 6$$

5.10 সর্ব্বভারতীয় পাইকারী দরের সূচক (Index Number of Wholesale Prices in India)

এটি একটি সর্ব্বভারতীয় সাপ্তাহিক পাইকারী দরের সূচক। ভারত সরকারের অর্থ- নৈতিক উপদেষ্টা (Economic Adviser)-র দপ্তর থেকে Index Number of Wholesale Prices in India নামক সাপ্তাহিক পত্রিকায় এটি প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। এই উদ্দেশ্যে ভারতবর্ষের বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ বাজার থেকে পাইকারী দর সংগৃহীত হ'য়ে থাকে। 1952-53কে ভিত্তিকাল ধ'রে এই সূচকটি 1953 সাল থেকে নিয়মিত প্রকাশিত হ'য়ে আসছিল। পাঁচটি প্রধান গোষ্ঠী (Major Group)-র অন্তর্গত মোট 112টি পণ্যের জন্য 550টি ক্ষেত্র থেকে সংগৃহীত পাইকারী দরের হিসাব (Price Quotation) নিয়ে এবং সংশ্লিষ্ট আপেক্ষিক দরগুলি নির্ণয় ক'রে ঐ সমস্ত আপেক্ষিক দরের ভারযুক্ত গড়কে নির্ণেয় সূচক সংখ্যা হিসেবে প্রকাশিত করা হ'তো। কিন্তু ভিত্তিকাল খুব পুরোণো হ'য়ে পড়ায় এবং বহু পূর্বে নির্ণীত ভারগুলি সমসাময়িক অবস্থার সঠিক চিত্র প্রতিফলনে অক্ষম হওয়ায় এই সূচকটি নির্ণয়ে বহুল পরিবর্ত্তন করা দরকার হ'য়ে পড়ে। ভারত সরকারের অর্থনৈতিক উপদেষ্টার দপ্তর এসব পরিবর্ত্তন সাধন ক'রে 1969 সালের জুলাইএর প্রথম সপ্তাহ থেকে 1961–62কে ভিত্তিকাল ধ'রে সূচক সংখ্যার একটি নতুন পরিবর্ত্তিত সারি (Revised Series) চালু করে। এখানে সাতটি প্রধান গোষ্ঠীর অন্তর্গত মোট 139টি পণ্যের জন্য 774টি ক্ষেত্র থেকে সংগৃহীত পাইকারী দরের হিসাব নিয়ে এদের আপেক্ষিক দরের ভারযুক্ত গাণিতিক গড়দ্বারা সূচক সংখ্যা নির্ণীত হ'য়ে থাকে। এখানে ব্যবহৃত ভারগুলি সংশ্লিষ্ট পণ্যের যে পরিমাণসমূহ বাজারজাত (Marketed) করা হ'য়েছে তাদের মোট মূল্যের (Value) সমানুপাতিক (Proportional)। এই প্রধান গোষ্ঠীগুলি, প্রতি প্রধান গোষ্ঠীর অন্তর্ভুক্ত পণ্যের সংখ্যা এবং প্রতি প্রধান গোষ্ঠীর ভার (শতকরা হিসাবে) নীচে দেখান হ'লো :—

প্রধান গোষ্ঠী (Major Group)	পণ্যের সংখ্যা (Number of items)	ভার (শতকরা হিসাবে) (Weight in percentage)
1. খাদ্য সামগ্রী (Food Articles.)	38	41·3
2. পানীয় এবং তামাক (Liquor and Tobacco)	3	2·5
3. জ্বালানী, শক্তি, আলো এবং যন্ত্রাদিতে ব্যবহারের তেলসমূহ (Fuel, Power, Light and Lubricants)	10	6·1
4. শিল্পে ব্যবহার্য কাঁচা মাল (Industrial Raw materials)	25	12·1
5. রাসায়নিক দ্রব্যাদি (Chemicals)	11	0·7
6. মেশিনারী এবং পরিবহন দ্রব্যাদি (Machinery and Transport equipment)		7·9
7. শিল্পজাত দ্রব্য (Manufactures)	45	29·4
মোট	139	100·0

উপরোক্ত প্রধান গোষ্ঠীগুলিকে আবার 25টি উপগোষ্ঠী (Sub Group)-তে ভাগ করা হ'য়ে থাকে এবং প্রতিটি উপগোষ্ঠীর জন্য সূচক সংখ্যা নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে। এই সূচক সংখ্যাগুলির ভারযুক্ত গাণিতিক গড় নিয়ে মূল সূচক সংখ্যাটি নির্ণীত হ'য়ে থাকে।

নীচে কয়েক বছরের পাইকারী দরের সূচক (সাপ্তাহিক সূচকের বাৎসরিক গড়) দেখান হ'লো :—

(ভিত্তিকাল : 1961–62=100)

বৎসর	পাইকারী দরের সামগ্রিক সূচক	খাদ্য-দ্রব্যের পাইকারী দরের সূচক	শিল্পজাত দ্রব্যের পাইকারী দরের সূচক
1966	144	162	126
....	....	....	....
1971	186	207	164
1972	201	231	174
1973	239	279	194
1974	305	352	247

5.11 জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচকসংখ্যা—পশ্চিমবঙ্গের 25টি শহরে 5টি ব্যয়স্তরের জন্য (Cost of Living Index Nnmbers, covering 25 Towns in West Bengal, for Five Expenditure Groups)

পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics and Statistics)—যা আগে রাজ্য পরিসংখ্যান ব্যুরো (State Statistical Bureau) ব'লে পরিচিত ছিলো—পশ্চিমবঙ্গের 25টি শহরের (ক'লকাতা সহ) জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক প্রকাশ ক'রে থাকে। 1972 সালের পূর্ব পর্যন্ত এই সূচক সংখ্যার ভিত্তিকাল ছিলো 1950 সালের নভেম্বর মাস এবং এতে ব্যবহৃত আপেক্ষিক দরের ভারসমূহ ছিলো 1950–51 সালের পারিবারিক আয়-ব্যয়ের সমীক্ষা (Family Budget Enquiry)র ভিত্তিতে নির্ণীত। কিন্তু 1972

সালের জানুয়ারী থেকে 1960 সালকে ভিত্তিকাল ধ'রে নতুন সারির সূচক সংখ্যা চালু করা হ'য়েছে। এতে ব্যবহৃত ভারসমূহ 1960-61 সালের পারিবারিক আয়-ব্যয়ের সমীক্ষা (Family Budget Enquiry)র ভিত্তিতে নির্ণীত। প্রতিটি শহরের জন্য মাসিক সূচক সংখ্যা নিম্নলিখিত পাঁচটি ব্যয়স্তর (Expenditure Group)-এর জন্য আলাদা আলাদা ভাবে নির্ণীত হ'য়ে থাকে—(i) যে সমস্ত পরিবারের ব্যয় মাসিক 100 টাকা পর্য্যন্ত, (ii) সে সমস্ত পরিবারের ব্যয় মাসিক 101 টাকা থেকে 200 টাকা পর্য্যন্ত (iii) যে সমস্ত পরিবারের ব্যয় মাসিক 201 টাকা থেকে 350 টাকা পর্য্যন্ত (iv) যে সমস্ত পরিবারের ব্যয় মাসিক 351 টাকা থেকে 700 টাকা পর্য্যন্ত এবং (v) যে সমস্ত পরিবারের ব্যয় মাসিক 700 টাকার ওপরে। এ ছাড়া ক'লকাতার ক্ষেত্রে (i), (ii) ও (iii)-এ উল্লিখিত ব্যয়স্তরের জন্য সাপ্তাহিক সূচকসংখ্যাও নির্ণীত হ'য়ে থাকে। সূচক সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য পণ্যগুলিকে প্রথমে পাঁচটি প্রধান গোষ্ঠীতে (Major Group) ভাগ করা হ'য়ে থাকে। এই প্রধান গোষ্ঠী-গুলিকে আবার 69টি উপগোষ্ঠীতে (Sub Group) ভাগ করা হ'য়ে থাকে। বিভিন্ন প্রধান গোষ্ঠীর অন্তর্গত উপগোষ্ঠীগুলির বিভাজন এ রকম :—

প্রধান গোষ্ঠী (Major Group)	উপগোষ্ঠীর সংখ্যা (Number of Sub Groups)
1. খাদ্য ..	.. 26
2. পরিধেয় ...	.. 3
3. জ্বালানী ও আলো	.. 7
4. বাড়ীভাড়া ইত্যাদি	.. 3
5. বিবিধ	.. 30

আবার উপরোক্ত প্রতিটি উপগোষ্ঠীর অন্তর্গত অনেকগুলি পণ্যের আপেক্ষিক দর নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে। এ উদ্দেশ্যে যে কেন্দ্রের জন্য সূচক সংখ্যা নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে সেই কেন্দ্রের বিভিন্ন বাজার ও দোকান থেকে কয়েকটি নির্দিষ্ট দিনে ঐ সব পণ্যের দরের হিসাব সংগ্রহ করা হ'য়ে থাকে। এ সব হিসাব থেকে পাওয়া বিভিন্ন পণ্যের দরসমূহের গাণিতিক গড় নিয়ে গড় দর (Average Price) নির্ণয় করা

হয়। চল্‌তিকালের এরূপ গড় দরকে ভিত্তিকালের সংশ্লিষ্ট গড় দর দিয়ে ভাগ ক'রে আপেক্ষিক দর স্থির করা হয়। এই সব আপেক্ষিক দরের ভারযুক্ত গাণিতিক গড় নিয়ে প্রথমে প্রত্যেকটি প্রধান গোষ্ঠীর জন্য একটি ক'রে সূচক সংখ্যা নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে। প্রধান গোষ্ঠীসমূহের সূচক সংখ্যাগুলির ভারযুক্ত গাণিতিক গড় নিয়ে মূল সূচক সংখ্যাটি নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে।

অনেক সময় দেখা যায় যে সূচকসংখ্যা নির্ণয়ের জন্য নমুনা হিসেবে নির্দিষ্ট কোনো কোনো পণ্য কালক্রমে বাজার থেকে অন্তর্হিত হ'য়েছে। এরকম ক্ষেত্রে অন্ততঃ তিনটি এমন বদলী পণ্য (Substitute Items) নেওয়া হয়, যেগুলির গড় দরের গতিপ্রকৃতি মূল পণ্যটির দরের গতিপ্রকৃতির অনুরূপ। যে সব পণ্যের দর সরকার কর্ত্তৃক নিয়ন্ত্রিত সেগুলির জন্য নিয়ন্ত্রিত দরই সূচক সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য নেওয়া হ'য়ে থাকে—কালোবাজারের দর নয়।

আগে 1939 সালের আগষ্ট মাসকে ভিত্তিকাল ধ'রে রাজ্যের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো মধ্যবিত্ত (Middle Class) এবং নিম্নবর্গীয়ের (Menial Class) জন্য জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক নির্ণয় ক'রতো, বর্ত্তমানে এই সূচক সংখ্যা আর চালু নেই।

ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো প্রতি পাঁচ বৎসর অন্তর অন্তর একটি ক'রে পারিবারিক আয়-ব্যয় সমীক্ষা ক'রে থাকে। 1950-51, 1955-56, 1960-61, 1966-67 এবং 1972 সালে এ রকম সমীক্ষা হ'য়েছে। বিভিন্ন সমীক্ষা থেকে নির্ণীত ভারসমূহের কতটা তফাৎ হ'য়ে থাকে তা নীচের সারণীটি পরীক্ষা ক'রলে বোঝা যাবে:—

সারণী 5·1

ক'লকাতার (201-350) টাকা ব্যয়স্তরের পরিবারসমূহের শতকরা ব্যয়ের হিসাব।

প্রধান গোষ্ঠী (Major Group)	(201-350) টাকা ব্যয়স্তরের পরিবারের শতকরা ব্যয়		
	1950-51	1955-56	1960-61
1. খাদ্য	50·47	47·10	54·31
2. পরিধেয়	5·74	6·98	7·36
3. আলো ও জ্বালানী	4·88	4·44	4·91
4. বাড়ী ভাড়া ইত্যাদি	8·52	10·05	10·50
5. বিবিধ	30·39	31·43	22·92
মোট	100·00	100·00	100·00

নীচে (1-100) টাকা মাসিক ব্যয়স্তরের পরিবার সমূহের জন্য পশ্চিমবঙ্গের 17টি কেন্দ্রের 1972 এবং 1973 সালের গড় সূচক সংখ্যা দেখান হ'লো।

সারণী 5·2

পশ্চিমবঙ্গের কয়েকটি কেন্দ্রের জীবনযাত্রার ব্যয় নির্ব্বাহক সূচক সংখ্যা (মাসিক সূচক সংখ্যাসমূহের গড়)।

(ভিত্তিকাল : 1960=100)

পরিবারসমূহের মাসিক ব্যয়স্তর : (101–200) টাকা

কেন্দ্র	সূচক সংখ্যা (12 মাসের সূচক সংখ্যার গাণিতিক গড়)	
	1972	1973
1. আসানসোল ..	185·4	200·3
2. বালুরঘাট ..	210·6	243·7
3. বাঁকুড়া ..	202·4	227·9
4. পুরুলিয়া ..	236·8	279·1
5. বহরমপুর ..	210·0	249·8
6. বর্ধমান ..	207·8	238·6
7. ক'লকাতা ..	188·4	206·5
8. চুঁচুড়া ..	192·2	211·7
9. কোচবিহার ..	209·6	254·7
10. দার্জিলিঙ ..	194·2	221·8
11. ইংলিশবাজার ..	225·6	269·2
12. হাওড়া ..	183·1	201·8
13. জলপাইগুড়ি	199·6	239·0
14. খড়গপুর	207·5	243·1
15. কৃষ্ণনগর	230·8	271·6
16. মেদিনীপুর	207·0	232·8
17. সিউড়ী	204·4	220·2

5·12 সূচক সংখ্যার অন্যান্য ব্যবহারসমূহ

সূচক সংখ্যার প্রধান প্রধান ব্যবহারগুলি আগে উল্লেখ করা হ'য়েছে। এগুলি ছাড়াও ফলিত অর্থনীতিতে এর আরও নানা রকম ব্যবহার আছে। নীচে কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হ'লো :—

(ক) দর সংক্রান্ত কালীন সারি (Time Series)-র বিভিন্ন সময়ের মানগুলিকে পরস্পর তুলনীয় করার জন্য প্রতিটি মানকে তৎকালীন দরের সূচক দিয়ে ভাগ করা হ'য়ে থাকে। এ রকম ক'রলে দরবৃদ্ধির হের-ফেরের জন্য মানের যে তারতম্য হয় তা দূর করা সম্ভব হয় এবং সারির প্রতিটি মান সূচকসংখ্যার ভিত্তিকালের দরে প্রকাশ করা সম্ভব হয়। ফলে একটি মান অপর একটি মানের সাথে তুলনীয় হয়।

(খ) যে সব পণ্যের জন্য দরের সূচক নির্ণয় করা হয় সে সব পণ্য ক্রয় ক'রতে ভিত্তিকালে 1 টাকা খরচ করা হ'লে চল্‌তিকালে কত টাকা খরচ ক'রতে হবে তা চল্‌তিকালের দরের সূচকের দ্বারা নির্ণয় করা যায়। উদাহরণস্বরূপ 1950 সালকে ভিত্তিকাল ধ'রে (অর্থাৎ 1950=100) 1962 সালের দরের সূচক সংখ্যা যদি 128 হয় তা হ'লে বুঝতে হবে, যে সমস্ত পণ্য ক্রয় ক'রতে 1950 সালে 1 টাকা খরচ ক'রতে হ'তো 1962 সালে ঐগুলি ক্রয় ক'রতে 1·28 টাকা খরচ করা দরকার। অর্থাৎ 1950 সালের তুলনায় 1962 সালের টাকার ক্রয় ক্ষমতা (Purchasing Power) হ্রাস পেয়েছে। এদিক থেকে বিচার ক'রলে সূচক সংখ্যার বিপরীত (Reciprocal)-কে টাকার ক্রয় ক্ষমতার সূচক ব'লে অভিহিত করা যেতে পারে। উপরোক্ত উদাহরণে 1950 সালে টাকার ক্রয় ক্ষমতা 1 (বা 100%) হ'লে 1962 সালে তা কমে $\frac{1}{1\cdot28}=\cdot78$ (বা 78%) হ'য়েছে।

(গ) সূচক সংখ্যার গতি প্রকৃতি পরীক্ষা ক'রে নানা ধরণের অর্থ-নৈতিক নীতি স্থির করা হ'য়ে থাকে। দরের সূচকের ক্রমাগত উর্দ্ধগতি হ'তে থাকলে সরকারকে দরহ্রাসের উপায় নির্দ্ধারণ ক'রতে হয়।

অনুশীলনী

5.1 সূচক সংখ্যা কাকে বলে ? সূচক সংখ্যা নির্ণয়ের উদ্দেশ্যে কি কি সমস্যার সম্মুখীন হ'তে হয় ? বিস্তারিত বর্ণনা কর।

5.2 সূচক সংখ্যা নির্ণয়ের বিভিন্ন সূত্র বর্ণনা কর।

5.3 সূচক সংখ্যায় কি কি ধরণের ভ্রান্তি লক্ষ্য করা যায় ?

5.4 সামঞ্জস্য বিচারের জন্য সূচক সংখ্যাসমূহকে কি কি ধরণের বিচারের সম্মুখীন হ'তে হয় ? লাস্‌পেয়ারের সূত্র, পাশের সূত্র, ফিশারের আদর্শ সূত্র এবং মার্শাল-এজ্‌ওয়ার্থের সূত্র—এগুলির কোন্‌টি সূচক সংখ্যা-সংক্রান্ত কি কি বিচারে উত্তীর্ণ হ'য়ে থাকে ?

5.5 শৃঙ্খলযুক্তসূচকসংখ্যা (Chain Index) কাকে বলে ? এর কি কি সুবিধা ও অসুবিধা ?

5.6 সারা ভারতের পাইকারী দরের সূচক কোন্ সংস্থা কি প্রণালীতে নির্ণয় ক'রে থাকে ? বিস্তারিত বর্ণনা কর।

5.7 পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো কর্ত্তৃক প্রকাশিত জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক সংখ্যা কিভাবে নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে—বিশদ বর্ণনা কর।

5.8 সূচক সংখ্যার বিভিন্ন ব্যবহার বর্ণনা কর।

5.9 নীচের সারণীটিতে "খাদ্য" প্রধান গোষ্ঠী (Major Group)-র অন্তর্গত বিভিন্ন উপগোষ্ঠী (Sub Group)-র ভার এবং 1968, 1969 এবং 1970 সালের সূচক সংখ্যা দেখান হ'য়েছে। এদের সাহায্যে 1968, 1969 এবং 1970 সালের খাদ্যের মোট সূচক সংখ্যা নির্ণয় কর :—

খাদ্যের বিভিন্ন বিভাগের পাইকারী দরের সূচক
কেন্দ্র : ক'লকাতা
ভিত্তিকাল : 1952–53=100

খাদ্য প্রধান গোষ্ঠীর অন্তর্গত বিভিন্ন উপগোষ্ঠী	ভার	সূচক সংখ্যা		
		1968	1969	1970
1. তণ্ডুলজাতীয় খাদ্য	461	206·4	205·7	206·4
2. ডাল	45	231·6	194·4	215·8
3. তরকারী এবং ফল	47	184·7	170·5	221·6
4. দুধ ও ঘি	92	233·4	242·4	243·8
5. ভোজ্য তেল	66	249·7	289 9	349·7
6 মাছ, মাংস ও ডিম	49	248·6	241·0	276·1
7. চিনি ও গুড়	64	360 0	250·7	206·1
8. অন্যান্য	176	200·6	203·3	227·4

উত্তর : (222·8, 216·7, 227·5)

5.10 নীচের সারণীটিতে ক'লকাতার চারটি ব্যয়স্তরের পরিবার-সমূহের 1971 সালের ডিসেম্বর মাসের পাঁচটি প্রধান গাষ্ঠী (Major Group)-র যথা, খাদ্য (Food), পরিধেয় (Clothing), জ্বালানী ও আলো (Fuel and Light), বাসস্থান (Housing) এবং বিবিধ (Miscellaneous)—জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক সংখ্যা (ভিত্তিকাল : ডিসেম্বর : 1950=100) দেখান হ'য়েছে। প্রতিটি প্রধান গোষ্ঠীর ভারও দেখান হ'য়েছে। এদের সহায়তায় প্রতিটি ব্যয়স্তরের জন্য মূলসূচক (General Index) নির্ণয় কর।

জীবিকা নির্বাহের ব্যয়ের সূচক সংখ্যা
ভিত্তিকাল : নভেম্বর 1950=100
কেন্দ্র : ক'লকাতা
মাস : ডিসেম্বর, 1971

প্রধান গোষ্ঠি	মাসিক পারিবারিক ব্যয়স্তর (টাকায়)							
	101–200		201–350		351–700		701 ও উর্দ্ধে	
	ভার	সূচক সংখ্যা	ভার	সূচক সংখ্যা	ভার	সূচক সংখ্যা	ভার	সূচক সংখ্যা
1. খাদ্য	54·58	225·3	50·47	222·2	44·65	221·6	33·29	219·8
2. পরিধেয়	6·23	165·3	5·74	164.8	5·47	164·8	5·88	164·8
3. জ্বালানী ও আলো	5·49	228·3	4·88	211·3	4·26	202·9	3·58	186.6
4. বাড়ীভাড়া ইত্যাদি	9·31	187·4	8 52	187·4	9·16	187·4	8·73	187·4
5. বিবিধ	24 09	180·2	30·39	170·2	36·46	164·5	48·52	159·9

উত্তর : (207·2, 199·6, 193·7, 183·5)

5.11 ক'লকাতার কোনো একটা বাজার থেকে সংগৃহীত কয়েকটি পণ্যের সেপ্টেম্বর, 1971, অক্টোবর 1971 এবং নভেম্বর 1971-এর দর এবং বিক্রীর পরিমাণ নীচের সারণীটিতে দেখান হ'লো। এসব রাশিতথ্য ব্যবহার ক'রে এবং সেপ্টেম্বর, 1971 কে ভিত্তিকাল ধ'রে অক্টোবর, 1971 এবং নভেম্বর, 1971এর জন্য নিম্নলিখিত সূত্রগুলি ব্যবহার ক'রে সূচক সংখ্যা নির্ণয় কর :— (i) লাস্‌পেয়ারের সূত্র, (ii) পাশের সূত্র, (iii) ফিশারের আদর্শ সূত্র এবং (iv) মার্শাল এজওয়ার্থের সূত্র।

বিক্রীর বিবরণ—সেপ্টেম্বর, 1971, অক্টোবর, 1971, এবং নভেম্বর 1971

পণ্যের নাম	সেপ্টেম্বর, 1971		অক্টোবর, 1971		নভেম্বর	
	প্রতি কিলোর দর (টাকায়) p	বিক্রীর পরিমাণ (কিলোয়) q	প্রতি কিলোর দর (টাকায়) p	বিক্রীর পরিমাণ (কিলোয়) q	প্রতি কিলোর দর (টাকায়) p	বিক্রীর পরিমাণ (কিলোয়) q
1. আলু	·93	500	·95	632	1·04	512
2. পত্রবিহীন শাকসব্জী	1·07	372	1·35	400	1·37	409
3. পত্রযুক্ত শাক-সব্জী	·79	100	1·00	97	·86	75
4. মাছ	6·50	250	6·45	300	5·77	314
5. মাংস	6·80	70	6·93	85	7·08	90
6. ফল	1·24	45	1·42	62	1·38	70

উত্তর : (a) অক্টোবর, 1971-এর সূচক : (i) লাস্‌পেয়ার—104·5 (ii) পাশে—104·1 (iii) ফিশার—104·3 (iv) এজওয়ার্থ মার্শাল —101·3।

(b) নভেম্বর 1971-এর সূচক : (i) লাস্‌পেয়ার—100·5 (ii) পাশে —99·7 (iii) ফিশার—100·1 (iv) এজওয়ার্থ—মার্শাল—100·2।

5·12 নীচের সারণীটিতে ক'লকাতার (1—100) টাকার মাসিক ব্যয়স্তরের পরিবারসমূহের জন্য 1971 সালের ডিসেম্বর মাসের সূচক সংখ্যা (ভিত্তিকাল : নভেম্বর, 1950=100) দেখান হ'য়েছে। মূল সূচক সংখ্যা এবং পাঁচটি প্রধান গোষ্ঠীর (যথা, (i) খাদ্য, (ii) পরিধেয়, (iii) জ্বালানী ও আলো (iv) বাসস্থান এবং (v) বিবিধ) মধ্যে চারটি গোষ্ঠীর সূচক সংখ্যা এবং সংশ্লিষ্ট ভারসমূহ দেখান হ'য়েছে। মূল সূচক সংখ্যাটি প্রধান গোষ্ঠীগুলির সূচক সংখ্যাসমূহের ভারযুক্ত গাণিতিক গড়।

প্রদত্ত রাশিতথ্য ব্যবহার ক'রে প্রধান গোষ্ঠী "বিবিধ"র সূচক সংখ্যা নির্ণয় কর।

জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক সংখ্যা

ভিত্তিকাল : নভেম্বর 1950=100

কেন্দ্র : ক'লকাতা

মাস : ডিসেম্বর, 1971

পারিবারিক ব্যয়স্তর (মাসিক) : (1—100) টকা।

প্রধান গোষ্ঠী	ভার	সূচক সংখ্যা
1. খাদ্য	58·55	229·6
2. পরিধেয়	5·37	165·3
3. জ্বালানী ও আলো	6·15	244·8
4. বাসস্থান	9·61	187·4
5. বিবিধ	20·32	নির্ণয় ক'রতে হবে
মূল সূচক	100·00	216·1

উত্তর : 195·6

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ

কালীন সারি বিশ্লেষণ

(Time Series Analysis)

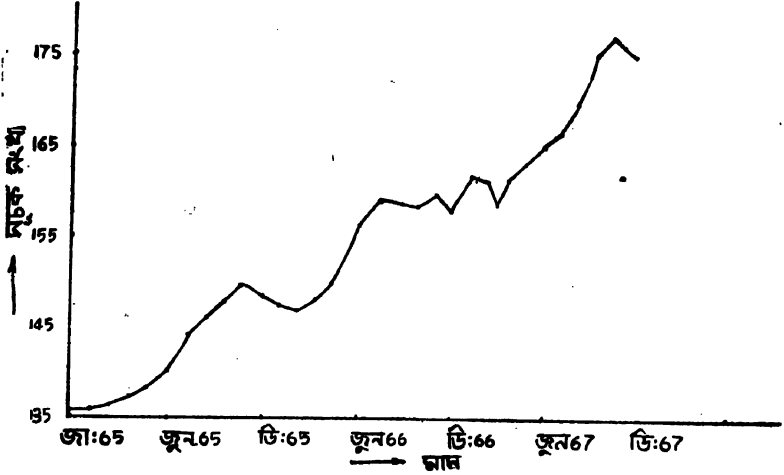
6·1 সূচনা

পর পর কয়েক বৎসরের বা মাসের দরের সূচক, কয়েক দিনের (বা মাসের বা বৎসরের) তাপমাত্রার বা বৃষ্টিপাতের হিসাব অথবা কয়েক বৎসরের জনসংখ্যা বৃদ্ধির হিসাব ইত্যাদি কালীন সারির উদাহরণ। অর্থাৎ ধারাবাহিকভাবে সময়ের সাথে সম্পর্কযুক্ত রাশি-তথ্যকে কালীন সারি (Time Series) বলে অভিহিত করা হয়। স্পষ্টতঃই কালীন সারি বহু প্রকারের হ'তে পারে। অর্থনীতির সাথে সম্পর্কযুক্ত রাশিতথ্যে কালীন সারির ব্যাপক প্রচলন আছে। বিভিন্ন ধরণের সূচক-সংখ্যা, জাতীয় আয়ের বাৎসরিক হিসাবসমূহ, বিভিন্ন পণ্যের জোগান ও চাহিদার বাৎসরিক (বা মাসিক) হিসাব কিংবা উৎপাদনের বাৎসরিক (বা মাসিক) হিসাব—এ সব কালীন সারির উদাহরণ। প্রকৃতপক্ষে সামাজিক বিজ্ঞানসমূহে (Social Sciences) কিংবা প্রাকৃতিক বিজ্ঞান-সমূহে (Natural Sciences) যখনই অতীতের অভিজ্ঞতার ভিত্তিতে ভবিষ্যত সম্বন্ধে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা হয় তখনই অতীতের রাশিতথ্যের কালীন সারির বিশ্লেষণ করা দরকার হ'য়ে পরে।

6·2 কালীন সারির বিভিন্ন অংশ (Components of Time Series)

কোনো একটি কালীন সারিকে লেখ (Graph)র সাহায্যে দেখান যেতে পারে। উদাহরণস্বরূপ নীচে লেখর সাহায্যে পর পর কয়েক বৎসরের জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক দেখান হ'ল (চিত্র নং 6·1)।

কালীন সারির এ ধরণের লেখগুলি পুঙ্খানুপুঙ্খভাবে বিশ্লেষণ ক'রলে দেখা যায় যে এদের কতগুলি বৈশিষ্ট্য আছে। খুব কম সময়ের কালীন সারির গতিবিধি অনেকটা অনিয়মিত (Irregular) হয়। কিন্তু বেশ কিছু সময়ের কালীন সারি নিয়ে পরীক্ষা ক'রলে দেখা যায় যে কালীন সারি সময়ের সাথে কিছু নিয়মিত গতিবিধি মেনে চলে। কালীন সারির এই নিয়মিত গতিবিধিকে তিনটি প্রধান ভাগে ভাগ করা হয়—(i) সুশাসিত গতিধারা (Secular Trend), (ii)

ঋতুজ ভেদ (Seasonal Variation) এবং (iii) চক্রীল ভেদ (Cyclical

চিত্র নং 6·1 : জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক (পারিবারিক ব্যয়স্তর 201—350 টাকা), কেন্দ্র—ক'লকাতা

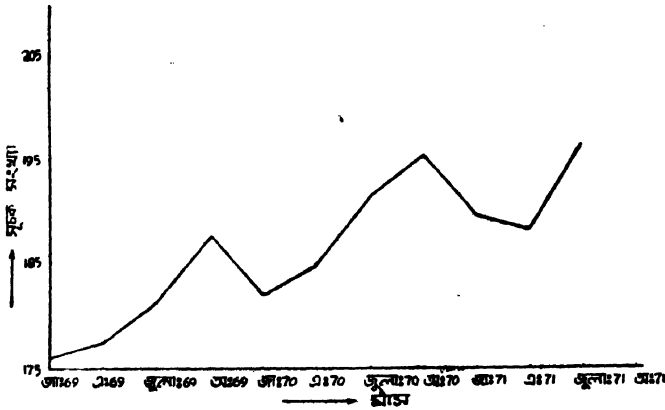
Variation)। সুতরাং কোনো কালীন সারির মোট চারটি অংশ থাকে —উপরোক্ত তিনটি অংশ এবং (iv) অনিয়মিত গতিধারা।

(i) সুশাসিত গতিধারা (Secular Trend)

কোনো একটি কালীন সারির দীর্ঘকালের লেখ পরীক্ষা ক'রলে অধিকাংশ ক্ষেত্রেই এর একটি দীর্ঘকালীন গতিবিধি লক্ষ্য করা যায়। দীর্ঘকালের পরিপ্রেক্ষিতে সাধারণতঃ লেখটি উর্দ্ধমুখী বা নিম্নমুখী হয়। অনেক সময় বেশ কিছুকাল সমান্তরালভাবে চলার পর এই উর্দ্ধমুখী বা নিম্নমুখী প্রবণতা দেখা যায়। 6·1নং চিত্রের লেখটিতে উর্দ্ধমুখী প্রবণতা লক্ষ্য করা যাচ্ছে। কালীন সারির এ ধরণের মসৃণ (Smooth) ও সুশাসিত দীর্ঘকালীন গতিবিধিকে সুশাসিত গতিধারা (Secular Trend) ব'লে অভিহিত করা হয়। সুশাসিত গতিধারা একটি দীর্ঘস্থায়ী ব্যাপার। কোনো ধরণের স্বল্পকালীন বা তাৎক্ষণিক পরিবর্ত্তন এই গতিধারার দ্বারা সূচীত হয় না।

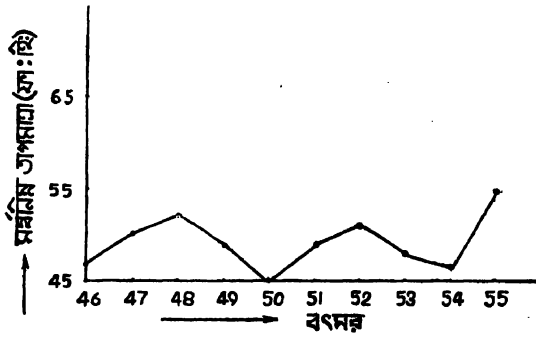
(ii) ঋতুজ ভেদ (Seasonal Variation)

অনেক ক্ষেত্রে কালীন সারির লেখ পরীক্ষা ক'রলে দেখা যায় যে একই বৎসরের মধ্যে বিভিন্ন ঋতুতে লেখটির উত্থানপতন ঘটে। এই

উত্থানপতনের সময়গুলি অনেকটা সুনির্দিষ্ট—অর্থাৎ প্রতি বছর নির্দিষ্ট সময়ে একই ধরণের উত্থানপতন ঘটে থাকে। যেমন 6·2নং চিত্রে ক'লকতার জীবিকানির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক সংখ্যা লক্ষ্য ক'রলে দেখা যায় প্রতি বছরই শীতকালে এই লেখটি নিম্নাভিমুখী হ'য়েছে এবং বর্ষাকালে এর গতি উর্দ্ধমুখী হ'য়েছে। কারণ, শীতকালে ভোগ্যবস্তুসমূহের (বিশেষতঃ খাদ্যদ্রব্যের) দর কম থাকায় সূচকের মান ক'মে এসেছে কিন্তু বর্ষাকালে এদের (বিশেষতঃ খাদ্যদ্রব্যের) দর বাড়ার সাথে সাথে সূচকের মানও বৃদ্ধি পেয়েছে। অনুরূপভাবে ভোগ্যবস্তুসমূহের মাসিক বিক্রীর পরিমাণের কালীন সারি লক্ষ্য ক'রলে দেখা যায় যে প্রতি বৎসর পূজোর সময় বিক্রীর পরিমাণ খুব বেড়ে যায় (অর্থাৎ কালীন সারির লেখ উর্দ্ধমুখী হয়) এবং বর্ষার সময় বিক্রীর পরিমাণ হ্রাস পায় (অর্থাৎ কালীন সারির লেখ নিম্নাভিমুখী হয়)।

চিত্র নং—6·2 : জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক (পারিবারিক ব্যয়স্তর 201—350 টাকা), কেন্দ্র—ক'লকাতা

এক বছর সময়ের মধ্যে কালীন সারির লেখর এরকম নিয়মিত উত্থান পতনকে ঋতুজ ভেদ (Seasonal Variation) বলা হ'য়ে থাকে। এ ধরণের উত্থান-পতন প্রধানতঃ ঋতু পরিবর্ত্তন (যেমন বর্ষার সময় দর বৃদ্ধি বা বিক্রী হ্রাস) বা সামাজিক আচার অনুষ্ঠান (যেমন পূজার সময় বিক্রীর পরিমাণ বৃদ্ধি)-এর ওপর নির্ভরশীল।

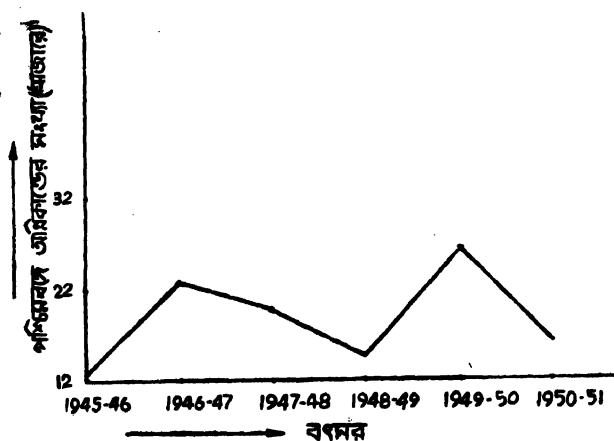
(iii) চক্রীল ভেদ (Cyclical Variation)

ঋতুজ ভেদের ক্ষেত্রে কালীন সারির লেখর উত্থানপতন এক বৎসরের মধ্যেই সীমাবদ্ধ থাকে। কিন্তু কোনো কোনো ক্ষেত্রে এক বৎসরের বেশী সময় পর পর কালীন সারির লেখর উত্থান-পতন হ'য়ে থাকে (চিত্র নং 6·3 দ্রষ্টব্য)। সাধারণতঃ এরকম উত্থান-পতন ঋতুজ ভেদের উত্থান-পতনের মতো নিয়মিতভাবে হয় না। যেমন, কোনো একবার লেখটির উত্থান বা পতন যদি তিন বৎসর পরে ঘটে তা হ'লে পরের বার এরকম উত্থান বা পতন যে আবার তিন বৎসর বাদেই হবে এমন কোনো কথা নেই।

চিত্র নং 6·3 : ক'লকাতার (আলিপুর) সর্ব্বনিম্ন বাৎসরিক তাপমাত্রার লেখ

পতন-উত্থান-পতন বা উত্থান-পতন-উত্থান—এরকম একটি পুরো সময়-কালকে চক্র (Cycle) ব'লে অভিহিত করা হ'য়ে থাকে। ব্যবসার ক্ষেত্রে বাজারে পর্যায়ক্রমে কিছুকাল পর পর তেজী (Boom বা Prosperity) এবং মন্দা (Depression)-ভাব দেখা যায়। অবশ্য কতদিন পর পর এরকম তেজী বা মন্দাভাব দেখা দেবে তার কোনো ঠিক নেই। এরকম ক্ষেত্রে একটি তেজী (বা মন্দা) ভাব থেকে আর একটি তেজী (বা মন্দা) ভাব পর্য্যন্ত সময়কে একটি চক্র (Cycle) বলা হ'য়ে থাকে। কালীন সারির এধরণের উত্থান-পতনকে চক্রীল ভেদ (Cyclical Variation) বলা হয়।

(iv) অনিয়মিত গতিধারা (Irregular Variation)

কালীন সারির অনিয়মিত গতিধারা দু ধরণের হ'তে পারে—(ক) ঘটনাজাত (Episodic) এবং (খ) আকস্মিক (Accidental)। কোনো

ঘটনা (বা দুর্ঘটনা) যেমন, দুর্ভিক্ষ, মহামারী, ভূমিকম্প, ধর্মঘট ইত্যাদি কালীন সারির গতিধারাকে বিশেষভাবে প্রভাবিত ক'রতে পারে। উদাহরণস্বরূপ, দুর্ভিক্ষ বা মহামারীর সময় দ্রব্যমূল্যের সূচক অস্বাভাবিক-ভাবে বৃদ্ধি পেতে পারে। এগুলি ঘটনাজাত অনিয়মিত গতিধারার উদাহরণ। অপরপক্ষে, আকস্মিক এবং আপাতঃদৃষ্টিতে কারণহীন-ভাবেও কালীন সারির পরিবর্তন লক্ষ্য করা যায়। এ ধরণের পরিবর্তন আকস্মিক অনিয়মিত গতিধারার অন্তর্গত (চিত্র নং 6·4 এর লেখ দ্রষ্টব্য)।

চিত্র নং 6·4 : পশ্চিমবঙ্গে বাৎসরিক অগ্নিকাণ্ডের সংখ্যা

6·3 কালীন সারিতে ব্যবহৃত প্রতীক

(i) যদি সময়বিন্দু "t"-তে কোনো একটি চল (Variable)-এর মান হয় y_t (যেমন, y_t, t সময়বিন্দুর সূচকসংখ্যা বা বৃষ্টিপাতের পরিমাণ হ'তে পারে) এবং $t=1, 2.....n$—অর্থাৎ t-র মান পর্যায়ক্রমে (Successively) 1, 2 থেকে n পর্যন্ত হয়—তা হ'লে উল্লিখিত সময়বিন্দুগুলিতে y-এর মানকে যথাক্রমে y_1, $y_2.....y_n$ দ্বারা চিহ্নিত করা হবে। "t" একটি নির্দিষ্ট সময়বিন্দু না হ'য়ে সময়ের অন্তর (Interval of Time)-ও হ'তে পারে—যেমন, 1 তারিখ থেকে 3 তারিখ, 4 তারিখ থেকে 6 তারিখ, 7 তারিখ থেকে 9 তারিখ ইত্যাদি। এরকম ক্ষেত্রে y_t কে অন্তরের মধ্যবর্তী সময়বিন্দুর মানের বিপরীত মান হিসেবে ধরা হয়। যেমন,

সময়ের অন্তর (Interval of Time) (1)	মধ্যবর্তী মান (2)	চল (Variable) -এর মান (3)
1—3 তারিখ	2 তারিখ	y_2
4—6 তারিখ	5 তারিখ	y_5
7—9 তারিখ	8 তারিখ	y_8

(iii) পূর্বে কালীন সারিকে যে চারটি ভাগে ভাগ করা হ'য়েছে তাদের সাধারণতঃ নিম্নলিখিত প্রতীকগুলির দ্বারা চিহ্নিত করা হয় :—

T_t="t" সময়বিন্দুতে কালীন সারির সুশাসিত গতিধারা (Secular Trend)।

S_t="t" সময়বিন্দুতে কালীন সারির ঋতুজ ভেদ (Seasonal Variation)।

C_t="t" সময়বিন্দুতে কালীন সারির চক্রীল ভেদ (Cyclical Variation)।

I_t="t" সময়বিন্দুতে কালীন সারির অনিয়মিত গতিধারা (Irregular Variation)।

বহুল প্রচলিত একটি প্রথা অনুযায়ী কালীন সারিকে উপরোক্ত চারটি অংশের গুণফল হিসেবে ধরা হয়। অর্থাৎ, Y_t যদি কালীন সারির চলের t সময়বিন্দুর মান হয়। তা হ'লে—

$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times I_t \qquad (6{\cdot}1)$$

অনেক সময় Y_tকে উপরোক্ত চারটি অংশের যোগফল হিসেবে ধরা হয়। অর্থাৎ,

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + I_t \qquad (6{\cdot}2)$$

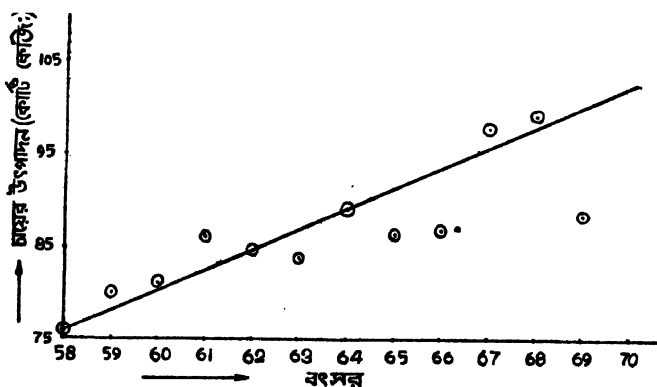
তবে এই শেষোক্ত সূত্রটি খুব কমই ব্যবহৃত হ'য়ে থাকে। (6·1)-এ উল্লিখিত সূত্রটিই অধিকাংশ ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হ'য়ে থাকে।

6·4 সুশাসিত গতিধারার পরিমাপ (Measurement of Secular Trend)

কোনো কালীন সারির সুশাসিত গতিধারার পরিমাপ ক'রতে হ'লে উক্ত সারির অন্য তিনটি অংশ যথা, ঋতুজ ভেদ, চক্রীল ভেদ এবং অনিয়মিত গতিধারার প্রভাবকে সারি থেকে অপনিত (Eliminate) ক'রতে হবে। আগেই বলা হ'য়েছে ঋতুজ ভেদের উদ্ভব এক বৎসর সময়কালের মধ্যে

হ'য়ে থাকে। এজন্য কোনো কালীন সারির এক বৎসরের সমষ্টি বা গড় নিলে ঐ সমষ্টি বা গড়সমূহ ঋতুজ ভেদের প্রভাবমুক্ত হবে। সুতরাং সুশাসিত গতিধারা পরিমাপ করার সময় সাধারণতঃ ঋতুজ ভেদের প্রভাব দূর করার জন্য কালীন সারির এক বৎসরের সমষ্টি বা গাণিতিক গড় নেওয়া হয়। এরকম সমষ্টি বা গাণিতিক গড় হ'তে চক্রীল ছন্দ এবং অনিয়মিত গতিধারার প্রভাব দূর ক'রতে পারলেই সুশাসিত গতিধারার পরিমাপ পাওয়া যায়। এ উদ্দেশ্যে সাধারণতঃ নিম্নোক্ত উপায়গুলি অবলম্বন করা হয় :—

(ক) খালি হাতে রেখা নিরূপণ পদ্ধতি (Method of Free-hand Curve Fitting)

এটি সুশাসিত গতিধারা নিরূপণের সবচাইতে সরল পদ্ধতি। এই পদ্ধতি অনুযায়ী প্রথমে লৈখিক কাগজ (Graph paper)-এ ঋতুজ ভেদযুক্ত বাৎসরিক কালীন সারিটির একটি লেখ (Graph) আঁকা হয়। তারপর এই লেখটির ভেতর দিয়ে খালি হাতে একটি মসৃণ রেখা (Smooth Curve) এমনভাবে আঁকা হ'য়ে থাকে যাতে এই রেখাটিকে ঐ লেখার সর্বাপেক্ষা ঘনিষ্ঠ আসন্ন মান (Closest Approximation) হিসেবে ধরা যেতে পারে। নীচে (6·5 নং চিত্রে) এই পদ্ধতিতে নির্ধারিত সুশাসিত গতিধারার উদাহরণ দেখান হ'লো।

চিত্র নং 6·5 : পশ্চিমবঙ্গে চায়ের উৎপাদন

এই পদ্ধতি অনুসরণের সুবিধা এবং অসুবিধা দুই-ই আছে। এর সবচাইতে বড় সুবিধা হ'লো এই যে এটি অত্যন্ত সরল পদ্ধতি। তা

ছাড়া সুশাসিত গতিধারা সরলরেখা বা বক্ররেখা যাই হোক্ না কেন, এই পদ্ধতির সাহায্যে তা অতি সহজেই দেখান যেতে পারে। অন্যদিকে এই পদ্ধতির সবচাইতে বড় ত্রুটি হ'লো এই যে এটি অত্যন্ত ব্যক্তি নির্ভর (Subjective)। অর্থাৎ যিনি নির্ধারক তার বিচার, বিবেচনা এবং মর্জির ওপর এই পদ্ধতিতে নির্ধারিত সুশাসিত গতিধারার লেখটি বহুলাংশে নির্ভরশীল।

(খ) চলমান গড় ব্যবহার পদ্ধতি (Method of Moving Average)

কোনো কালীন সারির তিন বৎসরের চলমান গড় নির্ণয় ক'রতে হ'লে সর্বপ্রথমে উপর্যুপরি (Successive) প্রথম তিন বৎসরের অবেক্ষিত মান (Observed Value)-এর গাণিতিক গড় নিতে হবে। তারপর প্রথম বৎসরের অবেক্ষিত মানটি বাদ দিয়ে পরবর্ত্তী তিন বৎসরের অবেক্ষিত মান-এর গাণিতিক গড় নিতে হবে। এরকমভাবে প্রত্যেকবার সারির প্রথম দিক থেকে একটি ক'রে মান বাদ দিয়ে এবং নীচের দিকে একটি ক'রে মান নিয়ে তিন বৎসরের গাণিতিক গড় নিতে নিতে অগ্রসর হ'তে হবে—যতক্ষণ পর্যন্ত না কালীন সারির শেষ অবেক্ষিত মানটিও চলমান গড়ের অন্তর্ভুক্ত হ'চ্ছে। যে কোনো তিন বৎসরের অবেক্ষিত মানের গাণিতিক গড় এই তিনটি বৎসরের মধ্যবর্ত্তী বৎসরের বিপরীতে দেখান হবে।

তিন বৎসরের জায়গায় পাঁচ বৎসরের, সাত বৎসরের বা $(2n+1)$ বৎসরের—অর্থাৎ যে কোনো বেজোড় সংখ্যক বৎসরের—চলমান গড় নিতে হ'লে ঠিক একই পদ্ধতি অনুসরণ ক'রতে হবে—শুধুমাত্র তিন বৎসরের জায়গায় পাঁচ, সাত বা $(2n+1)$ বৎসরের গাণিতিক গড় নিতে হবে। সব ক্ষেত্রেই মধ্যবর্ত্তী বৎসরের বিপরীতে চলমান গড়কে দেখান হবে। অর্থাৎ পাঁচ বৎসরের গড়কে তৃতীয় বৎসরের বিপরীতে, সাত বৎসরের গড়কে চতুর্থ বৎসরের বিপরীতে এবং $(2n+1)$ বৎসরের গড়কে $(n+1)$-তম বৎসরের বিপরীতে দেখাতে হবে।

জোড় সংখ্যক বৎসরের ক্ষেত্রেও নির্দিষ্ট বৎসরের চলমান গাণিতিক গড় নিতে হবে। যেমন, দুই, চার, ছয় বা $2n$ বৎসরের চলমান গড় নিতে হ'লে দুই, চার, ছয় বা $2n$ বৎসরের গাণিতিক গড় নিয়ে অগ্রসর হ'তে হবে। তবে এরকমভাবে নির্ধারিত চলমান গড়সমূহের প্রতি দুটিকে নিয়ে আবার দ্বিতীয় ক্ষেপে চলমান গড় নির্ণয় ক'রতে হবে। এই দ্বিতীয়

ক্ষেপে নির্ণীত চলমান গড় যে বৎসরের বিপরীতে অবস্থিত হবে তাকে সে বৎসরের প্রতিনিধিমূলক ব'লে ধরতে হবে।

যদি কোনো কালীন সারির চক্রীল ভেদ (Cyclical Variation)-এর প্রতিটি চক্র (Cycle)-এর পরিমাপ সমান হয়, তা হ'লে ঐ পরিমাপের সমান (বা তার গুণিতক) চলমান গড় নিলে কালীন সরিটি চক্রীল ভেদের প্রভাবমুক্ত হবে। যেমন, কোনো কালীন সারির চক্রীল ভেদের পরিমাপ যদি তিন বৎসর হয়, তা হ'লে ঐ সারির তিন বৎসরের চলমান গড় দ্বারা নির্ণীত সারিটি সম্পূর্ণরূপে চক্রীল ভেদের প্রভাবমুক্ত হবে। কিন্তু অধিকাংশ ক্ষেত্রেই চক্রীল ভেদের প্রতিটি চক্রের পরিমাপ সমান হয় না। এ সব ক্ষেত্রে চক্রগুলির গড় পরিমাপের (Average Period of the Cycles) সমান চলমান গড় নেওয়া বাঞ্ছনীয়। এরকম ক'রলে চলমান গড় দ্বারা উদ্ভূত সারিটি সম্পূর্ণরূপে না হ'লেও বহুলাংশে চক্রীল ভেদের প্রভাবমুক্ত হবে। অবশ্য চক্রগুলির গড় পরিমাপ নির্ণয় করা অনেক সময়ই দু:সাধ্য হ'য়ে পরে। এজন্য চলমান গড় ব্যবহার পদ্ধতির একটি প্রধান সমস্যা হ'লো গড় কত বৎসরের জন্য হবে তা স্থির করা।

খালি হাতে রেখা নিরূপন পদ্ধতির মত চলমান গড় ব্যবহার পদ্ধতিও বহুলাংশে একটি সরল পদ্ধতি। কিন্তু খালি হাতে রেখা নিরূপণ পদ্ধতির মত এই পদ্ধতিটি ব্যক্তিনির্ভর (Subjective) নয়। অর্থাৎ, এই পদ্ধতির দ্বারা নির্ণীত মানসমূহ ব্যবহারকারীর মর্জির ওপর নির্ভরশীল নয়। কিন্তু যেহেতু এই পদ্ধতিতে নির্ণীত সারিসমূহ বিশেষ কোনো সূত্র (Formula) অনুসরণ করে না সেজন্য এই পদ্ধতির ব্যবহারের দ্বারা কোনো পূর্বাভাষ (Forecast) দেওয়া সম্ভব নয়।

উদাহরণ 6·1 নীচের সারণীটিতে 1951 থেকে 1970 পর্যন্ত ভারতের আকরিক লোহার উৎপাদনের পরিমাণ দেখান হ'য়েছে। লক্ষ্য ক'রলে দেখা যাবে যে, যদিও এই কালীন সারিটির স্বল্প মেয়াদী উত্থান পতন আছে তা হ'লেও এর সুশাসিত গতিধারার উর্দ্ধমুখী গতি অত্যন্ত সুস্পষ্ট (6·6 নং চিত্রে প্রদর্শিত লেখটি দ্রষ্টব্য)। স্বল্পমেয়াদী উত্থান-পতনের প্রভাব দূর ক'রে সুশাসিত গতিধারাকে সুস্পষ্টভাবে প্রকাশ করার জন্য 5 বৎসরের চলমান গড় নেওয়া যেতে পারে। নীচের সারণীতে এরকম গড় নেওয়া হ'য়েছে। 6·6 নং চিত্রে কালীন সারির লেখ (বিন্দু কেন্দ্রিক বৃত্ত দ্বারা নির্দিষ্ট) এবং চলমান গড়ের লেখ (টানা রেখার দ্বারা নির্দিষ্ট) পাশাপাশি দেখান হ'য়েছে। লক্ষ্য ক'রলে দেখা যাবে যে

চলমান গড়ের লেখটি অনিয়মিত উত্থান-পতন থেকে বহুলাংশে মুক্ত। অর্থাৎ এক্ষেত্রে চলমান গড় সুশাসিত গতিধারাকে অনেকটা সুস্পষ্ট-ভাবে প্রকাশিত ক'রেছে।

সারণী 6·1

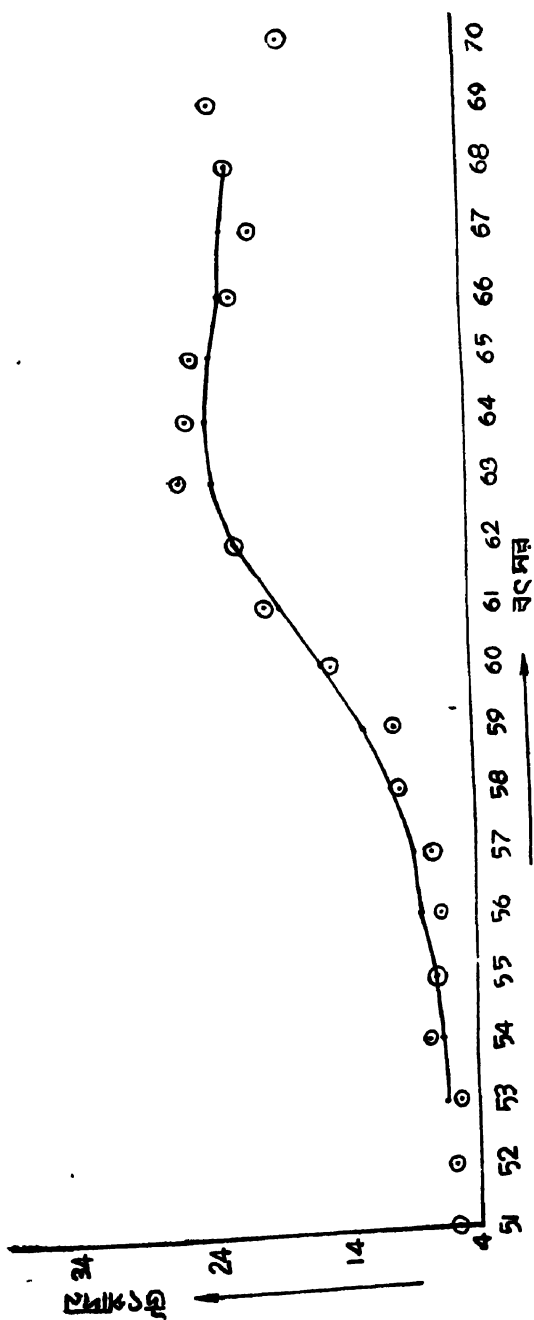
পশ্চিমবঙ্গে আকরিক লোহা উৎপাদনের পরিমাণ হাজার টন (Tonne)-এর এককে।

বৎসর	আকরিক লোহার উৎপাদন	5–বৎসরের চলমান সমষ্টি (5-year moving total)	5 বৎসরের চলমান গড় (5-year moving average)
1951	675·8		
1952	635·5		
1953	572·3	3332·4	666·5
1954	750·1	3363·8	672·8
1955	698·7	3457·8	691·6
1956	707·2	3815·9	763·2
1957	729·5	4105·4	821·1
1958	930·4	4879·2	975·8
1959	1039·6	6082·0	1216·4
1960	1472·5	7494·4	1498·9
1961	1910·0	9066·3	1813·3

বৎসর	আকরিক লোহার উৎপাদন	5-বৎসরের চলমাম সমষ্টি (5-year moving total)	5-বৎসরেব চলমান গড় (5-year moving average)
1962	2141·9	10523·1	2104·6
1963	2502·3	11442·4	2288·5
1964	2496.4	11697·4	2339·5
1965	2391·8	11500·0	2300·0
1966	2165·0	11152·8	2230·6
1967	1944·5	10930·9	2186·2
1968	2155·1	10302·9	2060·6
1969	2274·5		
1970	1763·8		

ওপরের উদাহরণে কালীন সারির উত্থান-পতনের চক্রের গড় দৈর্ঘ্য ধরা হ'য়েছে 5 বৎসর। এজন্য এই চক্রের প্রভাব দূর করার উদ্দেশ্যে 5 বৎসরের চলমান গড় নেওয়া হ'য়েছে।

(গ) গাণিতিক রেখা নিরূপণ পদ্ধতি (Method of Mathematical Curves)

সুশাসিত গতিধারা নির্ণয়ের জন্য গাণিতিক রেখা নিরূপণ পদ্ধতির (Method of Mathematical Curves) ব্যাপক ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। এই পদ্ধতির সর্বপ্রধান সুবিধা হ'লো এই যে এটি সম্পূর্ণরূপে বিষয়নির্ভর (Objective), ব্যবহারকারীর মর্জির ওপর কোনোক্রমেই

চিত্র নং 6·6 : চলমান গড় পদ্ধতিতে নির্ণীত আকরিক লোহা উৎপাদনের সুশাসিত গতিধারা
(সারণী—6·1 দ্রষ্টব্য)

নির্ভরশীল নয়। এই পদ্ধতির আর একটি মস্ত সুবিধা এই যে এর ব্যবহারের দ্বারা ভবিষ্যতের সুশাসিত গতিধারার পূর্বাভাষ (Forecasting Future Secular Trend) দেওয়া সম্ভব।

গাণিতিক রেখা নিরূপণের জন্য সর্বপ্রথমে নির্ণেয় সুশাসিত গতিধারাকে কি ধরণের গাণিতিক রেখা (Mathematical Curve)-র দ্বারা চিহ্নিত করা যেতে পারে তা স্থির ক'রতে হবে। এ উদ্দেশ্যে প্রদত্ত কালীন সারির লেখটি কিংবা কালীন সারির মানগুলির লগারিদ্ম্-এর লেখটি খালি চোখে পরীক্ষা ক'রে দেখা হয়। এরকম পরীক্ষার পর খালি হাতে রেখা নিরূপণ পদ্ধতির সাহায্যে সুশাসিত গতিধারার রেখাটির রূপ সম্বন্ধে একটি মোটামুটি ধারণা করা হ'য়ে থাকে। এর দ্বারা কি ধরণের গাণিতিক রেখার ব্যবহার সবচাইতে সুবিধাজনক হবে তা স্থির করা যায়। অধিকাংশ ক্ষেত্রে এই গাণিতিক রেখার রূপ একটা সুবিধাজনক ঘাতজ অপেক্ষক (Polynomial of suitable degree) হয়।

গাণিতিক রেখাটির রূপ স্থির করার পর কোনো একটি নির্দিষ্ট রেখা নিরূপণ পদ্ধতি অনুসরণ ক'রে এর ধ্রুবকসমূহ (Parameters বা Constants) প্রাক্কলন (Estimation) করা হ'য়ে থাকে। ধ্রুবক প্রাক্কলনের সবচাইতে প্রচলিত পদ্ধতি হ'লো লঘিষ্ঠ বর্গ সমষ্টি পদ্ধতি (Method of Least Squares)। তা ছাড়া গোষ্ঠী গড় পদ্ধতি (Group Average Method)-ও কোনো কোনো জায়গায় ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। নীচে এই পদ্ধতিগুলি বর্ণনা করা হ'লো :—

(i) লঘিষ্ঠ বর্গসমষ্টি পদ্ধতি (Method of Least Squares)

ধরা যাক্ সুশাসিত গতিধারা নির্দেশক গাণিতিক রেখাটি একটি r-ঘাতজ অপেক্ষক। অর্থাৎ, যদি সুশাসিত গতিধারাকে Y_t-র দ্বারা চিহ্নিত করা হয় এবং এটির (অর্থাৎ সময়বিন্দুসমূহের) অপেক্ষক (Function) হয় তা হ'লে :—

$$Y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots\ldots + a_r t^r \qquad (6{\cdot}3)$$

এই সমীকরণে a_0, $a_1 \ldots a_r$-এই ($r+1$)টি অজানা ধ্রুবক (Unknown Constants) আছে। লঘিষ্ঠ বর্গসমষ্টি পদ্ধতি (Method of Least Squares) অনুযায়ী এই ধ্রুবকগুলির প্রাক্কলীন মান (Estimate) নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত মৌল সমীকরণ (Normal Equations) সমূহের সমাধান ক'রতে হবে :—

$$\Sigma\ Y_t = na_0 + a_1\Sigma t + a_2\Sigma t^2 + \ldots + a_r\overset{n}{\Sigma} t^r$$

$$\Sigma Y_t t = a_0\overset{n}{\Sigma} t + a_1\overset{n}{\Sigma} t^2 + a_2\overset{n}{\Sigma} t^3 + \ldots + a_r\overset{n}{\Sigma} t^{r+1}$$

$$\Sigma Y_t t^2 = a_0\overset{n}{\Sigma} t^2 + a_1\overset{n}{\Sigma} t^3 + a_2\overset{n}{\Sigma} t^4 + \ldots + a_r\overset{n}{\Sigma} t^{r+2}$$

$$\Sigma Y_t t^r = a_0\Sigma t^r + a_1\Sigma t^{r+1} + a_2\Sigma t^{r+2} + \ldots + a_r\Sigma t^{2r}$$

(এখানে কালীন সারিটিতে মোট n-টি সময়বিন্দু ধরা হ'য়েছে) (6·4)

যখন সুশাসিত গতিধারাকে একটি সরলরেখার দ্বারা প্রকাশ করা যায় তখন স্পষ্টতঃই

$$Y_t = a_0 + a_1 t \qquad (6·5)$$

এক্ষেত্রে, a_0 ও a_1, এই ধ্রুবক দুটির প্রাক্‌কলন (Estimation)-এর জন্য (6·4) অনুসরণ ক'রে নিম্নলিখিত মৌল সমীকরণ দুটি পাই :—

$$\Sigma Y_t = n\ a_0 + a_1\Sigma t$$

$$\Sigma Y_t t = a_0\Sigma t + a_1\Sigma t^2 \qquad (6·6)$$

অনুরূপভাবে সুশাসিত গতিধারাকে দ্বিঘাত অপেক্ষক (2nd degree Polynomial) দ্বারা প্রকাশ ক'রলে :—

$$Y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \qquad (6·7)$$

a_0, a_1 ও a_2 র প্রাক্‌কলনী মান (Estimated Value) নিম্নলিখিত মৌল সমীকরণগুলি থেকে পাওয়া যাবে—

$$\Sigma Y_t = na_0 + a_1\Sigma t + a_2\Sigma t^2$$

$$\Sigma Y_t t = a_0\Sigma t + a_1\Sigma t^2 + a_2\Sigma t^3$$

$$\Sigma Y_t t^2 = a_0\Sigma t^2 + a_1\Sigma t^3 + a_2\Sigma t^4 \qquad (6·8)$$

সাধারণতঃ বিভিন্ন সময়বিন্দুগুলি পরস্পর সমান দূরত্বের হয়। ওপরের সমীকরণগুলির সমাধানের জন্য কতগুলি সরলীকরণ পদ্ধতি প্রচলিত আছে। নীচের উদাহরণগুলিতে এই পদ্ধতিগুলির ব্যবহার দেখান হ'লো।

উদাহরণ 6·2 সারণী নং 6·2 এর প্রথম দুটো স্তম্ভে 1964–65 থেকে 1970–71 সাল পর্যন্ত পশ্চিমবঙ্গে চালের উৎপাদনের পরিমাণ

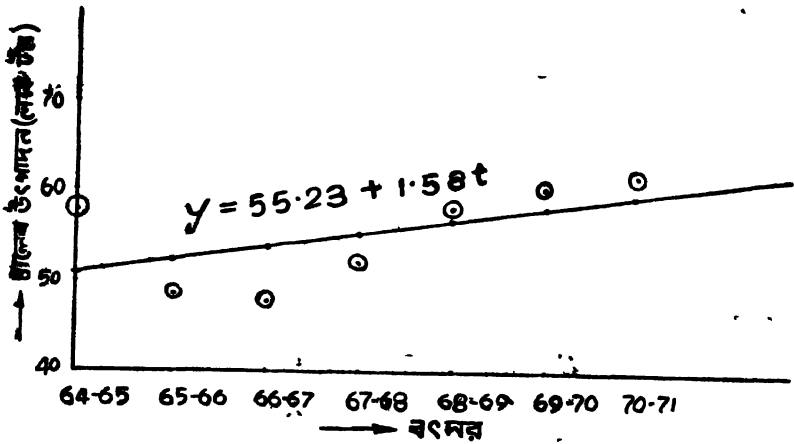
দেখান হ'য়েছে। এই কালীন সারিটির লেখ পরীক্ষা ক'রে দেখা যায় যে এক্ষেত্রে সুশাসিত গতিধারা একটি সরল রেখার দ্বারা প্রকাশ করা যেতে পারে।

সারণী 6·2

পশ্চিমবঙ্গে চালের উৎপাদন, 1964–71

বৎসর (t)	চালের উৎপাদন —লক্ষ টনে (y)	t	t^2	ty
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1964-65	57·61	−3	9	−172·83
1965-66	48·93	−2	4	−97·86
1966-67	48·24	−1	1	−48·24
1967-68	52·08	0	0	0
1968-69	57·80	+1	1	57·80
1969-70	60·55	+2	4	121·10
1970-71	61·40	+3	9	184·20
মোট	386·61	0	28	44·17

এ উদ্দেশ্যে লঘিষ্ঠ বর্গসমষ্টি পদ্ধতির সহায়তায় নিম্নলিখিত সরল রেখার সমীকরণের ধ্রুবকের প্রাক্‌কলন ক'রতে হবে :—

$$y = a_0 + a_1 t$$

চিত্র নং—6·7 : সরলরেখা নিরূপণ পদ্ধতির সাহায্যে সুশাসিত গতিধারা নির্ধারণ (উদাহরণ 6·2 দ্রষ্টব্য)

এখানে a_0, a_1 এই দুটি ধ্রুবকের প্রাক্কলনের জন্য নিম্নলিখিত মৌল সমীকরণ দুটো ব্যবহার করা হ'য়েছে :—

$$\Sigma y = na_0 + a_1 \Sigma t$$
$$\Sigma ty = a_0 \Sigma t + a_1 \Sigma t^2$$

এখানে t সময়বিন্দুর মূলবিন্দু (Origin) 1967–68-র (অর্থাৎ মধ্যবর্তী বৎসরের) বিপরীতে নেওয়া হ'য়েছে (সারণী 6·2 এর (3) নং স্তম্ভ দ্রষ্টব্য)। ফলে এখানে $\Sigma t = 0$। সুতরাং এক্ষেত্রে উল্লিখিত সমীকরণ দুটির সরলীকৃত রূপ হবে : —

$$\Sigma y = na_0$$
$$\Sigma ty = a_1 \Sigma t^2$$

এখানে, $n = 7$, $\Sigma y = 386{\cdot}61$

$\Sigma t^2 = 28$ এবং $\Sigma ty = 44{\cdot}17$

সুতরাং, $7a_0 = 386{\cdot}61$

অর্থাৎ, $a_0 = 55{\cdot}23$ এবং $a_1 = 1{\cdot}58$

সুতরাং, সুশাসিত গতিধারা নির্ণায়ক সরলরেখাটি :—

$$y = 55{\cdot}23 + 1{\cdot}58\, t$$

উদাহরণ 6·3 সারণী নং—6·3 এর প্রথম এবং দ্বিতীয় স্তম্ভে পশ্চিমবঙ্গে 1964–65 থেকে 1970–71 পর্যন্ত পাট উৎপাদনের পরিমাণ

দেখান হ'য়েছে। এই কালীন সারির লেখ বিশ্লেষণ ক'রে দেখা গেছে যে এর সুশাসিত গতিধারা একটি দ্বিঘাত অপেক্ষক (2nd degree polynomial) দ্বারা প্রকাশ করা যেতে পারে। অর্থাৎ একে নিম্নলিখিত অপেক্ষকটির দ্বারা প্রকাশ করা যেতে পারে—

$$y=a_0+a_1t+a_2t^2$$

a_0, a_1 ও a_2—এই তিনটি ধ্রুবকের প্রাক্কলনের জন্য লঘিষ্ঠ বর্গসমষ্টি পদ্ধতি অবলম্বন ক'রে নিম্নলিখিত সমীকরণ তিনটির সরলীকরণ ক'রতে হবে—

$$\Sigma y=na_0+a_1\Sigma t+a_2\Sigma t^2$$
$$\Sigma ty=a_0\Sigma t+a_1\Sigma t^2+a_2\Sigma t^3$$
$$\Sigma t^2y=a_0\Sigma t^2+a_1\Sigma t^3+a_2\Sigma t^4$$

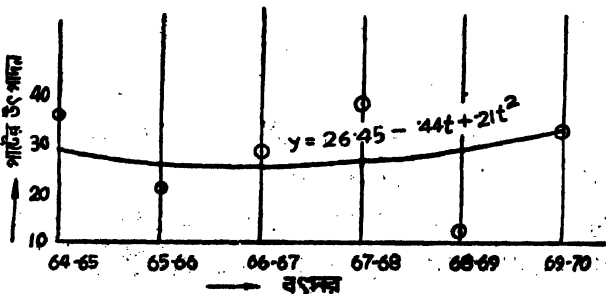
এই উদাহরণে জোড় সংখ্যক বৎসর (মোট বৎসরের সংখ্যা 6) থাকায় t-এর মূলবিন্দু (origin) 1966-67 এবং 1966-68র মধ্যবর্তী সময় বিন্দুতে নেওয়া হয়েছে। ফলে এখানেও $\Sigma t=0$ এবং $\Sigma t^3=0$ এবং নির্ণেয় সমীকরণগুলি নিম্নরূপ হবে—

$$173{\cdot}4=6a_0+70a_2$$
$$-30{\cdot}6=70a_1$$
$$2148{\cdot}6=70a_0+1414a_2$$

এগুলির সমাধান ক'রে :—

$$a_0=26{\cdot}45,\ a_1=-{\cdot}44 \text{ এবং } a_2={\cdot}21$$

সুতরাং সুশাসিত গতিধারা নির্ণায়ক সরলরেখাটি নিম্নরূপ হবে :—

$$Y=26{\cdot}45-{\cdot}44t+{\cdot}21t^2$$

চিত্র নং 6.8 : দ্বিঘাত অপেক্ষক নিরূপণ পদ্ধতির সাহায্যে সুশাসিত গতিধারা নির্ধারণ

সারণী 6·3

পশ্চিমবঙ্গে পাটের উৎপাদন—1964–70

বৎসর	পাটের উৎপাদন (180 কেজির লক্ষ গাঁট-এর হিসাবে)	t	t^2	t^3	t^4	ty	t^2y
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1964-65	36·5	−5	25	−125	625	−182·5	912·5
1965-66	22·4	−3	9	−27	81	−67·2	201·6
1966-67	28·8	−1	1	−1	1	28·8	28·8
1967-68	38·5	1	1	1	1	38·5	38·5
1968-69	13·3	3	9	27	81	39·9	119·7
1969-70	33·9	5	25	125	625	169·5	847·5
	$\Sigma y=173·4$	$\Sigma t=0$	$\Sigma t^2=70$	$\Sigma t^3=0$	$\Sigma t^4=1414$	$\Sigma ty=-30·6$	$\Sigma t^2y=2148·6$

(ii) গোষ্ঠী গড় পদ্ধতি (Group Average Method)

ঘাতজ অপেক্ষক (Polynomial) এর ধ্রুবক সমূহের প্রাক্কলনের জন্য প্রধানতঃ লঘিষ্ঠ বর্গসমষ্টি পদ্ধতি ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। কিন্তু অনেক সময় সুশাসিত গতিধারাকে এমন বিশেষ ধরণের অপেক্ষকের দ্বারা চিহ্নিত করা হ'য়ে থাকে যার ধ্রুবক সমূহের প্রাক্কলনের জন্য লঘিষ্ট বর্গসমষ্টি পদ্ধতির ব্যবহার সুবিধাজনক নয়। এরকম ক্ষেত্রে কোনো

কোনো সময় গোষ্ঠি গড় পদ্ধতি ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। যেমন, নীচের উদাহরণটির কথা ধরা যাক্,

$$y_t = a.b^{c^t} \tag{6.9}$$

অর্থাৎ, $\log y_t = \log a + (\log b)c^t$ (6.10)

ধরা যাক. $\log y_t = y'_t$, $\log a = a'$

$\log b = b'$

সুতরাং (6·10) হবে,

$$y_t' = a' + b'c^t \tag{6.11}$$

এখানে তিনটি ধ্রুবক a', b' এবং c-র প্রাক্‌কলন ক'রতে হবে। এ উদ্দেশ্যে নির্দিষ্ট কালীন সারিটির মোট সময়ের প্রসার (Range of time covered by the time series) কে তিনটি সমানভাগে ভাগ করা হ'য়ে থাকে। ধরা যাক্, প্রতিটি ভাগে m-টি সময়বিন্দু আছে। তা হ'লে y'_tর যোগফলকে নিম্নলিখিত তিনটি ভাগে প্রকাশ করা যেতে পারে :—

$$S_1' = \sum_{t=1}^{m} y_t' \ ; \quad S_2' = \sum_{t=m+1}^{2m} y_t' \ ; \quad S_3' = \sum_{t=2m+1}^{3m} y_t'$$

সুতরাং (6.11) অনুযায়ী :—

$$S_1' = \sum_{t=1} (a' + b'.c^t) = ma' + b' \sum_{t=1}^{m} c^t$$

$$= ma' + b' \left(c.\frac{1-c^m}{1-c} \right)$$

$$= ma' + b'c.\frac{1-c^n}{1-c}$$

ঠিক অনুরূপ ভাবে,

$$S_2' = \sum_{t=m+1}^{2m} (a' + b'c^t)$$

$$= ma' + b'c^{m+1}\frac{1-c^m}{1-c}$$

এবং
$$S_3'=\sum_{t=2m+1}^{3m}(a'+b'c^t)$$

$$=ma'+b'c^{2m+1}\frac{1-c^m}{1-c}$$

ওপরের সমীকরণ তিনটি সমাধান ক'রে আমরা পাই :—

$$a'=\frac{1}{m}\times\frac{S_1'S_3'-S_2'^2}{S_1'-2S_2'+S_3'}$$

$$b'=\frac{(S_1'-S_2')(1-c)}{c(1-c^m)^2}$$

এবং
$$c=\left(\frac{S_2'-S_3'}{S_1'-S_2'}\right)^{\frac{1}{m}} \qquad (6.12)$$

a', b', এর মান নির্ণয় ক'রে তার থেকে a ও bর মান নির্ণয় করা যাবে।

(6.9)এ উল্লিখিত রেখাটিকে গম্‌পার্‌ত্‌জ্‌ রেখা (Gompertz Curve) বলা হয়। ফলিত রাশিবিজ্ঞান (Applied Statistics) এর বিভিন্ন ক্ষেত্রে (বিশেষতঃ জনসংখ্যা এবং স্বাস্থ্যসংক্রান্ত রাশিবিজ্ঞানে) এই রেখার ব্যাপক ব্যবহার আছে।

গম্‌পার্‌ত্‌জ্‌ রেখার মতো লজিষ্টিক রেখা (Logistic Curve) নামে আর একটি রেখার ব্যবহারও রাশিবিজ্ঞানের উপরোক্ত শাখাগুলিতে ব্যাপকভাবে করা হয়। এর রূপ এরকম :—

$$y_t=\frac{k}{1+e^{a_0+a_1t}} \qquad (6.13)$$

$$\therefore\ \frac{1}{y_t}=\frac{1}{k}+\left(\frac{e^{a_0}}{k}\right)\left(e^{a_1}\right)^t$$

অর্থাৎ,
$$y'_t=a'+b'c'^t$$

যেখানে,
$$y_t'=\frac{1}{y_t} \qquad a'=\frac{1}{k}$$

$$b'=\left(\frac{e^{a_0}}{k}\right),\ c'=e^{a_1}$$

সুতরাং, উপরোক্ত রেখার অন্তর্ভুক্ত ধ্রুবক সমূহের প্রাক্‌কলনও গোষ্ঠীগড় পদ্ধতি অনুযায়ী করা যেতে পারে।

অনেক সময় কালীন সারির সুশাসিত গতিধারা সম্বন্ধে খুব দ্রুত একটা মোটামুটি ধারণা করার জন্য ঐ সারির মোট সময়কে দুটো সমানভাগে ভাগ করা হয়। তারপর প্রতিটি ভাগের গাণিতিক গড় নির্ণয় করা হয়। অর্থাৎ দুটি ভাগের জন্য দুটি গড় পাওয়া যায়। এরপর প্রতিটি ভাগের মধ্যবর্ত্তী সময়ের বিপরীতে সেই ভাগের গড়কে একটি লৈখিক কাগজে (Graph paper)-এ প্লট (Plot) করা হয়। এরকমভাবে লৈখিক কাগজে কালীন সারির দুটি ভাগে জন্য দুটি প্লট করা বিন্দু পাওয়া যায়। এই বিন্দু দুটিকে একটি সরলরেখার দ্বারা যুক্ত ক'রলে ঐ সরলরেখাটি নির্দ্দিষ্ট কালীন সারির সুশাসিত গতিধারা সম্পর্কে একটি মোটামুটি ধারণা দেয়।

6.5 ঋতুজ ভেদের পরিমাপ (Measurement of Seasonal Fluctuations)

সুশাসিত গতিধারার মত ঋতুজ ভেদের পরিমাপ করার প্রয়োজনীয়তাও অনেক সময় বিশেষভাবে অনুভূত হয়। যেমন, পণ্যদ্রব্যাদি বিক্রীর জন্য বৎসরের বিভিন্ন ঋতুতে পণ্যের কিরকম চাহিদা হয় তা বিক্রেতার বিশেষভাবে জানা দরকার। কারণ চাহিদা অনুযায়ী জোগান স্থির ক'রতে হবে। এ উদ্দেশ্যে বিভিন্ন বিক্রীত পণ্যের পরিমাণের ঋতুজ ভেদের পরিমাপ করা প্রয়োজন।

আগেই বলা হ'য়েছে যে এক বৎসরের কম সময়ের কালীন সারির উত্থান পতন ঋতুজ ভেদের দ্বারা নির্দ্দেশিত হ'য়ে থাকে। এরকম সময়ের ব্যাপ্তি একটি ঋতু, একটি মাস, একটি সপ্তাহ বা একটি দিন হ'তে পারে। তবে সাধারণতঃ মাস বা ঋতুর প্রচলনই বেশী। এজন্য বর্ত্তমান আলোচনায় মাস বা ঋতুর উদাহরণ দেওয়া হবে। কিন্তু এসব উদাহরণের সাহায্যে প্রদর্শিত পদ্ধতিগুলি সাপ্তাহিক দৈনিক বা অন্য যে কোনো প্রকার ঋতুজ ভেদের জন্য সমভাবে প্রযোজ্য।

6·3 তে দেখান হ'য়েছে যে বহুল প্রচলিত প্রথা অনুযায়ী কালীন সারিকে নিম্নলিখিত রূপে প্রকাশ করা যেতে পারে :—

$$y_t = T \times S \times C \times I$$

(প্রতীকগুলির অর্থ 6·3 তে ব্যাখ্যা করা হ'য়েছে)

ধরা যাক্, $y'_t = T \times C \times I$

তা হলে, স্পষ্টতঃই :—

$$\frac{y_t}{y'_t} = \frac{T \times S \times C \times I}{T \times C \times I} = S$$

অর্থাৎ y_t কে y'_t দ্বারা ভাগ ক'রলে ঋতুজ ভেদের পরিমাপ পাওয়া যাবে। বাস্তবক্ষেত্রে, সুশাসিত গতিধারা (T), চক্রীল ভেদ (C) এবং অনিয়মিত গতিধারা (I)র গুণফল হিসাবে y'_t'র যথাযথ মান নির্ণয় করা সাধারণতঃ সম্ভব হয় না। তবে অনেকটা কাছাকাছি মূল্যায়ণের প্রচেষ্টা করা হ'য়ে থাকে। নীচে বর্ণিত পদ্ধতিগুলির সবকটিই কোনো না কোনোভাবে উপরোক্ত তাত্ত্বিক বিচারপদ্ধতি থেকে উদ্ভূত।

(ক) মাসিক বা ত্রৈমাসিক গড় পদ্ধতি (Method of Monthly or Quarterly Average)

এটি হ'লো ঋতুজ ভেদ নির্ণয়ের সবচাইতে সরল পদ্ধতি। এই পদ্ধতি অনুসরণকালে ধ'রে নেওয়া হয় যে নির্দ্দিষ্ট কালীন সারিটি সুশাসিত গতিধারা এবং চক্রীল ভেদের প্রভাবমুক্ত। অর্থাৎ সারিটি কেবলমাত্র ঋতুজ ভেদ এবং অনিয়মিত গতিধারার দ্বারা প্রভাবিত। অনিয়মিত গতিধারার প্রভাব দূর করার জন্য সারিটির মাসিক (বা ত্রৈমাসিক) মানগুলির গড় নেওয়া হ'য়ে থাকে। স্পষ্টতঃই এই পদ্ধতিটি অধিকাংশ ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য নয়। কারণ এমন কালীন সারি খুব কমই পাওয়া যায় যা সুশাসিত গতিধারা এবং চক্রীল ভেদের প্রভাবমুক্ত।

(খ) চলমান গড় দ্বারা ভাগ করণ পদ্ধতি (Ratio to Moving Average Method)

এ পদ্ধতি অনুযায়ী নির্দ্দিষ্ট কালীন সারির মাসিক (বা ত্রৈমাসিক) মানগুলির বারমাসের চলমান গড় নেওয়া হ'য়ে থাকে। আগেই বলা হ'য়েছে এ রকম ক'রলে কালীন সারিটি ঋতুজ ভেদের প্রভাবমুক্ত হবে। গড় নেওয়ার ফলে অনিয়মিত গতিধারার প্রভাবও বহুলাংশে দূরীভূত হয়। যদি অনিয়মিত গতিধারা Iকে নিম্নোক্তরূপে প্রকাশ করা যায় :—

$$I = I' \times I''$$

যেখানে, I' = বার মাসের চলমান গড় নেওয়ার ফলে দূরীভূত I এর অংশ।

এবং I'' = বার মাসের চলমান গড় নেওয়ার পরও I-এর যে অংশ দূরীভূত হয়নি।

তাহ'লে,

$$y = T \times S \times C \times I$$
$$= T \times S \times C \times I' \times I''$$

বার মাসের চলমান গড় নেওয়ার ফলে y-র $S \times I'$ অংশ দুরীভূত হয় এবং $T \times C \times I''$ অংশ থাকে। চলমান গড়ের এই অংশ (অর্থাৎ $T \times C \times I''$) দ্বারা কালীন সারির মূল মানকে (অর্থাৎ $y = T \times S \times C \times I = T \times S \times C \times I' \times I''$) ভাগ ক'রলে আমরা পাই :—

$$\frac{y}{T \times C \times I''} = \frac{T \times S \times C \times I' \times I''}{T \times C \times I''} = S \times I'$$

অর্থাৎ, উপরোক্ত পদ্ধতি অবলম্বন ক'রলে কালীন সারি থেকে অনিয়মিত গতিধারার একাংশ সহ ঋতুজ ভেদকে নির্ণয় করা সম্ভব। তবে যেহেতু বার মাসের চলমান গড় নেওয়া হ'য়ে থাকে সেজন্য প্রথম ছয় মাসের এবং শেষের ছয় মাসের মানগুলি পাওয়া যায় না। কালীন সারির বাকী প্রতিটি মানকে এর বিপরীতস্থ বার মাসের চলমান গড়ের মান দিয়ে ভাগ ক'রে নির্দেয় $S \times I'$-র মান নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে। এরপর I-এর প্রভাব দূর করার জন্য $S \times I'$-এর মাসিক মানগুলির কয়েক বৎসরের গড় নেওয়া হ'য়ে থাকে (নীচের উদাহরণ দ্রষ্টব্য)। যদি অনিয়মিত গতিধারার প্রভাব সামান্য হয় তা হ'লে এরকম ক্ষেত্রে গাণিতিক গড় নিলেই চলে। কিন্তু মাসিক মানগুলির কয়েকটি যদি অস্বাভাবিক রকম বেশী বা কম হয় তাহলে মধ্যমা (Median)র ব্যবহার বাঞ্ছনীয় কিংবা অস্বাভাবিক মাসগুলি বাদ দিয়ে গাণিতিক গড় নেওয়া যেতে পারে। তুলনার সুবিধার জন্যে ঋতুজ ভেদের সূচকের গড় 100 ধরা হয়। সুতরাং বাৎসরিক হিসাবে, এই গড়সমূহের যোগফল মাসিক কালীন সারির ক্ষেত্রে 1200 এবং ত্রৈমাসিক কালীন সারির ক্ষেত্রে 400 হওয়া উচিত (নীচের উদাহরণ দ্রষ্টব্য)। কিন্তু বাস্তবক্ষেত্রে অনেক সময় এই যোগফল 1200 বা 400 হয় না। এরকম অবস্থায় একটি শুদ্ধি গুণনীয়ক (Correction Factor)-এর ব্যবহার করা দরকার হ'য়ে পরে। এই গুণনীয়কটির মান 1200÷ (গড় সমূহের যোগফল) বা 400÷ (গড় সমূহের যোগফল) হয়।

উদাহরণ 6.4 নীচের উদাহরণে ক'লকাতার (101 টাকা—200 টাকা) ব্যয়স্তরের পরিবার সমূহের জীবনযাত্রার ব্যয়নির্ব্বাহক ত্রৈমাসিক (Quarterly) সূচকসমূহ দেখান হ'য়েছে। চলমান গড় দ্বারা ভাগকরণ পদ্ধতি (Ratio to Moving Average Method)র সাহায্যে এদের ঋতুজ ভেদের সূচক (Seasonal Index) নির্ণয় কর।

সারণী 6.4

ক'লকাতার (101 টাকা – 200 টাকা) ব্যয়স্তরের পরিবারসমূহের জীবনযাত্রার ব্যয়নির্ব্বাহক ত্রৈমাসিক সূচকসংখ্যা সমূহ।

বৎসর	(101 টা—200টা) ব্যয়স্তরের পরিবার সমূহের জীবিকা নির্ব্বাহণ ব্যয়ের সূচক (নভেম্বর 1950=100)	4—বিন্দুর চলমান সমষ্টি (4—Point Moving Total)	(3) নং স্তম্ভের 2—বিন্দুর চলমান সমষ্টি [(2—Point Moving total of Col (3)]	কেন্দ্রীভূত 4—বিন্দুর চলমান গড় (Centred 4-Point Moving Average)	চলমান গড়ের অনুপাত =100 × স্তম্ভ (2) / স্তম্ভ (5)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1966 : প্রথম চতুর্থাংশ (1st Quarter)	148·6				
দ্বিতীয় চতুর্থাংশ (2nd Quarter)	155·2	628·7	1274·2	159·3	102·[illegible]
তৃতীয় চতুর্থাংশ (3rd Quarter)	162·5	645·5	1305·0	163·1	99·[illegible]
চতুর্থ চতুর্থাংশ (4th Quarter)	162·4	659·5	1330·9	166·4	99·[illegible]
1967 : প্রথম চতুর্থাংশ (1st Quarter)	165·4	671·4	1363·9	170·5	99·24
দ্বিতীয় চতুর্থাংশ (2nd Quarter)	169·2	692·5	1401·7	175·2	99·54
ততীয় চতুর্থাংশ (3rd Quarter)	174·4	709·2	1431·6	179·0	102·51
চতুর্থ চতুর্থাংশ (4th Quarter	183·5	722·4	1455·2	181·9	100·11

সারণী 6.4
(পূর্ব পৃষ্ঠার পর)

বৎসর	(101টা—200টা) ব্যয়স্তরের পরিবার সমূহের জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক (নভেম্বর 1950—100)	4—বিন্দুর চলমান সমষ্টি (4—Point Moving Total)	(3) নং স্তম্ভের 2—বিন্দুর চলমান সমষ্টি [2—Point Moving Total of Col (3)]	কেন্দ্রীভূত 4—বিন্দুর চলমান গড় (Centred 4-Point Moving Average)	চলমান গড়ের অনুপাত $=100 \times \frac{\text{স্তম্ভ (2)}}{\text{স্তম্ভ (5)}}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1968 : প্রথম চতুর্থাংশ (1st Quarter)	182·1	732·8	1469·5	183·7	99·29
দ্বিতীয় চতুর্থাংশ (2nd Quarter)	182·4	736·7	1472·5	184·0	100·43
তৃতীয় চতুর্থাংশ (3rd Quarter)	184·8	735·6	1471·7	184·0	101·85
চতুর্থ চতুর্থাংশ (4th Quarter)	187·4	736·1	1474·9	184·4	98·16
1969 : প্রথম চতুর্থাংশ (1st Quarter)	181·0	738·8	1484·4	185·6	98·55
দ্বিতীয় চতুর্থাংশ (2nd Quarter)	182·9	745·6			
তৃতীয় চতুর্থাংশ (3rd Quarter)	187·5				
চতুর্থ চতুর্থাংশ (4th Quarter)	194·2				

এখানে প্রত্যেক বৎসরকে চারটি চতুর্থাংশে (এক একটি চতুর্থাংশে তিনমাস সময়) ভাগ করা হ'য়েছে এবং প্রতিটি চতুর্থাংশের জন্য একটি সূচক নির্ণয় করা হ'য়েছে। ঋতুজ ভেদের প্রভাব দূর ক'রতে হ'লে পুরো বৎসরের ওপর গড় নিতে হবে। বর্ত্তমান ক্ষেত্রে চারটি চতুর্থাশে এক বৎসর পুরো হয়। সেজন্য প্রতি চারটি চতুর্থাংশের ওপর গড় (গাণিতিক গড়) নিতে হবে—অর্থাৎ চারবিন্দুর চলমান গড় নিতে হবে। প্রতি চার বিন্দুর গড়ের অবস্থান দ্বিতীয় এবং তৃতীয় বিন্দুর মাঝখানে হবে। এ উদ্দেশ্যে এই গড়গুলিকে নির্দিষ্ট বিন্দুর বিপরীতে কেন্দ্রীভূত (Centred) ক'রতে হ'লে এদের (অর্থাৎ চার বিন্দুর চলমান গড় সমূহের) আবার দুই বিন্দু গড় নিতে হবে। ওপরের উদাহরণের 5 নং স্তম্ভে এই কেন্দ্রীভূত চলমান গড়সমূহ দেখান হ'য়েছে। (খ)এ প্রদর্শিত যুক্তি অনুযায়ী এই গড়গুলি $S \times I'$-এর প্রভাবমুক্ত। অর্থাৎ এরা $T \times C \times I''$এর প্রভাবযুক্ত। অপরপক্ষে 2নং স্তম্ভে প্রদর্শিত মানগুলি $T \times S \times C \times I' \times I''$-এর প্রভাবযুক্ত। সুতরাং এদের 5 নং স্তম্ভের মান সমূহ দ্বারা ভাগ করলে $\dfrac{T \times S \times C \times I' \times I''}{T \times C \times I''} = S \times I'$-এর প্রভাবযুক্ত অংশ পাওয়া যায়। এরকম ভাগ 6 নং স্তম্ভে করা হ'য়েছে (এখানে মান সমূহকে শতকরা হিসাবে প্রকাশ করা হ'য়েছে)। 6নং স্তম্ভের মানগুলি লক্ষ্য ক'রলে দেখা যায় যে এদের মধ্যে অস্বাভাবিক কোনো মান নেই। সেজন্য এক্ষেত্রে প্রতিটি চতুর্থাংশের বিভিন্ন বৎসরের মানগুলির গাণিতিক গড় নিলেই চলবে। সারণী 6·5এ এরকম গড় নেওয়া হ'য়েছে। আবার চারটি চতুর্থাংশের গাণিতিক গড়গুলির সমষ্টি এখানে হ'য়েছে 400·24। কিন্তু তাত্ত্বিক বিচারে এই সমষ্টি 400 হওয়া উচিত। এজন্য শুদ্ধি গুণনীয়ক (Correction Factor) $\dfrac{400 \cdot 00}{400 \cdot 24} = \cdot 9994$ দ্বারা প্রতিটি গড়কে গুণ করা হ'য়েছে। ফলে যে পরিবর্ত্তিত ঋতুজ সূচকগুলি (Adjusted Seasonal Indices) পাওয়া গেছে তাদের সমষ্টি ঠিক 400·00 হ'য়েছে।

সারণী [illegible]

চতুর্থাংশ (Quarter) → / বৎসর ↓	প্রথম চতুর্থাংশ (1st Quarter)	দ্বিতীয় চতুর্থাংশ (2nd Quarter)	তৃতীয় চতুর্থাংশ (3rd Quarter)	চতুর্থ চতুর্থাংশ (4th Quarter)
1966	—	—	102·01	99·63
1967	99·40	99·24	99·54	102·51
1968	100·11	99·29	100·43	101·85
1969	98·16	98·55	—	—
গাণিতিক গড়	99·22	99·03	100·66	101·33
পরিবর্তিত ঋতুজ সূচক (Adjusted Seasonal Index)	99·16	98·97	100·60	101·27

শুদ্ধি গুণনীয়ক $= \frac{400·00}{400·24} = ·9994$

ওপরের উদাহরণটিতে চতুর্থাংশের হিসাব দেখান হ'য়েছে। চতুর্থাংশের কালীন সারির জায়গায় মাসিক কালীন সারি নিলেও এই একই পদ্ধতিতে ঋতুজ সূচক নির্ণয় করা যাবে। তবে এরকম ক্ষেত্রে 4—বিন্দুর কেন্দ্রীভূত চলমান গড়ের জায়গায় 12—বিন্দুর কেন্দ্রীভূত চলমান গড় নিতে হবে এবং তাত্ত্বিক বিচারে বারমাসের ঋতুজ সূচকের সমষ্টি 1200 হওয়া উচিত।

(গ) সুশাসিত গতিধারার দ্বারা ভাগ করণ পদ্ধতি (Ratio to trend Method)

এই পদ্ধতি অনুযায়ী প্রথমে নির্দ্দিষ্ট কালীন সারির সুশাসিত গতিধারা নির্ণয় করা হয়। তারপর মূল কালীন সারির মানগুলিকে তাদের বিপরীতস্থ সুশাসিত গতিধারার মান দিয়ে ভাগ করা হয়। অর্থাৎ $y=T\times S\times C\times I$-কে T দ্বারা ভাগ ক'রে $C\times S\times I$ পাওয়া যায়। তারপর বিভিন্ন বৎসরের $C\times S\times I$-র মাসিক (বা ত্রৈমাসিক) মানগুলির গাণিতিক গড় (খ) এ বর্ণিত পদ্ধতি অনুযায়ী নির্ণয় করা হয়। ধরে নেওয়া হয় যে এরকম গড় নেওয়ার ফলে $C\times I$-র প্রভাব দূরীভূত হয় এবং প্রাপ্ত সারিটি শুধু S-এর প্রভাবযুক্ত হয়। প্রাপ্ত সারির মানগুলিকে এর পর (খ)এ বর্ণিত পদ্ধতিতে শুদ্ধি গুণনীয়ক (Correction Factor) দ্বারা গুণ ক'রে পরিবর্ত্তিত ঋতুজ সূচক (Adjusted Seasonal Index) পাওয়া যায়।

সুশাসিত গতিধারা নির্ণয়ের জন্য সাধারণতঃ গাণিতিক রেখা নিরূপণ পদ্ধতি (Method of Mathematical Curves) ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। বর্ত্তমান পদ্ধতিতে ধরে নেওয়া হয় যে কয়েক বৎসরের গাণিতিক গড় নেওয়ার ফলে চক্রীল ভেদ ও অনিয়মিত গতিধারার প্রভাব দূর হয়। বাস্তবক্ষেত্রে অনেক সময় এ ধারণা সত্যি হয় না। এজন্য এই পদ্ধতির ব্যবহার সে সব ক্ষেত্রেই সীমাবদ্ধ রাখা দরকার যেখানে চক্রীল ভেদ এবং অনিয়মিত গতিধারার প্রভাব বর্ত্তমান নেই কিংবা খুব কম পরিমাণে বর্ত্তমানে আছে।

উদাহরণ 6.5 নীচের সারণীতে (সারণী 6.6) ক'লকাতার (101 – 200) টাকা ব্যয়ন্তরের পরিবারসমূহের জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের মাসিক সূচকসংখ্যা 1967, 1968 এবং 1969 সালের জন্য দেখান হ'য়েছে। সুশাসিত গতিধারার দ্বারা ভাগ করণ পদ্ধতি অনুযায়ী এদের ঋতুজ সূচক নির্ণয় কর।

সারণী 6·6

(101 – 200) টাকা ব্যয়স্তরের পরিবার সমূহের জন্য ক'লকাতার জীবিকা নির্ব্বাহণ ব্যয়ের সূচক।

(ভিত্তিকাল : নভেম্বর 1950=100)

মাস	বৎসর		
	1967	1968	1969
1. জানুয়ারী	165·4	182·1	181·0
2. ফেব্রুয়ারী	164·4	182·6	179·0
3. মার্চ্চ	166·2	181·1	181·5
4. এপ্রিল	169·2	182·4	182·9
5. মে	170·3	182·8	184·3
6. জুন	172·6	182·9	186·2
7. জুলাই	174·4	184·8	187·5
8. আগষ্ট	178·4	187·2	191·0
9. সেপ্টেম্বর	181·5	186·6	192·2
10. অক্টোবর	183·5	187·4	194·2
11. নভেম্বর	180·7	185·3	194·8
12. ডিসেম্বর	178·7	181·6	192·8

প্রথমে সরল রেখা নিরূপণের সাহায্যে মাসিক সূচকগুলির সুশাসিত গতিধারা নির্ণয় করা হয়। নির্ণীত সরলরেখাটি নীচে দেখান হ'লো—

$$y = 169{\cdot}939 + {\cdot}633t$$

নীচের সারণাটিতে (সারণী 6·7) সূচক সংখ্যাগুলি এবং উপরোক্ত পদ্ধতিতে নির্ণীত এদের সুশাসিত গতিধারা পাশাপাশি দেখান হ'য়েছে। (5) নং স্তম্ভে মূল সূচকগুলিকে তাদের সুশাসিত গতিধারা দিয়ে ভাগ ক'রে সেই ভাগ ফলকে শতকরা হিসাবে প্রকাশ করা হ'য়েছে।

সারণী 6·7

ক্রম (Serial)	মাস	সূচক সংখ্যা	সুশাসিত গতিধারা	$\frac{\text{স্তম্ভ (3)}}{\text{স্তম্ভ (4)}} \times 100$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	1967—জানুয়ারী	165·4	170·6	96·7
2	ফেব্রুয়ারী	164·4	171·2	96·0
3	মার্চ্চ	166·2	171·8	96·7
4	এপ্রিল	169·2	172·5	98·1
5	মে	170·3	173·1	98·4
6	জুন	172·6	173·7	99·4
7	জুলাই	174·4	174·4	100·0
8	আগষ্ট	178·4	175·0	101·9
9	সেপ্টেম্বর	181·5	175·6	103·4
10	অক্টোবর	183·5	176·3	104·1
11	নভেম্বর	180·7	176·9	102·2
12	ডিসেম্বর	178·7	177·5	100·7
13	1968—জানুয়ারী	182·1	178·2	102·2
14	ফেব্রুয়ারী	182·6	178·8	102·1
15	মার্চ্চ	181·1	179·4	100·9
16	এপ্রিল	182·4	180·1	101·3
17	মে	182·8	180·7	101·2
18	জুন	182·9	181·3	100·9

সারণী 6·7 (পূর্ব পৃষ্ঠার পর)

ক্রম (Serial)	মাস	সূচক সংখ্যা	স্থাপিত গতিধারা	$\frac{\text{স্তম্ভ (3)}}{\text{স্তম্ভ (4)}} \times 100$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
19	জুলাই	184·8	182·0	101·5
20	আগষ্ট	187·2	182·6	102·5
21	সেপ্টেম্বর	186·6	183·2	101·9
22	অক্টোবর	187·4	183·9	101·9
23	নভেম্বর	185·3	184·5	100·4
24	ডিসেম্বর	181·6	185·1	98·1
25	1969—জানুয়ারী	181·0	185·8	97·9
26	ফেব্রুয়ারী	179·0	186·4	96·0
27	মার্চ্চ	181·5	187·0	97·1
28	এপ্রিল	182·9	187·7	97·4
29	মে	184·3	188·3	97·9
30	জুন	186·2	188·9	98·6
31	জুলাই	187·5	189·6	98·9
32	আগষ্ট	191·0	190·2	100·4
33	সেপ্টেম্বর	192·2	190·8	100·7
34	অক্টোবর	194·2	191·5	101·4
35	নভেম্বর	194·8	192·1	101·4
36	ডিসেম্বর	192·8	192·7	100·1

নীচের 6·8 নং সারণীটিতে আগের 6·7 নং সারণীর 5 নং স্তম্ভের মাসিক মানসমূহের বাৎসরিক গাণিতিক গড় নিয়ে এবং সেই গড়গুলিকে শুদ্ধি গুণনীয়কের দ্বারা গুণ ক'রে সংশোধিত ঋতুজ সূচক নির্ণয় করা হ'য়েছে।

সারণী 6·8

সুশাসিত গতিধারার দ্বারা ভাগ করণ পদ্ধতিতে ঋতুজ সূচক নির্ণয়।

মাস	বৎসর			স্তম্ভ (2), (3) ও (4) এর গাণিতিক গড়	সংশোধিত ঋতুজ সূচক
	1967	1968	1969		
1	2	3	4	5	6
1. জানুয়ারী	96·7	102·2	97·9	98·8	98·82
2. ফেব্রুয়ারী	96·0	102·1	96·0	98·0	98·01
3. মার্চ্চ	96·7	100·9	97·1	98·2	98·21
4. এপ্রিল	98·1	101·3	97·4	98·9	98·92
5. মে	98·4	101·2	97·9	99·2	99·22
6. জুন	99·4	100·9	98·6	99·6	99·61
7. জুলাই	100·0	101·5	98·9	100·1	100·12
8. আগষ্ট	101·9	102·5	100·4	101·6	101·61
9. সেপ্টেম্বর	103·4	101·9	100·7	102·0	102·02
10. অক্টোবর	104·1	101·9	101·4	102·5	102·52
11. নভেম্বর	102·2	100·4	101·4	101·3	101·32
12. ডিসেম্বর	100·7	98·1	100·1	99·6	99·62

$$\text{শুদ্ধি গুণনীয়ক} = \frac{1200}{1199{\cdot}8} = 1{\cdot}000166694$$

(ঘ) পরম্পরীণ আপেক্ষিক পদ্ধতি (Method of Link Relative)

এ পদ্ধতি অনুযায়ী কালীন সারির প্রতিমাসের মানকে তার পূর্ববর্তী মাসের মানের শতকরা হিসাবে প্রকাশ করা হ'য়ে থাকে। এরকম শতকরা হিসাবসমূহকে পরম্পরীন আপেক্ষিক (Link Relative) বলে অভিহিত করা হ'য়ে থাকে। যদি y_1, y_2 যথাক্রমে পর পর দুটি মাসের মান হয় তা হ'লে দ্বিতীয় মাসের পরম্পরীণ আপেক্ষিক হবে $100\frac{y_2}{y_1}$। এরূপ পরম্পরীণ আপেক্ষিক নেওয়ার তাত্বিক যুক্তি এরকম :—

ধরা যাক্, t সময়বিন্দুর কালীন সারির মান $y_t = T_t \times C_t \times S_t \times I_t$ $(t=1, 2, \cdots)$। বাস্তব অভিজ্ঞতার ভিত্তিতে ধরা হয় যে সময়ের নৈকট্যের জন্য সুশাসিত গতিধারা (T), চক্রীল ভেদ (C) এবং অনিয়মিত গতিধারা (I)র প্রভাব পরপর দু মাসে অপরিবর্ত্তিত থাকে। অর্থাৎ,

$$T_1 = T_2,\ C_1 = C_2 \text{ এবং } I_1 = I_2$$

কিন্তু ঋতুজ ভেদের প্রভাব অল্প সময়ের মধ্যেই পরিবর্ত্তনশীল। সেজন্য পর পর দুমাসেও ঋতুজ ভেদের পরিমাণ বিভিন্ন হওয়াই সম্ভব। অর্থাৎ $S_1 \neq S_2$। এ অবস্থায়,

$$100\frac{y_2}{y_1} = 100\frac{T_2 \times C_2 \times S_2 \times I_2}{T_1 \times C_1 \times S_1 \times I_1}$$

$$= 100\frac{T_1 \times C_1 \times S_2 \times I_1}{T_1 \times C_1 \times S_1 \times I_1}$$

$$= 100\frac{S_2}{S_1}$$

সুতরাং এখানে দেখা যাচ্ছে যে পরম্পরীণ আপেক্ষিক নিয়ে দ্বিতীয় মাসের ঋতুজ ভেদের সূচক (প্রথম মাসের তুলনায়) নির্ণয় করা সম্ভব হ'য়েছে। এ পদ্ধতি অনুসরণ ক'রে কয়েক বৎসরের জন্য প্রতিমাসের পরম্পরীণ আপেক্ষিক নির্ণয় করা যেতে পারে। তারপর প্রত্যেকটি মাসিক পরম্পরীণ আপেক্ষিকের বিভিন্ন বৎসরের মানগুলির গাণিতিক গড় নিয়ে গড় পরম্পরীণ আপেক্ষিক (Average Link Relative) নির্ণয় করা যাবে। এই গড় পরম্পরীণ আপেক্ষিকগুলি ব্যবহার করে এবং কোনো একটি মাসের ঋতুজ সূচককে 100 ধ'রে (যেমন, ধরা যেতে

পারে $S_1=100$) বাকী মাসের ঋতুজ সূচকগুলি নিম্নলিখিত শৃঙ্খলিত সম্পর্কে (Chain Relations)র সহায়তায় প্রকাশ করা যায় :—

$$S_2=S_1\times\frac{S_2}{S_1}$$

$$S_3=S_2\times\frac{S_3}{S_2}$$

$$S_{11}=S_{10}\times\frac{S_{11}}{S_{10}}$$

$$S_{12}=S_{11}\times\frac{S_{12}}{S_{11}}$$

এই পদ্ধতি অনুযায়ী,

$$S_1=S_{12}\times\frac{S_1}{S_{12}}$$

এখানে অবশ্য আগে থেকেই ধ'রে নেওয়া হ'য়েছে $S_1=100$। কিন্তু উপরোক্ত পদ্ধতিতে নির্ণীত S_1 এর মান 100 নাও হ'তে পারে। কারণ পরম্পরীণ অপেক্ষিক নির্ণয়ের ফলে কালীন সারির অন্যান্য প্রভাবগুলি, বিশেষ ক'রে সুশাসিত গতিধারা, সম্পূর্ণভাবে অপনিত নাও হ'তে পারে। এরূপ ক্ষেত্রে সুশাসিত গতিধারাকে সরলরেখা (Linear Trend) ধ'রে দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ........একাদশ এবং দ্বাদশ মাসের ঋতুজ সূচক থেকে যথাক্রমে $b, 2b, 3b....11b$ বাদ দিয়ে সুশাসিত গতিধারাজাত ভ্রান্তি দূর করা হ'য়ে থাকে। এরকম ক্ষেত্রে bর মান নেওয়া হয় :—

$$b=\frac{1}{12}\left(S_{12}\times\frac{S_1}{S_{12}}-100\right)$$

সর্ব্বশেষে শুদ্ধি গুণনীয়ক (Correction Factor) ব্যবহার ক'রে 12 মাসের সূচক সংখ্যাগুলির যোগফলকে 1200 করার জন্য প্রয়োজনীয় সংশোধন করা হ'য়ে থাকে।

নীচের উদাহরণে (উদাহরণ—6·6) পরম্পরীণ আপেক্ষিক পদ্ধতিতে সূচক সংখ্যা নির্ণয় করা হ'য়েছে।

এক সময় ঋতুজ ভেদ নির্ণয়ের জন্য পরম্পরীণ আপেক্ষিক পদ্ধতির ব্যাপক প্রচলন ছিল। কিন্তু এখন এই পদ্ধতির ব্যবহার অনেক কমে

গেছে—কারণে এর ব্যবহারে অন্যান্য কালীন প্রভাবসমূহ (অর্থাৎ, সুশাসিত গতিধারা, চক্রীল ভেদ এবং অনিয়মিত গতিধারা) কতটা দূর হয় সে সম্বন্ধে অনেক সময় সন্দেহ দেখা দেয়।

উদাহরণ 6.6 নীচের সারণীতে 1969, 1970 এবং 1971 এর জন্য ক'লকাতার (201-350) টাকার ব্যয়স্তরের পরিবার সমূহের জীবিকা নির্ব্বাহণ ব্যয়ের মাসিক সূচক দেখান হ'য়েছে। এদের ঋতুজ সূচক নির্ণয় কর।

সারণী 6·9

ক'লকাতার (201—350) টাকা ব্যয়স্তরের পরিবার সমূহের জীবিকা নির্ব্বাহণ ব্যয়ের মাসিক সূচক (ভিত্তিকাল : নভেম্বর 1950=100)।

মাস	সূচক সংখ্যা		
	1969	1970	1971
1. জানুয়ারী	176·0	181·8	189·7
2. ফেব্রুয়ারী	174·3	181·1	188·2
3. মার্চ্চ	176·5	184·1	187·8
4. এপ্রিল	177·5	184·5	188·7
5. মে	179·0	186·8	188·6
6. জুন	180·5	189·7	192·3
7. জুলাই	181·6	191·1	196·5
8. আগস্ট	184·7	192·1	199·3
9. সেপ্টেম্বর	185·8	194·0	201·1
10. অক্টোবর	187·5	195·5	203·0
11. নভেম্বর	187·8	196·8	202·5
12. ডিসেম্বর	185·9	193·2	199·6

সারণী 6.10
পরম্পরীণ আপেক্ষিক পদ্ধতিতে ঋতুজ সূচক নির্ণয়।

মাস	পরম্পরীন আপেক্ষিক			(2), (3) এবং (4) নং স্তম্ভের গাণিতিক গড়	শৃঙ্খল আপেক্ষিক (Chain Relative)	অপ্রসারিত গতি-ধারার সংশোধন (Trend Correction) : স্তম্ভ $(6)-ib$ $(i=0, 1,\ldots 11)$	সংশোধিত ঋতুজ সূচক (Corrected Seasonal Index)
	1969	1970	1971				
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
জানুয়ারী	—	97·794	98·188	97·991	100·000	100·00	98·4
ফেব্রুয়ারী	98·863	99·615	99·209	99·229	99·229	98·93	97·3
মার্চ	101·437	101·656	99·787	100·960	100·182	99·58	98·0
এপ্রিল	100·567	100·217	100·479	100·421	100·604	99·70	98·1
মে	100·845	101·302	99·974	100·707	101·315	100·11	98·5
জুন	100·838	101·552	101·962	101·451	102·785	101·28	

সারণী 6·10
পূর্ব পৃষ্ঠার পর

মাস	পরম্পরীন আপেক্ষিক			(2), (3) এবং (4) নং স্তম্ভের গাণিতিক গড়	শৃঙ্খল আপেক্ষিক (Chain Relative)	সুশাসিত গতি-ধারার সংশোধন (Trend Correction) : স্তম্ভ (6)—ib (i=0, 1,....11)	সংশোধিত ঋতুজ সূচক (Corrected Seasonal Index)
	1969	1970	1971				
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
জুলাই	100·609	100·738	102·184	101·177	103·995	102·18	100·6
আগষ্ট	101·707	100·523	101·425	101·218	105·262	103·15	101·5
সেপ্টেম্বর	100·596	100·989	100·903	100·829	106·135	103·72	102·1
অক্টোবর	100·915	100·773	100 945	100·878	107·067	104·35	102·7
নভেম্বর	100·160	100·665	99·754	100·193	107·274	104·25	102·4
ডিসেম্বর	98·988	98·171	98·568	98·578	105·746	102·42	100·8

$$b=\frac{1}{12}[105{\cdot}746\times{\cdot}97991-100]={\cdot}30177$$

শুদ্ধি গুণনীয়ক (Correction Factor) $=\dfrac{1200}{(7)\text{ নং স্তম্ভের যোগফল}}$

$$=\frac{1200}{1219{\cdot}662}={\cdot}9840778$$

6.6. চক্রীল ভেদের পরিমাপ (Measurement of Cyclical Fluctuations)

কালীন সারির t–সময় বিন্দুর মান $Y_t=T_t\times S_t\times C_t\times I_t$-কে $T_t\times S_t$ দ্বারা ভাগ ক'রলে $C_t\times I_t$–র মান পাওয়া যায়। $C_t\times I_t$-থেকে আবার I_tর প্রভাব দূর ক'রতে পারলে C_t-র (অর্থাৎ চক্রীল ভেদের) পরিমাপ পাওয়া যায়। এই পদ্ধতিতে চক্রীল ভেদের পরিমাপ ক'রতে নিম্নলিখিত উপায়গুলির যে কোনো একটি অবলম্বন করা চলে :—

(i) Y_t কে প্রথমে T_t ও পরে S_tর দ্বারা ভাগ ক'রে $C_t\times I_t$ নির্ণয় করা।

(ii) Y_t কে প্রথমে S_t ও পরে T_tর দ্বারা ভাগ ক'রে $C_t\times I_t$ নির্ণয় করা।

(iii) Y_t কে সম্মিলিত $S_t\times T_t$ র দ্বারা ভাগ ক'রে $C_t\times I_t$ নির্ণয় করা।

উপরোক্ত প্রণালীগুলির যে কোনো একটি অবলম্বন ক'রে $C_t\times I_t$ নির্ণয় করার পর I_t-র প্রভাব দূর করার জন্য সাধারণতঃ চলমান গড় ব্যবহার পদ্ধতি অবলম্বন করা হ'য়ে থাকে।

উপরোক্ত পদ্ধতিটি ছাড়া আবর্ত রেখা চিত্র বিশ্লেষণ (Periodogram Analysis) পদ্ধতিতেও চক্রীল ভেদ নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে। এই পদ্ধতির সংক্ষিপ্ত আলোচনা নীচে করা হ'লো।

আবর্ত রেখা চিত্র বিশ্লেষণ (Periodogram Analysis)

এমন একটি কালীন সারির কথা ধরা যাক্ যাকে সুশাসিত গতিধারা এবং ঋতুজ প্রভাব থেকে মুক্ত করা হ'য়েছে। ধরা যাক্ ϵ_t হ'লো এরকম একটি অবশিষ্ট সারি (Residual Series)। এখন দেখা যাক্ ϵ_tর মধ্যে এমন কোনো তরঙ্গগতি পদ (Harmonic Term) আছে কিনা যার আবর্তকাল (Period) হ'চ্ছে μ। এই উদ্দেশ্যে নিম্নলিখিত মান দুটো বিবেচনা করা যাক্ :—

$$A=\frac{2}{n}\sum_{t=1}^{n}\epsilon_t \operatorname{Cos}\frac{2\pi t}{\mu} \tag{6.13}$$

এবং $$B=\frac{2}{n}\sum_{t=1}^{n}\epsilon_t \operatorname{Sin}\frac{2\pi t}{\mu} \tag{6.14}$$

যেখানে, n=কালীন সারির মোট পদের সংখ্যা।

ধরা যাক্,

$$R_\mu^2=A^2+B^2$$

উপরোক্ত মানটিকে পরীক্ষামূলক আবর্তকাল (Trial Period) μ-এর তীব্রতা (Intensity) ব'লে অভিহিত করা হ'য়ে থাকে।

ধরা যাক্, ϵ_t দুটো খণ্ডাংশে (Components) বিভক্ত—(i) প্রথম খণ্ডাংশটি আবর্তিক (Periodic), এর আবর্তকাল (Period) λ এবং প্রলম্ব বিস্তার (Amplitude) a, (ii) দ্বিতীয় খণ্ডাংশটি অনিয়মিত (Irregular) এবং এর মান ξ_t। তা হ'লে,

$$\epsilon_t=a \operatorname{Sin}\frac{2\pi t}{\lambda}+\xi_t \tag{6.15}$$

এখানে ধ'রে নেওয়া হ'চ্ছে দ্বিতীয় খণ্ডাংশটির সাথে প্রথম খণ্ডাংশটির (কিংবা অনুরূপ কোনো আবর্তিক পদের) কোনো রকম সহগতি (Correlation) নেই।

সুতরাং,

$$A=\frac{2a}{n}\sum_t \operatorname{Sin}\frac{2\pi t}{\lambda}\operatorname{Cos}\frac{2\pi t}{\mu}+\frac{2}{n}\sum \xi_t \operatorname{Cos}\frac{2\pi t}{\mu}$$

$$=\frac{2a}{n}\sum \operatorname{Sin}\alpha t \operatorname{Cos}\beta t$$

(যেখানে, $\alpha=\frac{2\pi}{\lambda}$, $\beta=\frac{2\pi}{\mu}$ এবং দ্বিতীয় পদটিকে নগণ্য ব'লে বাদ দেওয়া হ'য়েছে)

$$=\frac{a}{n}\sum_{t}\left\{\text{Sin }(\alpha-\beta)t+\text{Sin }(\alpha+\beta)t\right\}$$

$$=\frac{a}{n}\left\{\frac{\text{Sin }n\frac{(\alpha-\beta)}{2}\text{Sin }(n+1)\frac{(\alpha-\beta)}{2}}{\text{Sin }\frac{(\alpha-\beta)}{2}}+\frac{\text{Sin }n\frac{(\alpha+\beta)}{2}\text{ Sin}(n+1)\frac{(\alpha+\beta)}{2}}{\text{Sin }\frac{(\alpha+\beta)}{2}}\right\} \quad (6.16)$$

[যেহেতু, $\sum_{t=0}^{n-1}\text{Sin }(\alpha+\beta t)$

$$=\frac{\text{Sin}\frac{n\beta}{2}}{\text{Sin}\frac{\beta}{2}}\text{ Sin }\left(\alpha+\frac{n-1}{2}\beta\right)$$]

n-এর মান বড় হ'লে (6·16)-এর দ্বিতীয় পদটির মান খুব ছোট (বা নগন্য) হবে। প্রথম পদটির মানও ছোট হবে যদি না βর মান αর মানের কাছাকাছি হয় এবং, এরূপ ক্ষেত্রে পরীক্ষামূলক আবর্তকাল (Trial Period) μ-এর মান প্রকৃত আবর্তকাল (True Period) λএর মানের কাছাকাছি হবে। এরূপ ক্ষেত্রে (অর্থাৎ যেখানে β-র মান α-র মানের কাছাকাছি হ'য়ে আসে) :—

$$A=a\text{ Sin }(n+1)\frac{(\alpha-\beta)}{2}.\ \frac{\text{Sin }n\frac{(\alpha-\beta)}{2}}{n.\frac{(\alpha-\beta)}{2}}\div\frac{\text{Sin }\frac{(\alpha-\beta)}{2}}{\frac{(\alpha-\beta)}{2}}$$

$$\rightarrow a\text{ Sin }(n+1)\frac{(\alpha-\beta)}{2} \quad (6.17)$$

কারণ,

$$\frac{\text{Sin }\theta}{\theta}\rightarrow 1$$
$$\theta\rightarrow 0$$

ঠিক অনুরূপভাবে,

$$B \underset{\beta \to \alpha}{\to} a \operatorname{Cos} (n+1) \frac{(\alpha-\beta)}{2} \qquad (6.18)$$

(6.17) এবং (6.18) থেকে আমরা দেখতে পাই যে, যখন $\beta \to \alpha$, $R\mu^2 \to a^2$ ।

বাস্তব প্রয়োগের ক্ষেত্রে প্রথমে নির্দিষ্ট অবশিষ্ট সারি (Residual Series)টিকে লেখ কাগজ (Graph Paper) এ প্লট ক'রে প্রকৃত আবর্তকাল (True Period) λ-এর একটা আনুমানিক মান ঠিক করা হয় ।এই মানের কাছাকাছি পরীক্ষামূলক আবর্তকালের (Trial Period) কতগুলি মান ধ'রে নিয়ে প্রতিটি ক্ষেত্রে $R\mu^2$-এর মান নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে । μ-এর প্রতিটি মানের সাথে সংশ্লিষ্ট $R\mu^2$এর মান লেখ কাগজে প্লট করার ফলে যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তাকে বলে আবর্ত রেখাচিত্র (Periodogram) । আবর্ত রেখাচিত্র অনুশীলন ক'রে $R\mu^2$-এর গরিষ্ঠ মানের সাথে সংশ্লিষ্ট μএর মান সহজে নির্ণয় করা যায় । μ-এর এই মানটি প্রকৃত চক্রীল আবর্তকাল (True Cyclical Period) এর মানের সমান । সুতরাং এই পদ্ধতিতে প্রকৃত আবর্তকালের মান নির্ণয় করা সম্ভব হয় ।

অনেক সময় কালীন সারির চক্রীল খণ্ডাংশটি (Cyclical Component) একাধিক আবর্তিক পদ (Periodic Term)-যুক্ত হয় । এরকম ক্ষেত্রে একাধিক প্রকৃত আবর্তকাল যথা, $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_k$ বর্তমান থাকে । এখানেও প্রতিটি প্রকৃত আবর্তকাল নির্ণয়ের জন্য আবর্তরেখা চিত্র বিশ্লেষণ পদ্ধতি অবলম্বন করা যেতে পারে। এরূপ ক্ষেত্রে স্থানীয় ভাবে (Locally) $R\mu^2$-এর মান তখনই গরিষ্ঠ হবে যখন পরীক্ষামূলক আবর্তকাল μi $(i=1, 2 \cdots k)$-এর মান প্রকৃত আবর্তকাল λi-এর মানের সমান হবে ।

অনুশীলন

6.1 কালীন সারি কাকে বলে ? কালীন সারির বিভিন্ন অংশ (Component) বর্ণনা কর । কালীন সারিকে বিভিন্ন অংশে আলাদা আলাদা ভাবে প্রকাশ করার যৌক্তিকতা বর্ণনা কর ।

6.2 সুশাসিত গতিধারা (Secular Trend) নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতি বর্ণনা কর এবং এদের গুণাগুণ বর্ণনা কর ।

6.3 ঋতুজ ভেদ (Seasonal Variation) নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতি বর্ণনা কর এবং এদের গুণাগুণ বিচার কর ।

6.4 চক্রীয় ভেদ (Cyclical Variation) নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতি বর্ণনা কর।

6.5 নিম্নলিখিত সারণীটিতে 1958 সাল থেকে 1970 সাল পর্যন্ত চায়ের উৎপাদন দেখান হ'য়েছে। এই কালীন সারিটির সুপ্রসারিত গতিধারা (Secular Trend) নির্ণয় কর—(1) সরল রেখা নিরূপণ পদ্ধতির দ্বারা এবং (2) দ্বিঘাত অপেক্ষক নিরূপণ পদ্ধতির দ্বারা।

পশ্চিমবঙ্গে চায়ের উৎপাদন

বৎসর	চায়ের উৎপাদন (000 কিলোগ্রাম)
1958	76193
1959	80107
1960	81523
1961	86258
1962	84700
1963	83456
1964	89378
1965	86979
1966	87015
1967	98188
1968	98350
1969	88591
1970	99055

পূর্বোক্ত দুটি পদ্ধতিতে নির্ধারিত সুশাসিত গতিধারাকে লেখর সাহায্যে প্রকাশ কর এবং সারণীটিতে উল্লিখিত অবেক্ষণ (Observation) সমূহও ঐ একই লেখতে প্লট (Plot) ক'রে দেখাও।

6.6 নিম্নলিখিত সারণীটিতে 1951 সাল থেকে 1970 সাল পর্যন্ত পশ্চিমবঙ্গের Semifinished Steel-এর উৎপাদন দেখান হ'য়েছে। সুবিধা-মতো দৈর্ঘ্যের সময়ের চলমান গড় নিয়ে সুশাসিত গতিধারা নির্ণয় কর।

সারণী

পশ্চিমবঙ্গে Semi-finished Steel-এর উৎপাদন

বৎসর	উৎপাদন (000 মেট্রিক টনে)	বৎসর	উৎপাদন (000 মেট্রিক টনে)
1951	309·4	1963	507·3
1952	358·7	1964	390·4
1953	285·9	1965	254·5
1954	513·9	1966	289·0
1955	506·4	1967	317·0
1956	501·1	1968	297·1
1957	477·6	1969	202·9
1958	527·9	1970	149·4
1959	720·3		
1960	1189·7		
1961	431·2		
1962	419·2		

6.7 নিম্নলিখিত সারণীটিতে ক'লকাতার (201—350) টাকা ব্যয়স্তরের পরিবারসমূহের জীবকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের মাসিক সূচকসংখ্যা 1965, 1966 এবং 1967 সালের জন্য দেখান হ'য়েছে। এদের ঋতুজ সূচক নির্ণয় কর।

(201—350) টাকা ব্যয়স্তরের পরিবার সমূহের জন্য ক'লকাতার জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক।

(ভিত্তিকাল : নভেম্বর 1950=100)

মাস	বৎসর		
	1965	1966	1967
1. জানুয়ারী	135·6	146·3	161·6
2. ফেব্রুয়ারী	135·9	146·6	160·9
3. মার্চ্চ	136·6	149·4	162·3
4. এপ্রিল	136·9	152·0	165·0
5. মে	138·0	156·0	166·0
6. জুন	139·8	158·1	168·1
7. জুলাই	144·1	158·8	169·7
8. আগস্ট	145·8	158·3	173·6
9. সেপ্টেম্বর	147·1	158·5	176·2
10. অক্টোবর	148·6	159·6	178·2
11. নভেম্বর	147·2	158·7	175·8
12. ডিসেম্বর	146·5	161·6	173·7

সপ্তম পরিচ্ছেদ
সরকারী পরিসংখ্যান
(Official Statistics)

7.1 সূচনা

সরকারী পরিসংখ্যান ব'লতে আমরা সে সমস্ত রাশিতথ্য বুঝি যেগুলি প্রধানতঃ বিভিন্ন সরকারী দপ্তর মারফৎ সংগৃহীত, সঙ্কলিত এবং প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। ভারতীয় প্রজাতন্ত্রে কেন্দ্রীয় সরকারের বিভিন্ন দপ্তর নানা বিষয়ে সরকারী পরিসংখ্যান সংগ্রহ ক'রে থাকে এবং বিভিন্ন পত্রপত্রিকার মাধ্যমে এগুলি প্রকাশ ক'রে থাকে। এ ছাড়া বিভিন্ন রাজ্যসরকারগুলিও তাদের বিভিন্ন দপ্তর মারফৎ নিজ নিজ রাজ্যের নানারকম সরকারী পরিসংখ্যান প্রকাশ ক'রে থাকে। পশ্চিমবঙ্গ সরকার কর্ত্তৃক প্রকাশিত সরকারী পরিসংখ্যান সংক্রান্ত পত্রপত্রিকা এবং পুস্তিকার সংখ্যাও বেশ উল্লেখযোগ্য।

7.2 সরকারী পরিসংখ্যানের ক্রমবিকাশ

ভারতবর্ষের বর্ত্তমান কালের সরকারী পরিসংখ্যান সংগ্রহের সর্বপ্রথম প্রচেষ্টা হয় 1807 সালের তৎকালীন ইষ্ট ইণ্ডিয়া কোম্পানী কর্ত্তৃক প্রচারিত একটি সরকারী নির্দেশ মারফৎ। ঐ নির্দেশ অনুযায়ী এক সামগ্রিক তদন্তের পর 1816 সাল নাগাদ বঙ্গদেশ সম্পর্কে একটি পরিসংখ্যান সংক্রান্ত রিপোর্ট (Statistical Report) প্রস্তুত করেন তৎকালীন সরকার। এরপর বহু বৎসর সরকারী পরিসংখ্যান সংগ্রহের বিশেষ কোনো প্রচেষ্টা হয়নি। অবশেষে 1860 সালে লণ্ডনে অনুষ্ঠিত আন্তর্জাতিক পরিসংখ্যান কংগ্রেস ব্রিটিশ ভারতে বাৎসরিক ভিত্তিতে পরিসংখ্যান সংগ্রহের একটি বিস্তৃত কার্যসূচী সুপারিশ করেন। মোটামুটি ভাবে এই কার্যসূচী অনুযায়ী 1868 সালে সর্বপ্রথম Statistical Abstract of British India পুস্তকে বৃটিশ ভারত সম্পর্কে নানারকম রাশিতথ্য প্রকাশিত হয়। বহুদিন পর্যন্ত এই Abstract প্রতিবৎসর নিয়মিতভাবে প্রকাশিত হ'য়েছে। 1871 সালে শ্রীযুক্ত হাণ্টার (W. W. Hunter) ভারতের Director General of Statistics হিসাবে নিযুক্ত হন। তাঁর সম্পাদনায় 1881 সালে Imperial Gazetteer of India প্রকাশিত হয়। এই Gazetteer-এ দেশের শিল্প,

কৃষি, শিক্ষা, স্বাস্থ্য ইত্যাদি নানাবিধ বিষয় সম্পর্কিত পরিসংখ্যান প্রকাশিত হয়। প্রকৃতপক্ষে Imperial Gazetteer-এর মারফৎই ভারতীয় সরকারী পরিসংখ্যানের বর্তমান যুগের আরম্ভ হয়। এই 1881 সালেই সামগ্রিকভাবে ভারতের প্রথম আদমসুমারী (Census)-ও আরম্ভ হয়। 1905 সাল নাগাদ ভারতসরকারের Director General of Commercial Intelligence and Statistics নানা বিষয়ে সরকারী পরিসংখ্যান সংগ্রহ করা আরম্ভ করেন। 1906 সালে Indian Trade Journal নামে পরিসংখ্যান সংক্রান্ত পত্রিকা ভারতসরকার প্রকাশ করা আরম্ভ করেন। এই সময় নাগাদ কৃষির পূর্বাভাষ (Crop forecast) সংক্রান্ত কিছু কিছু পরিসংখ্যান নানাপ্রকার সরকারী সূত্রে প্রকাশিত হ'তে থাকে। 1924 সালে Royal Commission on Agriculture, 1925 সালে শ্রীবিশ্বেশ্বরায়ার (Sir M. Visvesvaraya) নেতৃত্বে Economic Enquiry Committee, 1931 সালে Royal Commission on Labour এবং 1934 সালে Bowley-Robertson Committee ভারত সরকারকে বিভিন্ন বিষয়ে সরকারী পরিসংখ্যান সংগ্রহের উপযোগিতা বর্ণনা ক'রে নানাবিধ প্রস্তাব দেন। এর ফলশ্রুতি স্বরূপ Imperial (পরবর্তীকালে Indian) Council of Agricultural Research এবং Economic Adviser to the Government of India-র দপ্তর প্রতিষ্ঠিত হয়। 1945 সালে Director of Industrial Statistics-এর অফিস খোলা হয়। এই একই বছর তৎকালীন বাংলা (অবিভক্ত) সরকার "প্রাদেশিক পরিসংখ্যান ব্যুরো" (Provincial Statistical Bureau)-র প্রতিষ্ঠা করেন। পরবর্তীকালে এর নতুন নামকরণ হয় "রাজ্য পরিসংখ্যান ব্যুরো" (State Statistical Bureau) এবং আরও পরবর্তীকালে এই সংস্থা "ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো" (Bureau of Applied Economics and Statistics) নামে পরিচিত হয়।

স্বাধীনতার পরবর্তীকালে সরকারী পরিসংখ্যান সংগ্রহের প্রয়োজনীয়তা বিশেষভাবে বৃদ্ধি পায়। 1948 সালে কৃষি ও খাদ্য সংক্রান্ত রাশিতথ্য সংগ্রহ এবং পরিবেশনের উদ্দেশ্যে কেন্দ্রীয় সরকারের খাদ্য এবং কৃষি দপ্তরে Directorate of Economics and Statistics নামে অফিস খোলা হয়। 1949 সালে জাতীয় আয় কমিটি (National Income Committee) গঠিত হয়। এই কমিটি জাতীয় আয় নির্ণয়ের উদ্দেশ্যে বিভিন্ন পরিসংখ্যান সংগ্রহে ব্যাপৃত হয়। ঐ একই বৎসর দেশের সবরকম পরিসংখ্যান সংগ্রহের কাজ সুষ্ঠুভাবে এবং কেন্দ্রীয় ভিত্তিতে

পরিচালনার জন্য দিল্লীতে কেন্দ্রীয় পরিসংখ্যান সংস্থা বা Central Statistical Organisation (সংক্ষেপে C.S.O নামে অধিক পরিচিত) প্রতিষ্ঠিত হয়। বর্তমানে জাতীয় ভিত্তিতে সরকারী পরিসংখ্যানের খোঁজখবর এই সংস্থার মারফৎই প্রধানতঃ পাওয়া যায়। কেন্দ্রের এক্তিয়ারভুক্ত বিষয়গুলি (যেমন, রেলপথ, ডাক-তার বিভাগ, ব্যবসা বাণিজ্য, ব্যাঙ্ক ইত্যাদি) সংক্রান্ত সরকারী পরিসংখ্যান এই সংস্থার মারফৎ সংগৃহীত হয়।

1950 সালে সারা ভারত জুড়ে অর্থনৈতিক এবং সামাজিক তথ্যাদি সংগ্রহের জন্য "জাতীয় নমুনা সমীক্ষা অধিকার" (Directorate of National Sample Survey) গঠিত হয়। প্রতি বছর এই সংস্থা নমুনা সমীক্ষার সাহায্যে অর্থনৈতিক এবং সামাজিক বিষয়ে নানাবিধ রাশিতথ্য সংগ্রহ ক'রে থাকে। এ পর্য্যন্ত এই সংস্থা কর্তৃক বিভিন্ন বিষয়ে কয়েকশো রিপোর্ট প্রকাশিত হ'য়েছে।

বর্তমানে ভারতের প্রতিটি রাজ্যেই একটি ক'রে রাজ্য পরিসংখ্যান ব্যুরো (বা অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো) আছে। এই ব্যুরোগুলি রাজ্যের আভ্যন্তরীন সরকারী পরিসংখ্যান সংগ্রহের কেন্দ্রীয় সংস্থা হিসাবে কাজ করে। রাজ্যের এক্তিয়ারভুক্ত বিষয়াদি (যেমন, কৃষি, শিক্ষা, জনস্বাস্থ্য ইত্যাদি) সংক্রান্ত পরিসংখ্যান প্রধানতঃ এইসব সংস্থার মাধ্যমে সংগৃহীত হ'য়ে থাকে।

ভারতের পরিসংখ্যান সংগ্রহের সব বিভাগেই "ভারতীয় পরিসংখ্যান ইন্‌ষ্টিটিউট" (Indian Statistical Institute)-এর অবদান অপরিসীম। সরকারী পরিসংখ্যান সংগ্রহের ব্যাপারেও এই সংস্থা নানাভাবে সহায়তা ক'রেছে। এই সংস্থা থেকে তালিম নিয়ে বহু পরিসংখ্যানবিদ (Statistician) দেশের নানা জায়গায় সরকারী পরিসংখ্যান সংগ্রহের কাজে ব্যাপৃত আছেন। তা ছাড়া "জাতীয় নমুনা সমীক্ষা অধিকার" (Directorate of National Sample Survey) এর এবং কেন্দ্রীয় পরিসংখ্যান সংস্থা (C. S. O.)-র কাজের সাথে ভারতীয় পরিসংখ্যান ইন্‌ষ্টিটিউটের কাজের ঘনিষ্ঠ যোগাযোগ আছে।

নীচে বিভিন্ন বিষয়, যেমন, জনসংখ্যা (Population), কৃষি (Agriculture), শিল্প (Industry), বাণিজ্য (Trade and Commerce), যানবাহন (Transport), শ্রম (Labour), দর

(Prices) ইত্যাদি সংক্রান্ত সরকারী পরিসংখ্যানের সূত্র প্রভৃতি সম্পর্কে আলাদা আলাদাভাবে আলোচনা করা হ'লো।

7.3 জনসংখ্যা এবং জনস্বাস্থ্য সংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Population and Health Statistics)

(ক) জনসংখ্যা সংক্রান্ত পরিসংখ্যান

জনসংখ্যা সংক্রান্ত পরিসংখ্যানের বেশীর ভাগই প্রতি দশবৎসর অন্তর দেশের যে আদমসুমারী বা লোকগণনা (Decennial Population Census) হয় তার মারফৎ সংগৃহীত হয়। ভারতে সর্বপ্রথম 1872 সালে অনেকটা পরীক্ষামূলকভাবে আদমসুমারী করা হয়। তবে এই আদমসুমারী অত্যন্ত সীমিতভাবে করা হয়। প্রকৃতপক্ষে 1881 সাল হ'তে দেশে নিয়মিত লোকগণনা আরম্ভ হয়। এরপর হ'তে প্রতি দশ বৎসর পর পর লোকগণনা এবং লোকগণনা সংক্রান্ত নানাবিধ তথ্য নিয়মিতভাবে সংগৃহীত হ'য়ে আসছে।

1931 সাল পর্যন্ত লোকগণনা "De Facto Canvasser" পদ্ধতিতে করা হ'তো। এই পদ্ধতি অনুযায়ী যেদিন লোকগণনা করার কথা সেদিন রাত্রে দেশের জনসাধারণের যে যেখানে আছে সেখানেই তার সাথে প্রত্যক্ষ যোগাযোগ ক'রে তার সম্বন্ধে জ্ঞাতব্য তথ্য সংগ্রহ করার কথা। 1941-এর পর হ'তে এই পদ্ধতির পরিবর্তন ক'রে "De Jure Canvasser" পদ্ধতি চালু করা হয়। এই পদ্ধতি অনুযায়ী বেশ কিছুদিন ধ'রে (দু-তিন দিন হ'তে দু-তিন সপ্তাহ পর্যন্ত) দেশের জনসাধারণকে তাদের নিয়মিত বাসস্থান (Normal Place of Residence)-এ গণনা করা হয় এবং তাদের সম্বন্ধে জ্ঞাতব্য তথ্য সংগ্রহ করা হয়।

1948 সালে আদমসুমারী আইন (Census Act, 1948) প্রবর্ত্তিত হয়। এই আইন অনুযায়ী লোকগণনার সময় দেশের যে কোনো লোক লোকগণনাসংক্রান্ত তথ্য জানাতে আইনতঃ বাধ্য। 1949 সালের পর হ'তে লোকগণনা সংক্রান্ত কেন্দ্রীয় বিভাগটি একটি নিয়মিত এবং স্থায়ী বিভাগে পরিণত হয় এবং Census Commissioner ও Registrar General-এর অফিস প্রতিষ্ঠিত হয়।

লোকগণনার রাশিতথ্য 20-25 লক্ষ তথ্য-সংগ্রহকারীর (Census Enumerator) দ্বারা সংগৃহীত হয়। এ সব তথ্যসংগ্রহকারীর অধিকাংশই

সাধারণতঃ বিনা পারিশ্রমিকে কিংবা নামমাত্র পারিশ্রমিকে কাজ ক'রে থাকেন। সাধারণতঃ স্কুলের শিক্ষক, সমাজকর্মী, সরকারী এবং বেসরকারী অফিসের কর্মচারী প্রভৃতির মধ্য থেকে এসব তথ্য সংগ্রহকারীকে সংগ্রহ করা হ'য়ে থাকে। প্রত্যেক তথ্যসংগ্রহকারী তার জন্য নির্দিষ্ট ব্লক (Block)-এর তথ্য সংগ্রহ ক'রে থাকেন। "ব্লক" (Block) ব'লতে একটি নির্দিষ্ট সীমানার অন্তর্গত জায়গা এবং ঐ জায়গায় অবস্থিত ঘর-বাড়ীর সমষ্টিকে বোঝায়। কয়েকটি ব্লক নিয়ে একটি "সার্কল" (Circle) গঠিত হয়। সার্কল (Circle)-এর পরিচালনার ভার একজন "সার্কল সুপারভাইজার" (Circle Supervisor)-এর ওপর দেওয়া হয়। কয়েকটি সার্কল নিয়ে একটি "চার্জ" (Charge) গঠিত হয়। চার্জ-এর পরিচালনার ভার থাকে "চার্জ সুপারিণ্টেণ্ডেণ্ট" (Charge Superintendent)-এর ওপর। কয়েকজন "চার্জ সুপারিণ্টেণ্ডেণ্টের" ওপর একজন ক'রে "জেলা লোকগণনা অফিসার" (District Census Officer) থাকেন। প্রতিটি কাজের ভার একজন "রাজ্য লোকগণনা সুপারিণ্টেণ্ডেণ্ট" (State Superintendent of Census)-এর ওপর দেওয়া হয়। সম্প্রতিকালে এই নাম পরিবর্ত্তিত ক'রে "রাজ্য লোকগণনা অধিকর্তা" (State Director of Census) রাখা হ'য়েছে।

আগেই বলা হ'য়েছে বর্ত্তমানে চালু পদ্ধতিতে লোকগণনা ক'রতে দু-তিন দিন থেকে দু-তিন সপ্তাহ সময় দরকার হয়। তবে, আধুনা নানারকম তথ্য সংগ্রহ ক'রতে হয় ব'লে এই সময়কাল সাধারণতঃ দু-তিন সপ্তাহের কম হয় না। প্রাথমিক গণনার পর শেষের কয়েকদিন (সাধারণতঃ 2/3 দিন) দ্বিতীয়বার গণনা করা হয়। এর দ্বারা প্রাথমিক গণনার ভুলচুক সংশোধন করার সুযোগ ঘটে। লোকগণনাকালে সংগৃহীত রাশিতথ্যসমূহের সুষ্ঠু সার-সঙ্কলন (Summarisation) ও সারণীবিন্যাসের (Tabulation) জন্য প্রায় তিনচার বৎসর সময় দরকার হয়। লোকগণনার এই বিবরণী কয়েকটি খণ্ডে (Volume) বহু বৎসর ধ'রে প্রকাশিত হয়। কিছু কিছু খণ্ডে সাধারণভাবে লোকগণনাসংক্রান্ত নানারকম রাশিতথ্য সন্নিবেশিত হয়। এগুলিকে সাধারণ বিবরণী (General Report) বলা হয়। আবার অন্য কতগুলি খণ্ডে বিশেষ বিশেষ বিষয় সম্বন্ধে তথ্য সন্নিবেশিত হয়। এগুলিকে বিশেষ বিবরণী (Special Report) বলা হয়। সমস্ত ভারত সম্পর্কে কয়েকটি সংক্ষিপ্ত বিবরণী (Summary Report) প্রকাশিত হয়। এ ছাড়া প্রতিটি রাজ্যের জন্য আলাদা আলাদা বিবরণী প্রকাশিত হ'য়ে থাকে।

1881 সালের এবং তার পরবর্তীকালের লোকগণনার বিবরণীগুলিতে নিম্নলিখিত বিষয়গুলি সন্নিবেশিত হ'য়েছিলো :—

(i) জনসংখ্যার বিভাজন (Distribution of Population), প্রতি মাইলে জনসংখ্যার গড় হিসাব (Density of Population per Square Mile), গ্রামের এবং শহরের জনসংখ্যার (Rural and Urban Population) হিসাব, শহরের বাসস্থান সংক্রান্ত (Housing Condition in Towns) রাশিতথ্য এবং শহরের গৃহপ্রতি জনসংখ্যার গড় হিসাব।

(ii) জনসাধারণের আভ্যন্তরীণ প্রব্রজন এবং গতিবিধি সংক্রান্ত রাশিতথ্য (Movement of Population including Internal Migration)।

(iii) স্ত্রী-পুরুষের হিসাব।

(iv) জনসাধারণের বয়স সংক্রান্ত হিসাব।

(v) জনসাধারণের বৃত্তি (Occupation) সংক্রান্ত রাশিতথ্য। গ্রামের এবং শহরের বৃত্তি সংক্রান্ত পরিসংখ্যান।

(vi) জনসাধারণের জাতি-বর্ণ সংক্রান্ত রাশিতথ্য।

(vii) ধর্মসংক্রান্ত রাশিতথ্য।

(viii) অক্ষরজ্ঞান এবং শিক্ষাসংক্রান্ত রাশিতথ্য।

(ix) জাতি, ধর্ম, বর্ণ, সম্প্রদায় এবং স্ত্রীপুরুষ ভেদে বিশেষ ধরণের শারীরিক অক্ষমদের (যথা, মূকবধির, কুষ্ঠরোগী, অন্ধ ইত্যাদি) সম্বন্ধে পরিসংখ্যান।

(x) জনসাধারণের বিভিন্ন সামাজিক বিষয় সংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Statistics on Civil Condition)।

1931 সাল পর্যন্ত মোটামুটি ভাবে উপরোক্ত রাশিতথ্যগুলিই লোকগণনা মারফৎ সংগ্রহ করা হ'তো। কিন্তু পরবর্তীকালে অর্থনীতি এবং শিল্পসংক্রান্ত পরিসংখ্যান সংগ্রহের দিকে ঝোঁক বাড়তে থাকে। 1941 সালের আদমসুমারীর সময় দ্বিতীয় মহাযুদ্ধ চ'লছিলো। এ কারণে এবং দেশের রাজনৈতিক পরিস্থিতির জন্য এ সময়কার লোকগণনার কাজে নানারকম গলদ থেকে যায়।

স্বাধীনতার পরবর্তী যুগের প্রথম লোকগণনা হয় 1951 সালে। এ বৎসর দেশের প্রথম পঞ্চবার্ষিকী পরিকল্পনা চালু হয়। এই লোকগণনার সময় অর্থনৈতিক এবং সামাজিক বিষয় সম্বন্ধে নানারকম নতুন তথ্য সংগ্রহ করা হয়। 1961 সালের লোকগণনার সময় আরো অনেক

পরিবর্তন করা হয়। এ সময় থেকে পরিবার (Household) ভিত্তিক রাশিতথ্য সংগ্রহের দিকে গুরুত্ব দেওয়া হয়। পারিবারিক ভিত্তিতে চাষের অবস্থা এবং শিল্প সম্বন্ধে নানারকম পরিসংখ্যান সংগ্রহ করা হয়। প্রতি পরিবারের কাজে নিযুক্ত লোকদের চারভাগে ভাগ করা হয়। যথা, (i) চাষী (Cultivators), (ii) কৃষি শ্রমিক (Agricultural Labourer), (iii) গৃহশিল্পে নিযুক্ত ব্যক্তি (Persons engaged in Househld Industries) এবং অন্যান্য (Others)। চাষী ও কৃষিশ্রমিক বাদে অন্যান্য কাজে নিযুক্ত লোকদের শিল্প (Industry), বাণিজ্য (Trade) বা চাকরী (Service) সম্বন্ধেও পরিসংখ্যান সংগ্রহ করা হয়। এছাড়া কাজের ধারা অনুযায়ী কর্মীদের (i) মালিক (Employer), (ii) কর্মচারী (Employee), (ii) স্বনিয়োজিত একক কর্মী (Single Worker) এবং পারিবারিক বৃত্তিতে নিযুক্ত কর্মী এই চারভাগে ভাগ করা হয়। যেসব লোক কোনো অর্থকরী বৃত্তিতে নিযুক্ত নয় তাদের (i) গৃহকর্মে নিযুক্ত, (ii) পুরো সময়ের ছাত্র, (iii) শিশু, (iv) পেনসনভোগী, (v) বাড়ীওয়ালা, (vi) ভিক্ষুক, (vii) জেলের আসামী, (viii) কর্মপ্রার্থী বেকার (Unemployed Seeking Emplo-ment) ইত্যাদি ভাগে ভাগকরা হয়। ভারতের কারিগরি এবং বিজ্ঞান শিক্ষাপ্রাপ্ত স্নাতকদের সম্বন্ধে নানারকম তথ্যও 1961-এর লোকগণনার সময় সংগ্রহ করা হ'য়েছে।

1971 সালের লোকগণনায় পরিবার (Household) ভিত্তিক রাশিতথ্যের জায়গায় প্রতিষ্ঠান (Establishment) ভিত্তিক রাশিতথ্য সংগ্রহ করা হয়। প্রতিটি প্রতিষ্ঠানের জন্য একটি ক'রে বিবরণলিপি (Schedule) ভর্তি করা হয়। শিল্প প্রতিষ্ঠান (Industrial Establishment) গুলিকে (i) Manufacturing, (ii) Processing, (iii) Servicing এবং (iv) Household Industries—এই চার ভাগে ভাগ করা হয়। House-hold Industries বা গৃহশিল্প ছাড়া অন্যান্য শিল্পপ্রতিষ্ঠানগুলিকে রেজিষ্ট্রীকৃত (Registered) এবং অরেজিষ্ট্রীকৃত (Unregistered) এই দুটো ভাগে ভাগ করার পর কর্মীসংখ্যা অনুযায়ী আরো কয়েকটি ভাগে ভাগ করা হয়েছে। এরপর আবার শিল্পের প্রকৃতি অনুযায়ী এবং জ্বালানী, বিদ্যুতের ব্যবহার ও কায়িক শ্রমের ব্যবহার অনুযায়ী আরও অনেকগুলি ভাগে ভাগ করা হ'য়েছে। গৃহশিল্প (Household Industries) গুলিকেও শিল্পের প্রকৃতি, বিদ্যুতের বা কায়িকশ্রমের ব্যবহার অনুযায়ী এবং কর্মী সংখ্যা অনুযায়ী বিভিন্নভাগে ভাগ করা হ'য়েছে। বাণিজ্য সংস্থা (Trade

and Commercial Establishments)-গুলিকে বাণিজ্যের প্রকৃতি এবং কর্মী সংখ্যা অনুযায়ী বিভিন্ন শ্রেণীতে বিভক্ত করা হ'য়েছে।

1961 সালের মতো 1971 সালের আদমসুমারীর সময়ও ব্যক্তিবিশেষকে "কর্মে নিযুক্ত" (Working) এবং "কর্মে নিযুক্ত নয়" (Non-working) এই দুটি ভাগে ভাগ করা হ'য়েছে। কর্মে নিযুক্ত ব্যক্তিদের আবার তাদের মুখ্য (Primary) এবং গৌণ (Secondary) কর্ম অনুযায়ী ভাগ করা হ'য়েছে। এ ছাড়া কর্মে নিযুক্ত ব্যক্তিদের বিভিন্ন পেশা, যথা, শিল্প, বাণিজ্য, কৃষি, চাকুরী ইত্যাদি অনুযায়ী বিভিন্ন ভাগে ভাগ করা হ'য়েছে। যে সমস্ত লোক কর্মে নিযুক্ত আছেন তাদের 1961 সালের লোকগণনার সময় যে সমস্ত ভাগে ভাগ করা হয়েছিলো এবারও সেই সমস্ত ভাগে ভাগ করা হ'য়েছে।

উপরোক্ত বিষয়গুলি ছাড়াও 1961 সালের তুলনায় 1971 সালের লোকগণনায় ব্যক্তিবিশেষ (Individual) সম্বন্ধে আরও অনেক নতুন তথ্য সংগৃহীত হ'য়েছে। যেমন, ব্যক্তিবিশেষের পূর্ব বাসস্থান এবং বর্ত্তমান কর্মস্থল সম্বন্ধে তথ্য, বিবাহিতা নারীদের বিবাহকালীন বয়স এবং অনুসন্ধানের সময় থেকে এক বৎসর আগেকার সময়ের মধ্যে কোনো সন্তান হ'য়েছে কিনা ইত্যাদি। কারিগরি এবং বিজ্ঞানের স্নাতক ছাড়াও এবার অন্যান্য বিষয়ের (যেমন, কলা, বাণিজ্য, ইত্যাদি) স্নাতকদের সম্বন্ধেও তথ্য সংগ্রহ করা হয়।

সঙ্কলনের কাজ তরান্বিত করার জন্য এবার সারীকরণ ইত্যাদির জন্য অনেক ক্ষেত্রে ইলেক্ট্রনিক কম্পিউটার ব্যবহার করা হ'য়েছে।

আমাদের দেশের লোকগণনার কাজ যদিও এক শতাব্দীকাল ধ'রে হ'য়ে আসছে তথাপি এখনও এই কাজের ভেতর নানারকম ত্রুটি রয়ে গেছে। সাময়িকভাবে নিযুক্ত এক বিশাল সংখ্যক কর্মীর দ্বারা এই গণনার কাজ করা হ'য়ে থাকে। অধিকাংশ সময়ই এসব কর্মীকে ভালোভাবে প্রশিক্ষণ দেওয়া সম্ভব হয় না। ফলে এদের কাজে নানারকম ত্রুটি থেকে যায়। বয়স সংক্রান্ত সংগৃহীত রাশিতথ্যে কতকগুলি বিশেষ ধরণের ত্রুটি থাকে। অশিক্ষিত জনসাধারণের অনেকেই তাদের সঠিক বয়স জানেন না। আন্দাজের ওপর তারা তাদের বয়সের হিসাব দেন। এসব হিসাবে কয়েকটি বিশেষ বিশেষ সংখ্যায় বয়স প্রকাশ করার পক্ষপাত (Bias) দেখা যায়। যেমন "0" বা "5" দ্বারা শেষ হওয়া সংখ্যায় (যথা, 10, 20, 30, 40 বা 5, 15, 25, 35 ইত্যাদি) বয়স প্রকাশের প্রবণতা খুব

বেশী দেখা যায়। এ ছাড়া অক্ষরজ্ঞান (Literacy), বৃত্তি(Occupation) ইত্যাদি সম্পর্কে বিভিন্ন বৎসরের লোকগণনার সময় বিভিন্ন সংজ্ঞা নির্দেশিত হওয়ায় এসব হিসাবের তুলনামূলক বিচার করা অনেক সময়ই সম্ভব হয় না। লোকের স্বভাবজাত অহঙ্কার অনেক সময় তাদের ভুল তথ্য সরবরাহ করতে প্ররোচিত করে। যেমন, অনেক সময়ই আদমসুমারীতে সংগৃহীত অক্ষরজ্ঞানসম্পন্ন লোকের শতকরা হিসাব প্রকৃত হিসাবের চাইতে বেশী হয়। এর প্রধান কারণ বেশ কিছু নিরক্ষর লোক নিজেদের অহঙ্কার চরিতার্থ করার জন্য লোকগণনার সময় নিজেদের অক্ষরজ্ঞান সম্পন্ন ব'লে পরিচয় দিয়ে থাকেন।

উপরোক্ত ত্রুটিগুলি থাকা সত্ত্বেও স্বাধীনতার পরবর্ত্তীকালে ভারতীয় লোকগণনায় প্রভূত উন্নতি পরিলক্ষিত হ'য়েছে। ক্রমাগত অনুশীলন এবং পরীক্ষা নিরীক্ষা মারফৎ লোকগণনাকালে সংগৃহীত রাশিতথ্যের সংজ্ঞা, সংগ্রহপদ্ধতি, সঙ্কলন এবং বিশ্লেষণপদ্ধতির বহুবিধ উন্নতিসাধন করা হ'য়েছে।

(খ) জনস্বাস্থ্য সংক্রান্ত পরিসংখ্যান

বর্ত্তমানে ভারতের জনস্বাস্থ্য সংক্রান্ত পরিসংখ্যান প্রধানতঃ কেন্দ্রীয় স্বাস্থ্য মন্ত্রণালয়ের Director General of Health Services কর্ত্তৃক প্রকাশিত Statistical Appendices to the Annual Report of Director General of Health Services-এ প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। এতে জীবন সংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Vital Statitics), হাসপাতাল এবং বিভিন্নধরণের চিকিৎসাকেন্দ্র সংক্রান্ত পরিসংখ্যান ইত্যাদি সন্নিবেশিত হ'য়ে থাকে।

পশ্চিমবঙ্গ সরকারের স্বাস্থ্য অধিকর্ত্তা (Director of Health) কর্ত্তৃক প্রকাশিত বার্ষিকী Health on March-এ রাজ্যের জন্মহার, মৃত্যুহার, শিশুমৃত্যু ইত্যাদি সংক্রান্ত নানাবিধ পরিসংখ্যান সন্নিবেশিত হ'য়ে থাকে। এছাড়া রাজ্যের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics and Statistics) কর্ত্তৃক প্রকাশিত Statistical Handbook-এ রাজ্যের জন্মমৃত্যুর হার, শিশু মৃত্যুর হার, হাসপাতালের সংখ্যা, ডাক্তারের সংখ্যা, ইত্যাদি নানারকম পরিসংখ্যান সন্নিবেশিত হয়। তবে আমাদের দেশে যেহেতু জন্মমৃত্যু বহুক্ষেত্রেই রেজিষ্ট্রী করা হয় না সেজন্য জন্মমৃত্যুর হার সংক্রান্ত পরিসংখ্যান খুব একটা নির্ভরযোগ্য হয় না।

7.4 কৃষি পরিসংখ্যান (Agricultural Statistics)

ভারতের কৃষিসংক্রান্ত রাশিতথ্যের সব চাইতে উল্লেখযোগ্য পরিবেশক হ'লো ভারত সরকারের খাদ্য ও কৃষি মন্ত্রণালয়ের অধীনস্থ অর্থনীতি এবং কৃষি পরিসংখ্যান অধিকার (Directorate of Economics and Statistics বা সংক্ষেপে DES)। স্বাধীনতার পরবর্তী যুগে 1948 সাল হ'তে এই সংস্থার উদ্যোগে ভারতের কৃষি পরিসংখ্যান সংগ্রহ, সঙ্কলন এবং প্রকাশনের ব্যাপারে নানারকম উন্নতি সাধিত হ'য়েছে। এ সত্বেও এখনও নানারকম ত্রুটি রয়ে গেছে—বিশেষ ক'রে তথ্য প্রকাশে প্রচুর দেরী হওয়ার জন্য। অনেক সময়ই দেখা যায় যে প্রকাশিত রাশিতথ্য তিন থেকে পাঁচ বৎসরের পুরোণো হয়।

কৃষি সংক্রান্ত রাশিতথ্যগুলিকে মোটামুটিভাবে এরকমভাবে ভাগ করা যেতে পারে—(i) ভূমির ব্যবহার সংক্রান্ত পরিসংখ্যান, (ii) যে সব জমিতে ফসল দেওয়া হ'য়েছে তাদের মোট আয়তন এবং ফসলের ফলন ও উৎপাদন সংক্রান্ত পরিসংখ্যান ও পূর্বাভাষ (Area and Yield Statistics including Crop Forecasts), (iii) কৃষিমজুরী এবং কৃষিজাত দ্রব্যের দর (Agricultural Wages and Prices) এবং (iv) পালিত পশু, হাঁস-মুরগী, বন এবং মৎস্য সংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Miscellaneous Statistics regarding Livestock and Poultry, Forestry and Fisherles etc.)।

চল্লিশের দশকের আগে কৃষিসংক্রান্ত রাশিতথ্যের পরিমাণ খুবই অপ্রচুর ছিলো। এমন কি ফসলের পরিমাণ কিংবা মোট কত জমিতে ফসল বোনা হ'য়েছিলো—এধরণের প্রাথমিক রাশিতথ্যও দেশের সব এলাকার জন্য পাওয়া সম্ভব ছিলো না। যেটুকু রাশিতথ্য পাওয়া যেত তাও অনেক সময়ই তেমন নির্ভরযোগ্য ছিলো না। বিভিন্ন প্রদেশের রাশিতথ্য বিভিন্নমাত্রায় বিশ্বাসযোগ্য ছিলো। দেশের যে সমস্ত অঞ্চলে জমির চিরস্থায়ী বন্দোবস্ত (Permanent Settlement) ছিলো সেসব এলাকার ফসলের হিসাব গ্রাম্য চৌকিদারের মারফৎ সংগৃহীত হ'তো। এসব চৌকিদারের অধিকাংশই অশিক্ষিত ছিলো। এরা নিজেদের ধারণার ভিত্তিতে যেসব হিসাব পরিবেশন ক'রতো তার বিশুদ্ধতা সম্বন্ধে অনেক সময়ই সন্দেহের অবকাশ থাকতো। যে সব প্রদেশে জমির অস্থায়ী বন্দোবস্ত (Temporary Settlement) ছিলো, সেখানকার শস্যের হিসাব খাজনা আদায়কারী প্যাটওয়ারীদের মারফৎ সংগৃহীত হ'তো। প্যাটওয়ারীদের

প্রাথমিক কর্তব্য ছিলো খাজনা আদায়করা। এ ছাড়া এদের গ্রামাঞ্চলের আইন-শৃঙ্খলাজনিত এবং প্রশাসনিক নানারকম কাজে প্রায়ই ব্যস্ত থাকতে হ'তো। এসব কাজ করার পর ফসলের হিসাব সংগ্রহ করার জন্য এদের হাতে খুব কম সময় থাকতো। ফলে এরাও অধিকাংশ সময়েই নিজেদের আন্দাজমতো হিসাব পরিবেশন করতো। পাটওয়ারী এবং চৌকিদারদের দেওয়া এসব হিসাবের শুদ্ধতা যাচাই অধিকাংশ সময়ই করা হ'তো না।

মোট দশটি শস্যের ফলনের পূর্বাভাষ (Forecast of Yield) দেওয়া হ'তো। ফসল তোলার পর আরও কয়েকটি শস্যের ফলনের পরিমাণের হিসাব প্রকাশ করা হ'তো। ফলনের হিসাব নীচের সূত্র অনুযায়ী করা হ'তো—

মোট উৎপাদন (Total Yield)=জমির আয়তন (Area)×জমির একক প্রতি স্বাভাবিক ফলন (Normal Yield Per Unit Area of Land)×অবস্থা নির্ভর উপাদান (Condition Factor)

জমির এককপ্রতি স্বাভাবিক ফলন (Normal Yield Per Unit Area of Land)-এর ধারণা অনেকটা ধোঁয়াটে ছিলো। স্বাভাবিক ফলনের অংশ বিশেষকে অবস্থা-নির্ভর উপাদান (Condition Factor) বলা হ'তো। যেমন, কোনো বছরের ফলনের পরিমাণ যদি স্বাভাবিক ফলনের অর্ধেক হয় তবে ঐ বছরের অবস্থা নির্ভর উপাদান (Condition Factor) হবে $\frac{1}{2}$। এই অবস্থা নির্ভর উপাদানের হিসাব চৌকিদার কিংবা পাটওয়ারীর দেওয়া রাশিতথ্যের ভিত্তিতে করা হ'তো।

ফলনের হিসাব ছাড়া জমির ব্যবহারের পরিসংখ্যান (Land Utilisation Statistics), গৃহপালিত পশু এবং হাঁস-মুরগীর পরিসংখ্যান (Livestock and Poultry Statistics) কিংবা ফসল তোলার সময়কার শস্যের দর (Harvest Price of Crops) ইত্যাদি সংক্রান্ত খবরাখবর বিশেষ ত্রুটিপূর্ণ উপায়ে সংগৃহীত হ'তো। বন কিংবা মাছ সংক্রান্ত পরিসংখ্যানও খুবই অসম্পূর্ণ ছিলো।

প্রধানতঃ কেন্দ্রীয় সরকারের অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান অধিকার (Directorate of Economics and Statistics বা DES)-এর প্রচেষ্টায় বর্তমানে কৃষিসংক্রান্ত রাশিতথ্য সঙ্কলনের ব্যাপারে উন্নততর পদ্ধতি অবলম্বন

করা হ'চ্ছে। বর্ত্তমানে দেশের প্রায় প্রতিটি অঞ্চলের জন্য জমির ব্যবহার সংক্রান্ত রাশিতথ্য (Land Utilisation Statistics) সংগৃহীত হ'য়ে থাকে। 1948-49 সালের পর হ'তে শস্যের ফলনের পূর্বাভাষ (Crop Forecast) সংক্রান্ত রাশিতথ্যও অনেক ব্যাপকভাবে সংগৃহীত হ'চ্ছে। বাণিজ্যিক শস্য (Commercial Crops), যথা, পাট, চা, তুলা, তেলবীজ, আখ ইত্যাদি সংক্রান্ত রাশিতথ্য অনেক বিস্তারিতভাবে সংগৃহীত হ'চ্ছে।

প্রচলিত রাশিতথ্য সমূহের উন্নতিসাধন এবং গুণগত উৎকর্ষতা বৃদ্ধির ব্যাপারেও অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান অধিকারের অবদান উল্লেখযোগ্য। বর্ত্তমানে জমির ব্যবহার সংক্রান্ত রাশিতথ্য (Land Utilisation Statistics) দেশের প্রায় সব রাজ্যে একই ভাবে সংগৃহীত হয়। শস্যের ফলন, পরিমাণ ইত্যাদি সংক্রান্ত রাশিতথ্যও দেশের সব এলাকা হ'তে একই পদ্ধতিতে সংগ্রহ করার জন্য প্রচেষ্টা চ'লছে। 1943-44-এর আগে 10টি প্রধান শস্য সম্বন্ধে বছরে 34টি পূর্বাভাষ দেওয়া হ'তো। সেখানে বর্ত্তমানে বছরে 70টি পূর্বাভাষ দেওয়া হয়। এছাড়াও মাঝে মাঝে কয়েকটি অপ্রধান বাণিজ্যিক শস্য (Minor Commercial Crops)-এর পূর্বাভাষও দেওয়া হ'য়ে থাকে।

ফসল তোলার সময়কার শস্যের দর (Harvest Price) সংক্রান্ত রাশিতথ্য এখন আগেকার চাইতে অনেক ব্যাপক এবং সঠিকভাবে সংগৃহীত হয়। পশুপালন সংক্রান্ত রাশিতথ্য (Livestock Statistics) নিয়মিতভাবে সংগ্রহ করার চেষ্টা চলছে। বন (Forest), বনজ দ্রব্য (Forest Products) এবং মাছ সংক্রান্ত রাশিতথ্য নিয়মিত ভাবে সংগ্রহ করার চেষ্টাও চ'লছে।

আগে যেখানে ফলন সংক্রান্ত রাশিতথ্য (Statistics on the Yield rates of Crops) পাটওয়ারী কিংবা চৌকিদারের দেওয়া খবরের ওপর নির্ভর ক'রতো, সেখানে এখন পরীক্ষামূলক ফসল কাটা (Crop Cutting Experiment) নামক বৈজ্ঞানিক পদ্ধতির সাহায্যে ফলনের গড় হিসাব সংগৃহীত হ'য়ে থাকে। এই পদ্ধতি অনুযায়ী সমসম্ভব নমুনা সংগ্রহ নিয়মে (Random Sampling Method) কতগুলি শস্যক্ষেত্র নির্বাচিত ক'রে সেই শস্যক্ষেত্রগুলির প্রত্যেকটির থেকে একটি নির্দিষ্ট আয়তনের জমির ফসল কাটা হয়। এইভাবে কাটা প্রতিটি জমির ফসলের পরিমাণের পরিমাপ করা হয় এবং এর ভিত্তিতে একর প্রতি গড় পরিমাণ বের করা হয়। কোনো শস্যের মোট উৎপাদনের পূর্বাভাষ দিতে হ'লে এখনও অবশ্য পূর্বে উল্লিখিত সূত্রই (232 পৃষ্ঠা

দ্রষ্টব্য) অনুসরণ করা হ'য়ে থাকে। কিন্তু এককপ্রতি স্বাভাবিক ফলনের (Normal Yield) পরিমাপ ক'রতে গত দশ বৎসরের ফসলকাটার পরীক্ষা মারফৎ প্রাপ্ত ফলনের হিসাবের গড় নেওয়া হয়। অবস্থা নির্ভর উপাদান (Condition Factor) পরিমাপ করার জন্য বীজের অঙ্কুরোদ্গমের হার (Rate of Germination of Seeds), আবহাওয়ার অবস্থা (Weather Condition) এবং শস্যসংক্রান্ত আরও নানারকম খবর নিয়মিতভাবে এবং সুষ্ঠু পদ্ধতিতে সংগ্রহ করা হ'য়ে থাকে। এসব খবরাখবরের ওপর নির্ভর ক'রে যথাসাধ্য নির্ভুলভাবে অবস্থা নির্ভর উপাদানের পরিমাপ করা হ'য়ে থাকে।

চল্লিশের দশকের মাঝামাঝি সময় থেকে পশ্চিমবঙ্গে কয়েকটি প্রধান শস্যের (যেমন, আমন ও আউস ধান, পাট এবং প্রধান প্রধান রবিশস্য) ফলনের হিসাব বৈজ্ঞানিক পদ্ধতিতে নমুনা সমীক্ষা (Sample Survey)-র সহায়তায় সংগৃহীত হ'য়ে আসছে। আগে এই হিসাব ভারতীয় পরিসংখ্যান ইন্‌ষ্টিটিউট্ (Indian Statistical Institute) কর্ত্তৃক সংগৃহীত হ'তো। 1951-এর পর হ'তে পশ্চিমবঙ্গ সরকারের নিজস্ব পরিসংখ্যান ব্যুরো (State Statistical Bureau—পরবর্ত্তীকালে পরিবর্ত্তিত নাম—Bureau of Applied Economics and Statistics) এই হিসাব সংগ্রহ ক'রে আসছে।

নীচে কৃষি পরিসংখ্যান সংক্রান্ত কয়েকটি প্রধান প্রধান পত্র-পত্রিকা সম্বন্ধে আলোচনা করা হ'লো :—

(i) Indian Agricultural Statistics Vols I ও II (বার্ষিকী)—এর প্রথম খণ্ডে জমির রাজ্যভিত্তিক শ্রেণীবিভাগ দেখান হয়। এ ছাড়া বিভিন্ন শস্যের ক্ষেত্রে সেচভুক্ত জমির পরিমাণের হিসাবও পাওয়া যায়। দ্বিতীয়খণ্ডে এসব হিসাব প্রতি রাজ্যে জেলাওয়ারী পরিবেশন করা হয়।

(ii) Abstract of Agricultural Statistics (বার্ষিকী)—এতে কৃষি পরিসংখ্যান সংক্রান্ত নানাবিধ তথ্য সংক্ষেপে পরিবেশিত হয়।

(iii) Estimates of Area and Production of Principal Crops in India, Vols I and II (বার্ষিকী)—এতে দেশের প্রধান প্রধান শস্যের জমির আয়তন, উৎপাদন, ফলনের হার ইত্যাদি সম্বন্ধে রাশিতথ্য পরিবেশিত হয়।

(iv) Indian Land Revenue Statistics (বার্ষিকী)—এতে দেশের ভূমি রাজস্ব সংক্রান্ত তথ্যাদি পরিবেশিত হয়।

(v) Indian Livestock Census (পাঁচ বৎসর পরপর প্রকাশিত)—প্রতি পাঁচ বৎসর পরপর দেশের গৃহপালিত পশুদের যে গণনা হয় তার হিসাব এই সাময়িকীতে প্রকাশিত হয়। তা ছাড়া কৃষিকার্যে ব্যবহৃত যন্ত্রপাতি (Agricultural Implements)-র হিসাবও এতে সন্নিবেশিত হয়।

(vi) Indian Agricultural Prices (বার্ষিকী)—এতে দেশের বিভিন্ন কেন্দ্রের বিভিন্ন কৃষিদ্রব্য ও শস্যের পাইকারী ও খুচরো দরের হিসাব পরিবেশিত হয়। সাপ্তাহিক পত্রিকা "Bulletin of Agricultural Prices"-এ অনুরূপভাবে দরসংক্রান্ত সমসাময়িক তথ্যাদি প্রকাশিত হয়।

(vii) Agricultural Wages in India (বার্ষিকী)—এতে দেশের বিভিন্ন অঞ্চলের বিভিন্ন শ্রেণীর কৃষিশ্রমিকের মজুরী সংক্রান্ত রাশিতথ্য পরিবেশিত হয়।

(viii) Agricultural Situation in India (মাসিক)—আগে যে সব বিষয়ের উল্লেখ করা হ'য়েছে সেগুলি সংক্রান্ত রাশিতথ্য এতে প্রকাশিত হয়। তা ছাড়া কৃষিসংক্রান্ত খবরাখবর এবং প্রবন্ধও এতে প্রকাশিত হয়। এই সাময়িকীটির প্রকাশ অনেকটা নিয়মিত ভাবে হয়।

উপরোক্ত সাময়িকীগুলি ছাড়াও কয়েকটি বিশেষ বিশেষ বিষয় সম্বন্ধে নিম্নলিখিত বার্ষিকীগুলি প্রকাশিত হয়:—

(ix) Jute in India
(x) Cotton in India
(xi) Tea in India
(xii) Sugar in India
(xiii) Tobacco in India
(xiv) Oilseeds in India
(xv) Coffee in India

কেন্দ্রীয় পরিসংখ্যান সংস্থা (Central Statistical Organisation) কর্তৃক প্রকাশিত বার্ষিকী Statistical Abstract-এর কৃষি সংক্রান্ত অনেক রাশিতথ্য প্রকাশিত হ'য়ে থাকে।

পশ্চিমবঙ্গ সরকারের বিভিন্ন সাময়িকীতে এই রাজ্যের কৃষিসংক্রান্ত রাশিতথ্যাদি প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। এগুলির মধ্যে রাজ্যের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics

and Statistics) কর্তৃক প্রকাশিত নিম্নলিখিত বার্ষিকীগুলি বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য :—

(i) Estimates of Area and Production of Aman Paddy

(ii) Estimates of Area and Production of Jute and Aus

(iii) Estimates of Area and Production of some Rabi Crops

এছাড়া রাজ্যের কৃষি দপ্তর কর্তৃক প্রকাশিত Bulletin of Agricultural Prices এবং Season and Crop Report'ও এই প্রসঙ্গে উল্লেখযোগ্য।

আগেই উল্লেখ করা হ'য়েছে যে দেশের কৃষি পরিসংখ্যানসংক্রান্ত তথ্যাদির উন্নতিসাধনে ক্রমাগত প্রচেষ্টা চলছে। এ সত্ত্বেও নানাবিধ ত্রুটি এখনও রয়ে গেছে। এগুলির অন্যতম হ'লো দেরীতে তথ্য প্রকাশ করা। অধিকাংশ ক্ষেত্রেই সংগৃহীত তথ্য সময়মত প্রকাশিত হয় না। প্রকাশ ক'রতে দুতিন বৎসর বা আরো বেশী সময় লাগে। এছাড়া উন্নততর কৃষিব্যবস্থার ফলাফল সম্বন্ধে বিস্তারিত তথ্য এখনও নিয়মিতভাবে সংগৃহীত বা প্রকাশিত হয় না। সেচযুক্ত বা সেচহীন জমি (Irrigated and Non-irrigated Areas)-সমূহের ফলন ইত্যাদি সম্বন্ধে আলাদাভাবে রাশিতথ্য এখনও তেমন সুষ্ঠুভাবে সংগৃহীত হয় না। তবে বিশ্ব খাদ্য এবং কৃষি সংস্থা (Food and Agricultural Organisation, সংক্ষেপে FAO)-র পরামর্শ অনুযায়ী ভারত সরকার 1971 সাল থেকে বিশ্ব কৃষি গণনা (World Agricultural Census)-য় অংশ গ্রহণ ক'রছে। এই গণনার সাহায্যে দেশের কৃষি অর্থনীতি এবং কৃষকের অবস্থা সম্বন্ধে অনেক নতুন তথ্য জানা সম্ভব।

7.5 শিল্প সংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Industrial Statistics)

শিল্পসংক্রান্ত সরকারী পরিসংখ্যানকে দুটি প্রধানভাগে ভাগ করা যায়—(ক) বৃহৎ শিল্পসংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Statistics relating to Large Scale Manufacturing Industries) এবং (খ) ক্ষুদ্র ও কুটীর শিল্প সংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Statistics relating to Small Scale and Household Industries)। বৃহৎ শিল্প সংক্রান্ত পরিসংখ্যান অনেকটা বিস্তারিতভাবে এবং নিয়মিতভাবে প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। কিন্তু ক্ষুদ্র এবং কুটীর শিল্প-

সংক্রান্ত পরিসংখ্যান তেমন একটা নিয়মিতভাবে প্রকাশিত হয়না। নীচে এ সম্বন্ধে বিস্তারিত বর্ণনা করা হ'লো।

(ক) বৃহৎ শিল্প সংক্রান্ত পরিসংখ্যান

বর্ত্তমানে ভারতের বৃহৎ শিল্পসংক্রান্ত পরিসংখ্যানের প্রধান উৎস হ'লো কেন্দ্রীয় পরিসংখ্যান সংস্থা(C.S.O.)-র অন্তর্গত শিল্পসংক্রান্ত শাখা (Industrial Statistics Wing)। ক'লকাতায় অবস্থিত এই বিভাগ কর্ত্তৃক প্রকাশিত (1) Monthly Statistics of Production of Selected Industries in India এবং (2) Report of the Annual Survey of Industries নামক প্রকাশনা দুটোতে বহু তথ্য সন্নিবেশিত হয়। Monthly Statistics of Production of Selected Industries in India-য় মাসিক উৎপাদন সূচক (Monthly Index of Industrial Production), উৎপাদনের হিসাব (Production figures), উৎপাদন ক্ষমতার পরিসংখ্যান (Statistics on Productivity) এবং অবিক্রীত উৎপাদিত পণ্যের পরিমাণ দেখান হয়।

মাসিক উৎপাদন সূচক (ভিত্তিকাল, 1960 = 100) সঙ্কলনের জন্য 201টি উৎপাদিত দ্রব্যের (Manufactured Items) সূচক সংখ্যার ভারযুক্ত গড় নেওয়া হ'য়ে থাকে। উৎপাদিত দ্রব্যগুলির "সংযোজিত মূল্য" (Value added)-কে ভার (Weight) হিসাবে নেওয়া হ'য়ে থাকে। এভাবে নির্ণীত মাসিক সূচকগুলিকে আবার প্রতিমাসের দিনের সংখ্যার তারতম্যের জন্য এবং ঋতুজ ভেদের (Seasonal Variation) জন্য যথোপযুক্ত সংশোধিত করা হ'য়ে থাকে।

বৃহৎ শিল্পসংক্রান্ত সরকারী পরিসংখ্যানের সবচাইতে তথ্যবহুল সাময়িকী হ'লো "Report of the Annual Survey of Industries"। এটি আকারে সুবৃহৎ এবং বোধ হয় এই কারণেই এর প্রকাশে কয়েক বছর বিলম্ব হয়। এতে প্রতিটি বৃহৎ শিল্পের রাজ্যভিত্তিক কারখানার সংখ্যা, উৎপাদন, কাঁচামালের ব্যবহার, মূলধন, শ্রমিক ইত্যাদি সম্পর্কে রাশিতথ্য সন্নিবেশিত হয়। কয়েকটি বৃহৎ শিল্প, যেমন, পাট, ধাতুশিল্প ইত্যাদি সম্বন্ধে বিস্তারিত তথ্য এই সাময়িকীর অন্তর্ভুক্ত করা হয়।

এছাড়া বিভিন্ন সময়ে প্রকাশিত রিপোর্ট এবং অন্যান্য কয়েকটি সাময়িকীতেও বৃহৎ শিল্প সংক্রান্ত নানারকম রাশিতথ্য প্রকাশিত হয়। এদের মধ্যে উল্লেখযোগ্য কয়েকটির নাম নীচে দেওয়া হ'লো—

(i) Statistical Abstract of India (বার্ষিক সঙ্কলন)—ভারত সরকারের কেন্দ্রীয় পরিসংখ্যান সংস্থা (C.S.O.) কর্তৃক প্রকাশিত।

(ii) Monthly Abstract of Statistics (মাসিক)—C.S.O. কর্তৃক প্রকাশিত।

(iii) Statistics of Factories (বার্ষিক)—কেন্দ্রীয় সরকারের শ্রমিক ব্যুরো (Labour Bureau) কর্তৃক সিমলা থেকে প্রকাশিত।

(iv) Indian Trade Journal (সাপ্তাহিক)—কেন্দ্রীয় সরকারের Director General of Commercial Intelligence and Statistics কর্তৃক ক'লকাতা থেকে প্রকাশিত।

(v) Indian Textile Bulletin (মাসিক)—কেন্দ্রীয় সরকারের Textile Commissioner কর্তৃক বোম্বাই থেকে প্রকাশিত।

(vi) Monthly Bulletin of Iron and Steel Control (মাসিক)—কেন্দ্রীয় সরকারের ইস্পাত ও ভারীশিল্প মন্ত্রক (Ministry of Steel and Heavy Engineering) কর্তৃক ক'লকাতা থেকে প্রকাশিত।

(iv) Tea Statistics (বার্ষিক)—Tea Board কর্তৃক ক'লকাতা থেকে প্রকাশিত।

এছাড়া বিভিন্ন বণিক সংস্থা (Chamber of Commerce)-ও আজকাল বৃহৎ শিল্পসংক্রান্ত নানারকম তথ্য সংগ্রহ করে এবং মাঝে মাঝে এগুলিকে পুস্তকাকারে প্রকাশ ক'রে থাকে। বাণিজ্য অর্থনীতি সংক্রান্ত কয়েকটা সাময়িকপত্র—যথা, Capital, Commerce ইত্যাদি—নানাবিধ পরিসংখ্যান প্রকাশ ক'রে থাকে। J. Thomas and Co. Private Ltd. কর্তৃক প্রকাশিত Monthly Tea Review এবং Indian Jute Mills Association কর্তৃক প্রকাশিত Monthly Survey of Jute and Gunny Statistics-এর নামও এ প্রসঙ্গে উল্লেখযোগ্য।

(খ) ক্ষুদ্র ও কুটীর শিল্প সংক্রান্ত পরিসংখ্যান

1948 সালের কারখানা আইন (Factories Act, 1948) অনুযায়ী (1) যে সমস্ত কারখানা কায়িক শক্তি ভিন্ন অন্য ধরণের শক্তি (যেমন, বৈদ্যুতিক শক্তি, বাষ্পচালিত শক্তি ইত্যাদি) ব্যবহার করে এবং দশজন বা ততোধিক শ্রমিক নিয়োগ করে অথবা (2) যে সমস্ত কারখানা কায়িক শক্তি ভিন্ন অন্য কোনো প্রকার শক্তি ব্যবহার করে না কিন্তু বিশজন বা ততোধিক শ্রমিক নিযুক্ত করে—তাদের বৃহৎ শিল্প হিসাবে

চিহ্নিত করা হ'য়ে থাকে। কারখানা আইনের এক্তিয়ার বহির্ভূত কারখানাগুলিকে ক্ষুদ্র শিল্পের অন্তর্ভুক্ত করা হ'য়ে থাকে। আবার কোনো কোনো ক্ষেত্রে অনধিক 10 লাখ টাকা মূলধন সম্পন্ন এবং বাণিজ্য আধিকারিক (Director of Industry) কর্তৃক রেজিস্ট্রীকৃত কারখানাকেও ক্ষুদ্র শিল্প হিসাবে ধরা হ'য়ে থাকে। ভারতের শহর ও গ্রামে অসংখ্য ক্ষুদ্র এবং কুটীর শিল্প আছে। এদের অধিকাংশই আয়তনে খুব ছোটো। এদের সম্বন্ধে কোনো নিয়মিত পরিসংখ্যান সংগ্রহ অত্যন্ত ব্যয় এবং সময়-সাপেক্ষ। এই কারণে এধরণের পরিসংখ্যান নিয়মিতভাবে সংগ্রহ করা সাধারণতঃ সম্ভব হয় না। তবে বর্ত্তমানে আদমসুমারী (Census)-র সাথে সাথে এ সব শিল্প সম্বন্ধেও কিছু কিছু তথ্য সংগ্রহ করা হ'য়ে থাকে। 1961 সালের আদমসুমারীর রিপোর্ট (Census of India, 1961, Vol-I, Part III (iii))-এ এ ধরণের শিল্প সংস্থার সংখ্যা এবং এগুলিতে নিযুক্ত কর্মীদের সংখ্যার হিসাব দেওয়া হ'য়েছে। 1971 সালের আদম-সুমারীতেও এদের সম্বন্ধে তথ্য সংগ্রহ করা হ'য়েছে। এ ছাড়া কেন্দ্রীয় সরকারের জাতীয় নমুনা সমীক্ষা সংস্থা (National Sample Survey Organisation) 1953–54 সালের পর হ'তে মাঝে মাঝে কুটীর শিল্প সংস্থাগুলির নমুনা সমীক্ষা ক'রে এ জাতীয় শিল্প সম্বন্ধে নানাবিধ রাশিতথ্য সংগ্রহ ক'রেছে। নমুনা সমীক্ষা সংস্থার রিপোর্ট নং 19, 39, 42 এবং 94-এ এ জাতীয় রাশিতথ্য পরিবেশিত হ'য়েছে। 1968-69 সালে একটি নমুনা সমীক্ষার সাহায্যে এই সংস্থা কুটীর শিল্পের মূলধন, কর্ম সংস্থান, আয় ব্যয় এবং উৎপাদন প্রভৃতি সম্বন্ধে বিস্তারিত তথ্য সংগ্রহ ক'রেছে। পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics and Statistics) 1954 সালের পর হ'তে কয়েকটি সমীক্ষায় এই রাজ্যের ক্ষুদ্র শিল্প সংস্থাগুলি সম্পর্কে নানাবিধ মূল্যবান তথ্য সংগ্রহ ক'রেছে। এই সংস্থা কর্তৃক প্রকাশিত রিপোর্টগুলির মধ্যে নিম্নলিখিতগুলি উল্লেখযোগ্য—(i) Economic Survey of Small Industries, 1954 (জেলা ভিত্তিক) (ii) Type Study on (a) Mat, (b) Bell-metal (c) Coir প্রভৃতি ষোলটি শিল্প (1958-59) এবং (iii) Economic Survey of Small Industries, 1965 and 1966 (প্রাথমিক রিপোর্ট), (iv) Economic Survey of Small Industries (1965 and 1966)—Report on Food manufacturing Industries, (v) Economic Survey of Small Industries (1965-66), West Bengal, Summary Report এবং (vi) Results of Listing Surveys of Small Indus-

trial units employing 5 or more workers and having investment in plant and machinery not exceeding Rs. 7·5 lakhs in urban areas of West Bengal, 1969-71. পশ্চিমবঙ্গ সরকারের শিল্প অধিকার (Directorate of Industries), কিছুদিন হ'লো ক্ষুদ্র শিল্পসংক্রান্ত তথ্যপূর্ণ Directory of Small Industries প্রকাশিত ক'রেছে। এ ছাড়া Reserve Bank of India আঞ্চলিক ভিত্তিতে সমীক্ষা ক'রে ক্ষুদ্র শিল্পসংক্রান্ত কিছু কিছু তথ্য প্রকাশিত ক'রেছে।

7·6 ব্যবসা-বাণিজ্য এবং আর্থিক বিষয়াদি সংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Statistics relating to Trade and Commerce and Financial matters)

ব্যবসা-বাণিজ্য এবং আর্থিক বিষয়াদি সংক্রান্ত পরিসংখ্যানসমূহকে নিম্নলিখিতভাবে ভাগ করা যেতে পারে—(ক) বাণিজ্য সংক্রান্ত পরিসংখ্যান, (খ) ব্যাঙ্ক ও মুদ্রা সংক্রান্ত পরিসংখ্যান, (গ) রেজিষ্ট্রীকৃত কোম্পানী সংক্রান্ত পরিসংখ্যান এবং (ঘ) বীমা সংক্রান্ত পরিসংখ্যান।

(ক) বাণিজ্য সংক্রান্ত পরিসংখ্যান

ব্যণিজ্য সংক্রান্ত পরিসংখ্যানকে দুটো প্রধান ভাগে ভাগ করা যায়—(1) বিদেশী বাণিজ্য সংক্রান্ত পরিসংখ্যান এবং (2) আভ্যন্তরীণ বাণিজ্য সংক্রান্ত পরিসংখ্যান। এই দু ধরণের পরিসংখ্যানই প্রধানতঃ ভারত সরকারের Director General of Commercial Intelligence and Statistics (D. G. C. I. S.) কর্তৃক সংগৃহীত হয়। বহির্বাণিজ্য সংক্রান্ত পরিসংখ্যান প্রকাশের ব্যাপারে নিম্নলিখিত পত্র-পত্রিকাগুলির নাম উল্লেখযোগ্য :—

(i) Monthly Statistics of Foreign Trade in India, Volume I (Export) ও Volume II (Import)

এতে সমুদ্রপথে, স্থলপথে এবং বিমানযোগে ভারতীয় পণ্যের আমদানী, রপ্তানীর পরিমাণ (Quantity) এবং মূল্য (Value) সংক্রান্ত নানা রকম তথ্য পরিবেশিত হ'য়ে থাকে।

(ii) Indian Trade Journal (সাপ্তাহিক)

এতে বাণিজ্য সংক্রান্ত (বিশেষতঃ স্থল বাণিজ্য সংক্রান্ত) নানাবিধ রাশিতথ্য প্রকাশিত হ'য়ে থাকে।

(iii) Monthly Bulletin of the Reserve Bank of India

এতে বিদেশী বাণিজ্য সংক্রান্ত রাশিতথ্য, জাহাজ সংক্রান্ত রাশিতথ্য এবং আমদানী-রপ্তানী থেকে উদ্ভূত আয়-ব্যয়ের হিসাব (Balance of Payment) ইত্যাদি সন্নিবেশিত হ'য়ে থাকে।

এ ছাড়া নীচে বর্ণিত সাময়িকীগুলিতেও বহির্বাণিজ্য সংক্রান্ত নানা রকম পরিসংখ্যান পরিবেশিত হয় :—

(iv) Supplement to Monthly Statistics of Foreign Trade

(v) Customs and Excise Revenue Statement of the Indian Union

(vi) Statistics of Foreign Trade of India by Country and Currency Areas (মাসিক)

(vii) Export of Indian Artware and Sports goods (মাসিক)

আভ্যন্তরীণ বাণিজ্যের পরিসংখ্যান বহির্বাণিজ্যের মতো বিস্তারিতভাবে সংগৃহীত হয় না। তবে পাইকারী বাণিজ্য সম্বন্ধে নানাবিধ রাশিতথ্য সংগৃহীত হয়। ভারতের আভ্যন্তরীণ বাণিজ্যসংক্রান্ত রাশিতথ্য প্রধানতঃ নিম্নলিখিত সাময়িকীগুলিতে প্রকাশিত হ'য়ে থাকে :—

(i) Accounts relating to Inland (Rail and Riverborne) Trade of India (মাসিক)

এতে দেশের অভ্যন্তরে 63টি বাছাই করা পণ্যের বাণিজ্যিক লেনদেন সংক্রান্ত তথ্য পরিবেশিত হয়। এই উদ্দেশ্যে সমস্ত দেশকে ভৌগলিক দিক থেকে 36টি বাণিজ্যিক ব্লক (Trade Block)-এ ভাগ ক'রে এই ব্লকগুলির ভেতর উল্লিখিত 63টি পণ্যের চলাচল সংক্রান্ত রাশিতথ্য পরিবেশিত হয়।

(ii) Statistics of the Coasting Trade of India (মাসিক)

এতে নৌ বাণিজ্য মারফৎ দেশের আমদানী-রপ্তানীর পরিসংখ্যান পরিবেশিত হয়।

(iii) Statistics of Maritime Navigation of India (মাসিক)

এতে জাহাজ সংক্রান্ত পরিসংখ্যান পরিবেশিত হ'য়ে থাকে।

(খ) ব্যাঙ্ক ও মুদ্রা সংক্রান্ত পরিসংখ্যান

এ সব পরিসংখ্যান প্রধানতঃ Reserve Bank of India-র নিম্নলিখিত সাময়িকীগুলিতে পরিবেশিত হয় :—

(i) Report on Currency and Finance (বার্ষিকী)

(ii) Monthly Bulletin of the Reserve Bank of India এবং Weekly Supplement to the Monthly Bulletin

(iii) Statistical Tables relating to Banks in India (বার্ষিকী)

(iv) Trends and Progress of Banking in India (বার্ষিকী) —বর্তমানে এই প্রকাশনটি বন্ধ আছে।

এগুলিতে বাজারে চালু থাকা মুদ্রার পরিমাণ, ব্যাঙ্কের আমানত, কেন্দ্রীয় ও রাজ্য সরকারের আমানত, দাদন, অগ্রিম, চেক ক্লিয়ারেন্স (Cheque Clearance) ইত্যাদি সম্পর্কে খবর পরিবেশিত হয়।

(গ) রেজিষ্ট্রীকৃত কোম্পানী সংক্রান্ত পরিসংখ্যান

কেন্দ্রীয় সরকারের অর্থ মন্ত্রণালয় (Finance Ministry)-এর অধীন Company Law Administration দপ্তরের ত্রৈমাসিক Blue Book on Joint Companies-এ কোম্পানীর সংখ্যা, বন্ধ হওয়া কোম্পানীর সংখ্যা, মূলধনের পরিমাণ (Paid up Capital) প্রভৃতি সম্বন্ধে রাশিতথ্য প্রকাশিত হয়। এ ছাড়া C. S. O. কর্তৃক প্রকাশিত Statistical Abstract (বার্ষিকী)-এও এ সম্বন্ধে কিছু কিছু রাশিতথ্য প্রকাশিত হয়।

(ঘ) বীমা সংক্রান্ত পরিসংখ্যান

কেন্দ্রীয় সরকারের অর্থ মন্ত্রণালয়ের অধীন Controller of Insurance দ্বারা প্রকাশিত Indian Insurance Year Book-এ বীমাসংক্রান্ত রাশিতথ্যাদি প্রকাশিত হয়।

7·7 যানবাহন সংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Transport and Communication Statistics)

রেলপথ সংক্রান্ত নানা প্রকার রাশিতথ্য, যথা, যাত্রীসংখ্যা, আয়, ওয়াগন ভর্তি সংক্রান্ত পরিসংখ্যান ইত্যাদি রেল বোর্ড (Railway

Board) কর্তৃক প্রকাশিত মাসিক Monthly Railway Statistics-এ মোটামুটি নিয়মিতভাবে প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। এ ছাড়া প্রতি বৎসর প্রকাশিত Report on Indian Railways, Vol-I ও Vol-II-তেও রেলের পরিবহন, মাল পরিবহন, আয়, ব্যয় এবং কামরা ও ওয়াগনের সংখ্যা ইত্যাদি নানাবিধ পরিসংখ্যান পরিবেশিত হয়। C. S. O. র বার্ষিকী Statistical Abstract-এও রেল সংক্রান্ত কিছু কিছু পরিসংখ্যান পরিবেশিত হয়।

ভারতের সড়ক সংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Road Statistics) এখনও তেমন বিশদভাবে সংগৃহীত হয় না। যে সমস্ত পরিসংখ্যান পাওয়া যায় তাও সাধারণত: দু-তিন বৎসরের পুরোনো হ'য়ে থাকে। কেন্দ্রীয় সরকারের জাহাজ ও যানবাহন মন্ত্রণালয় কর্তৃক প্রকাশিত Road Facts, India (বার্ষিকী)-তে বিভিন্ন শ্রেণীর রাস্তার দৈর্ঘ্য, এ সব রাস্তা নির্মাণের এবং রক্ষণাবেক্ষণের ব্যয়, বিভিন্ন ধরণের গাড়ীর সংখ্যা, যাত্রীর সংখ্যা ইত্যাদি সম্পর্কে পরিসংখ্যান প্রকাশিত হয়ে থাকে। C. S. O. র বার্ষিকী—Statistical Abstract-এও সড়ক সংক্রান্ত কিছু কিছু রাশিতথ্য প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। পশ্চিমবঙ্গের এ জাতীয় পরিসংখ্যানের জন্য পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics and Statistics) কর্তৃক প্রকাশিত Statistical Handbook (বার্ষিকী)-এর উল্লেখ করা যেতে পারে। এতে রাজ্যের পূর্ত বিভাগ (P. W. D.)-এর কর্তৃত্বাধীন রাস্তার দৈর্ঘ্য (শ্রেণী অনুযায়ী), পৌরসভা, জেলা পরিষদ প্রভৃতি প্রতিষ্ঠান কর্তৃক সংরক্ষিত রাস্তার দৈর্ঘ্য, রাস্তায় মোটরগাড়ীর সংখ্যা ইত্যাদি দেখানো হ'য়ে থাকে।

ভারতের অসামরিক বিমান পরিবহন (Civil Aviation) সম্পর্কিত কিছু কিছু পরিসংখ্যান—যথা, যাত্রী সংখ্যা, দূরত্ব, আয়-ব্যয় ইত্যাদি—Director General of Civil Aviation কর্তৃক প্রকাশিত Monthly News Letter on Civil Aviation-এ পরিবেশিত হয়।

এ ছাড়া ভারত সরকারের Director General of Post and Telegraph কর্তৃক প্রকাশিত Annual Report of the Post and Telegraph Department-এ বিলিকৃত চিঠি, মনি অর্ডার, পার্শেল, টেলিগ্রাম প্রভৃতির সংখ্যা, মনি অর্ডারের মোট মূল্য, ষ্ট্যাম্প বিক্রীর পরিমাণ, টেলিফোন ও রেডিও সংক্রান্ত রাশিতথ্য পরিবেশিত হয়।

7·8 শ্রমসংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Labour Statistics)

ভারত সরকারের "শ্রম ব্যুরো" (Labour Bureau) বিভিন্ন আইনের সহায়তায় শ্রমসংক্রান্ত নানাধরণের পরিসংখ্যান সংগ্রহ ক'রে থাকে। এই আইনগুলির মধ্যে উল্লেখযোগ্য হ'লো Factories Act (1948), Trade Union Act (1926), Payment of Wages Act (1936), Workmen's Compensation Act (1923) ইত্যাদি। শ্রম ব্যুরো (Labour Bureau) কর্তৃক প্রকাশিত মাসিক-পত্র Indian Labour Journal-এ নিয়মিতভাবে বিভিন্ন শিল্পের কর্মী-সংখ্যা, গড় আয়, খুচরো দরের সূচক (Retail Price Index), শ্রম-বিরোধ, শ্রমিকের অনুপস্থিতি, ট্রেড ইউনিয়ন ইত্যাদি সম্পর্কে নানারকম পরিসংখ্যান প্রকাশিত হয়। এ ছাড়া শ্রম ব্যুরো কর্তৃক প্রকাশিত নিম্ন-লিখিত সাময়িক গুলিতেও শ্রমিকসংক্রান্ত বিভিন্ন পরিসংখ্যান প্রকাশিত হয় :—

(i) Indian Labour Statistics (বার্ষিকী), (ii) Statistics of Factories (বার্ষিকী), (iii) Annual Report on the Working of Indian Trade Union Act, 1926, (iv) Annual Report on the Workmen's Compensation Act, 1923

কেন্দ্রীয় পরিসংখ্যান সংস্থা (C. S. O.) কর্তৃক প্রকাশিত Statistical Abstract of India (বার্ষিকী), Monthly Abstract of Statistics, Census of Central Govt. Employees (বার্ষিকী) এবং Labour Statistics Supplement of the Annual Survey of Industries Reports-এও শ্রমসংক্রান্ত নানারকম তথ্য প্রকাশিত হয়। ভারত সরকারের Director General of Resettlement and Emp'oyment কর্তৃক প্রকাশিত Quarterly Employment Review এবং Annual Employment Review-তে চাকরী বা কর্মসংস্থান সংক্রান্ত নানাবিধ পরিসংখ্যান পরিবেশিত হয়। ভারত সরকারের Chief Inspector of Mines কর্তৃক প্রকাশিত Annual Report of the Chief Inspector of Mines in India নামক সাময়িকীতে খনি শ্রমিক সংক্রান্ত নানারকম রাশিতথ্য সন্নিবেশিত হ'য়ে থাকে।

পশ্চিমবঙ্গ সরকারের শ্রমদপ্তর (Labour Department) কর্তৃক প্রকাশিত মাসিকপত্র Labour Gazette-এ রাজ্যের শ্রমসংক্রান্ত নানাবিধ পরিসংখ্যান প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। রাজ্যের Chief Inspector of

Factories-এর বার্ষিক বিবরণীতে কারখানা শ্রমিকদের সম্বন্ধে নানারকম রাশিতথ্য প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। এ ছাড়া রাজ্যের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics and Statistics) কর্ত্তৃক প্রকাশিত Census of State Govt. Employees (বার্ষিকী), Statistical Handbook (বার্ষিকী), Statistical Abstract (বার্ষিকী) এবং Economic Review (বার্ষিকী) প্রভৃতিতে রাজ্যের কর্মসংস্থান, দরের সূচক, মজুরী ইত্যাদি সংক্রান্ত নানাবিধ পরিসংখ্যান পরিবেশিত হয়।

7·9 দর সংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Price Statistics)

সব ধরণের পরিসংখ্যানের ভেতর দর সংক্রান্ত পরিসংখ্যানই সাধারণ মানুষের কাছে বিশেষভাবে পরিচিত। বিশেষতঃ শ্রমিক এবং বিভিন্ন শ্রেণীর মধ্যবিত্ত চাকুরীজীবীদের বেতনের সাথে দ্রব্যমূল্য বৃদ্ধিজনিত মহার্ঘভাতা (Dearness Allowance)-র পরিমাণ স্থির করার জন্য ভোক্তাদের দরের সূচক (Consumer Price Index)-এর ব্যাপক ব্যবহার প্রচলিত হওয়ায় দরসংক্রান্ত পরিসংখ্যান সম্বন্ধে সাধারণ লোকের ঔৎসুক্য এবং জ্ঞান—দুইই বৃদ্ধি পেয়েছে।

দর সংক্রান্ত পরিসংখ্যানের মধ্যে সব চাইতে প্রয়োজনীয় এবং প্রচলিত হ'লো নানারকম দরের সূচকের সারি (Price Index Series)। দু-শ্রেণীর দরের সূচক বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য। যথা, (i) পাইকারী দরের সূচক (Wholesale Price Index) এবং (ii) ভোক্তাদের দরের সূচক (Consumer Price Index)—যাকে জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক (Cost of Living Index) নামেও অনেক সময় অভিহিত করা হ'য়ে থাকে।

(ক) পাইকারী দরের সূচক সংখ্যা (Index Number of Wholesale Prices)

বহুদিন ধ'রে ভারত সরকারের বাণিজ্য ও শিল্প মন্ত্রণালয়ের অর্থনৈতিক উপদেষ্টা (Economic Adviser to the Ministry of Commerce and Industry, Govt. of India) কর্ত্তৃক প্রতি সপ্তাহে ভারতের পাইকারী দরের সূচক সংখ্যা (Weekly Index Number of Wholesale Prices) নিয়মিতভাবে প্রকাশিত হ'য়ে আসছে। যে সাময়িকীতে এই সূচক প্রকাশিত হ'য়ে থাকে তাতে বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ পণ্যের পাইকারী দরও প্রকাশিত হ'য়ে থাকে।

1939 সালের আগষ্ট মাসে যে বৎসর শেষ হয় সে বৎসরকে ভিত্তিকাল (Base Year) ধ'রে প্রথমে এই সূচক তৈয়ারী করা হ'তো। এ উদ্দেশ্যে 78টি প্রধান প্রধান পণ্যের পাইকারী দর 230টি বিভিন্ন জায়গা থেকে সংগৃহীত হ'তো। এই 78টি পণ্যকে আবার 5টি প্রধান গোষ্ঠি (Major Group) এবং 18টি উপগোষ্ঠি (Sub Group)-তে ভাগ করা হ'তো। সার্বিক দরের সূচক (Overall Price Index)-টি নির্ণীত হ'তো বিভিন্ন পণ্যের আপেক্ষিক দর (Price Relative)-এর ভারযুক্ত গুণোত্তর গড় (Weighted Geometric Mean) নিয়ে। ভিত্তি-কাল (Base Period)-এ বাজারজাত বিভিন্ন পণ্যের মোট মূল্য (Value)-কে ভার (Weight) হিসাবে ধরা হ'তো। 1952-53 সালের আর্থিক বৎসরকে (অর্থাৎ যে বৎসর 1953 সালের মার্চ্চে শেষ হ'য়েছে) ভিত্তিকাল হিসেবে ধ'রে ঐ সাল থেকে পাইকারী দরের পরিবর্ত্তিত সূচক প্রচলিত করা হয়। এর জন্য 112টি বিভিন্ন পণ্যের পাইকারী দর 555টি ক্ষেত্র থেকে পাঁচটি প্রধান গোষ্ঠি (Major Group)-তে সংগ্রহের ব্যবস্থা করা হয়। বিভিন্ন পণ্যের আপেক্ষিক দরের (Price Relative) ভারযুক্ত গাণিতিক গড় (Weighted Arithmetic Mean) নিয়ে সার্বিক দরের সূচক (Overall Price Index) নির্ণীত হয়। ভিত্তিকালে (Base Period) বাজারে আসা বিভিন্ন পণ্যের মোট মূল্য (Marketed Value)-কে ভার (Weight) হিসেবে ধরা হয়।

বর্তমানে উপরোক্ত দরের সূচকের ভিত্তিকাল আর একবার পরিবর্ত্তিত ক'রে 1961-62 করা হ'য়েছে। এই পরিবর্ত্তিত সূচক 1969 সালের জুলাই-এর প্রথম সপ্তাহ থেকে নিয়মিতভাবে প্রকাশিত হ'চ্ছে। এখানে 139টি বিভিন্ন পণ্যের পাইকারী দর 774টি ক্ষেত্র থেকে সাতটি প্রধান গোষ্ঠীতে সংগ্রহ করা হয়। এখানেও বিভিন্ন পণ্যের আপেক্ষিক দরের ভারযুক্ত গাণিতিক গড় নিয়ে সার্বিক সূচকটি নির্ণয় করা হয়। ভিত্তি-কালে বাজারে আসা বিভিন্ন পণ্যের মোট মূল্যকে ভার হিসেবে ধরা হয়।

দরের সূচকটি যাতে দেশের বিভিন্ন স্থানের দরের গতির নির্দেশক হয় সে সম্বন্ধে নিশ্চিত হবার জন্য সূচকটিতে ব্যবহৃত প্রতিটি পণ্যের দর দেশের বিভিন্ন অঞ্চলের অনেকগুলি বাজার থেকে সংগ্রহ করা হ'য়ে থাকে। এসব দরের গড় নিয়ে প্রতি পণ্যের গড় দর নির্ণয় করা হ'য়ে থাকে। এর পর প্রতিটি পণ্যের চল্‌তি কালের গড় দরকে ভিত্তিকালের গড় দরের শতকরা হিসাবে প্রকাশ করা হয়। এই শতকরা

হিসাবকে নির্দিষ্ট পণ্যের আপেক্ষিক দর (Price Relative) ব'লে অভিহিত করা হয়।

পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics and Statistics) 1952-53 সালকে ভিত্তিকাল ধ'রে কলকাতার পাইকারী দরের সূচক নির্ণয় ক'রে থাকে। এখানে 88টি বিভিন্ন পণ্যের পাইকারীদর 193টি ক্ষেত্রে থেকে সংগ্রহ করা হ'য়ে থাকে। আপেক্ষিক দরের ভারযুক্ত গাণিতিক গড় নিয়ে সার্বিক সূচক নির্ণীত হয়। ভিত্তিকালে বাজারে আসা বিভিন্ন পণ্যের মোট মূল্যকে ভার হিসেবে ধরা হয়।

(খ) জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক সংখ্যা (Cost of Living Index Number) বা ভোক্তাদের দরের সূচক সংখ্যা (Consumer Price Index Number)

এ ধরণের দরের সূচক দেশের নানা জায়গা থেকে প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। সর্বভারতীয় ভিত্তিতে ভারত সরকারের শ্রম ব্যুরো (Labour Bureau, Govt. of India) কর্ত্তৃক প্রকাশিত মাসিকপত্র Indian Labour Journal-এ দেশের বিভিন্ন কেন্দ্রের শ্রমিক শ্রেণীর জীবিকা নির্ব্বাহণ ব্যয়ের সূচক প্রকাশিত হ'য়ে থাকে। শ্রম ব্যুরো কর্ত্তৃক সঙ্কলিত এবং প্রকাশিত জীবিকা নির্ব্বাহণ ব্যয়ের এই সূচকগুলি তিনটি সারি (Series)-তে প্রকাশিত হয়। (ক) প্রথম সারিটি শ্রম ব্যুরোর সারি (Labour Bureau Series) ব'লে পরিচিত। এতে 21টি কেন্দ্রের দরের সূচক প্রকাশিত হয়। (খ) দ্বিতীয় সারিটি রাজ্যের সারি (State Series) ব'লে পরিচিত। এতে 18টি কেন্দ্রের দরে সূচক প্রকাশিত হয়। এ সব দরের সূচকের ক্ষেত্রে 1949 সালকে ভিত্তিকাল ব'লে ধরা হয়। (গ) এ ছাড়া 1960 কে ভিত্তিকাল ধরে 41টি কেন্দ্রের জন্য একটি পরিবর্ত্তিত দরের সূচকও প্রকাশিত হ'য়ে থাকে।

পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics and Statistics) ক'লকাতাসহ পশ্চিমবঙ্গের 25টি কেন্দ্রের জন্য মাসিক জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক প্রস্তুত ক'রে থাকে। প্রতি কেন্দ্রে পাঁচটি বিভিন্ন ব্যয়স্তর (Expenditure Level)-এর জন্য আলাদা আলাদা সূচক প্রস্তুত করা হ'য়ে থাকে। এই ব্যয়স্তরগুলি হ'লো—(1) যে সব পরিবারের মাসিক ব্যয় 1 টাকা

থেকে 100 টাকা, (2) যে সব পরিবারের মাসিক ব্যয় 101 টাকা থেকে 200 টাকা, (3) যেসব পরিবারের মাসিক ব্যয় 201 টাকা থেকে 350 টাকা, (4) যেসব পরিবারের মাসিক ব্যয় 351 টাকা থেকে 700 টাকা এবং (5) যেসব পরিবারের মাসিক ব্যয় 701 টাকা কিংবা তার বেশী। এছাড়া ক'লকাতার জন্য প্রতি সপ্তাহে তিনটি ব্যয়স্তরে তিনটি পৃথক জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক প্রস্তুত করা হ'য়ে থাকে। এই ব্যয়স্তরগুলি হ'লো (1) যে সব পরিবারের মাসিক ব্যয় 1 টাকা থেকে 100 টাকা, (2) যেসব পরিবারের মাসিক ব্যয় 101 টাকা থেকে 200 টাকা এবং (3) যে সব পরিবারের মাসিক ব্যয় 201 টাকা থেকে 350 টাকা। আগে এসব সূচকের ভিত্তিকাল ছিলো নভেম্বর, 1950। কিন্তু পরে ভিত্তিকালের পরিবর্ত্তন করা হ'য়েছে। এখন 1960 সালকে ভিত্তিকাল হিসাবে ধরে সূচক সংখ্যা নির্ণয় করা হ'চ্ছে।

ক'লকাতা থেকে প্রকাশিত বাণিজ্য ও অর্থনীতি সংক্রান্ত সাপ্তাহিক পত্রিকা Capital-এও ক'লকাতা ও তার শিল্পাঞ্চলের জন্য সাপ্তাহিক জীবিকা নির্ব্বাহণ ব্যয়ের সূচক প্রকাশ করা হ'য়ে থাকে।

কেন্দ্রীয় শ্রম ব্যুরো এবং পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো—এই দুই সংস্থাই জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচকের ভার (Weight) নির্ণয় করার জন্য মাঝে মাঝে পারিবারিক আয় ব্যয়ক সমীক্ষা (Family Budget Enquiry) ক'রে থাকে।

পশ্চিমবঙ্গ সরকারের শ্রম দপ্তর (Labour Department) কর্ত্তৃক প্রকাশিত West Bengal Labour Gazette-এ রাজ্যের বিভিন্ন কেন্দ্রের শ্রমিক শ্রেণীর জীবিকা নির্ব্বাহন ব্যয়ের সূচক প্রকাশ করা হ'য়ে থাকে।

ওপরে উল্লিখিত সংস্থাগুলি ছাড়া আরও অনেক সরকারী এবং বেসরকারী সংস্থা দেশের বিভিন্ন ধরণের পণ্যের দর এবং দরের সূচক সঙ্কলন ক'রে থাকে। ভারত সরকারের খাদ্য এবং কৃষি মন্ত্রণালয়ের অর্থনৈতিক এবং পরিসংখ্যান অধিকর্ত্তা কর্ত্তৃক প্রকাশিত Bulletin of Agricultural Prices (সাপ্তাহিক)-এ প্রতি সপ্তাহে ভারতের বিভিন্ন নির্বাচিত কেন্দ্রের অনেকগুলি কৃষি পণ্যের পাইকারী ও খুচরো দর পরিবেশিত হয়। কেন্দ্রীয় সরকারের Director General of Commercial Intelligence and Statistics কর্ত্তৃক প্রকাশিত সাপ্তাহিক Indian Trade Journal-এ নানারকম শিল্পজাত ও ভোগ্য পণ্যের পাইকারী দর নিয়মিত ভাবে প্রকাশিত হয়।

7.10 অপরাপর বিবিধ বিষয় সংক্রান্ত পরিসংখ্যান (Miscellaneous Statistics)

(ক) শিক্ষা সংক্রান্ত পরিসংখ্যান

আমাদের দেশের শিক্ষা সংক্রান্ত পরিসংখ্যান খুব একটা সন্তোষজনক ভাবে প্রকাশিত হয় না। যা হয় তা-ও আবার বেশ কয়েক বছরের পুরোণো। তবে ভারত সরকার কর্ত্তৃক প্রকাশিত নিম্নলিখিত সাময়িকী-গুলিতে শিক্ষাসংক্রান্ত নানাবিধ রাশিতথ্য পরিবেশিত হয়—(i) Education in India, (ii) Education in Universities in India এবং (iii) Education in the States in India। এর মধ্যে (i) -নং সাময়িকীটি কেন্দ্রীয় সরকারের শিক্ষা ও যুবকৃত্যক মন্ত্রণালয় কর্ত্তৃক বার্ষিক ভিত্তিতে প্রকাশিত হয়। এতে বিভিন্ন শ্রেণীর শিক্ষায়তনের সংখ্যা, শিক্ষক ও ছাত্রের সংখ্যা, পরীক্ষার ফলাফল, শিক্ষকের বেতন, সরকারী বৃত্তি প্রভৃতি সংক্রান্ত রাশিতথ্য সন্নিবেশিত হ'য়ে থাকে। এছাড়া C.S.O-র বার্ষিকী Statistical Abstract-এ ভারতের শিক্ষাসংক্রান্ত নানাবিধ পরি-সংখ্যান পরিবেশিত হ'য়ে থাকে। লোকগণনার বিবরণী (Census Report) গুলিতে দেশের মোট অক্ষরজ্ঞান সম্পন্ন লোকের সংখ্যা এবং শিক্ষার মান অনুযায়ী জনসংখ্যার বিন্যাস ইত্যাদি সংক্রান্ত নানারকম রাশিতথ্য পরিবেশিত হ'য়ে থাকে।

পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics and Statistics) কর্ত্তৃক প্রকাশিত বার্ষিকী Statistical Hand-book-এ পশ্চিমবঙ্গের শিক্ষাসংক্রান্ত নানাবিধ রাশিতথ্য পরিবেশিত হয়।

(খ) জাতীয় আয় (National Income) ও আয়কর (Income Tax) সংক্রান্ত পরিসংখ্যান

কেন্দ্রীয় পরিসংখ্যান সংস্থা (C.S.O.) কর্ত্তৃক প্রতি বৎসর ভারতের জাতীয় আয়ের গতিপ্রকৃতি সম্বন্ধে Estimates of National Product পরিবেশিত হয়। অনুরূপভাবে পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics and Statistics) রাজ্যের আয় (State Income) সংক্রান্ত বিবরণী প্রকাশ ক'রে থাকে।

: আয়কর সংক্রান্ত রাশিতথ্য কেন্দ্রীয় সরকারের Central Board of Direct Taxes কর্তৃক প্রকাশিত All India Income Tax Statistics (বার্ষিকী) এবং Statewise Income Tax Statistics (বার্ষিকী)-এ প্রকাশিত হয়।

(গ) বিবিধ

কেন্দ্রীয় পরিসংখ্যান সংস্থা (C.S.O.) কর্তৃক প্রকাশিত Statistical Abstract, India, (বার্ষিকী) এবং Monthly Abstract of Statistics এ বহুবিধ বিষয়ের যেমন, আবহাওয়া, বিচার ও আইন, সরকারী আয় ব্যয় ইত্যাদি পরিসংখ্যান সন্নিবেশিত হ'য়ে থাকে। এসব পরিসংখ্যান সাধারণতঃ সারা ভারত সম্পর্কীয় হয়। অনুরূপভাবে পশ্চিমবঙ্গ সরকারের ফলিত অর্থনীতি এবং পরিসংখ্যান ব্যুরো (Bureau of Applied Economics and Statistics) কর্তৃক প্রকাশিত Statistical Abstract, West Bengal (বার্ষিকী) এবং Statistical Handbook (বার্ষিকী)-এ এ রাজ্যের বহুবিধ বিষয় সংক্রান্ত পরিসংখ্যান পরিবেশিত হ'য়ে থাকে।

———

দ্বিতীয় খণ্ড

প্রথম পরিচ্ছেদ

প্রভেদ বিশ্লেষণ

(Analysis of Variance)

1.1.1. ভূমিকা : অনেক সংশয় বিচারের (tests of significance) ক্ষেত্রে পূর্ণকের (population) ভেদমানের (variance) দুটি প্রাককলনী মান (estimate) নিয়োগ ক'রা হয়। সমগ্র অবেক্ষণে যে ভেদ আছে তাকে বিভিন্ন বৈশিষ্টগত উৎসে বিভক্ত ক'রার জন্য R. A. Fisher একটি বিশেষ পদ্ধতির উদ্ভাবন করেন—এর নাম প্রভেদ বিশ্লেষণ। প্রভেদ বিশ্লেষণ হ'ল পরীক্ষার গঠন প্রণালী এবং প্রাসঙ্গিক ফলাফলকে একটিমাত্র সুবিন্যস্ত সারণীতে উপস্থাপিত ক'রার একটি গাণিতিক পদ্ধতি যার ফলে প্রয়োজনীয় সংশয় বিচারের পরীক্ষা সহজেই ক'রা যায়। পরীক্ষার গঠন পদ্ধতি, পরীক্ষার ফলাফল জানার আগেই পরীক্ষাটি পরিকল্পনা ক'রার সময়েই ঠিক ক'রা হয়। এটা নির্ভর ক'রে সম্পূর্ণরূপে পরীক্ষাটির উদ্দেশ্য এবং প্রাপ্য সুযোগ সুবিধার উপর। যেমন ধরা যাক একটি কৃষিবিজ্ঞান সংক্রান্ত পরীক্ষায় কয়েক প্রকার বীজের গুণাগুণ পরীক্ষা করতে হ'বে। সেক্ষেত্রে পরীক্ষার গঠন পদ্ধতি নির্ভর ক'রবে কতগুলি বীজকে পরীক্ষা ক'রা হ'বে, প্রত্যেকটি বীজকে কতবার ক'রে পরীক্ষা ক'রা হ'বে এবং পরীক্ষাটি কিভাবে পরিকল্পনা ক'রা হ'বে তার উপর। উদাহরণ স্বরূপ ধরা যাক আমরা পশ্চিম বঙ্গের বিভিন্ন জেলায় ধানের উৎপাদন সম্পর্কে পরীক্ষা ক'রতে চাই। পাঁচ জাতের ধানের বীজ নিয়ে পরীক্ষা সুরু ক'রা হ'ল। ধানের ভাল উৎপাদন হয় এমন আটটি জেলা বেছে নেওয়া হ'ল। প্রতিটি জেলায় সমপরিমাণ জায়গায় একই পদ্ধতি অনুসরণ ক'রে পাঁচ প্রকার ধানের চাষ ক'রে তাদের উৎপাদন লক্ষ্য ক'রা হ'ল। তাহলে পাঁচ প্রকার বীজের জন্যই আমরা আটটা ক'রে অবেক্ষণ পেলাম। আমাদের স্বীকরণ অনুযায়ী একই শ্রেণীর বিভিন্ন অবেক্ষণগুলি একে অপরের থেকে পৃথক হওয়ার একমাত্র কারণ সম্ভাবনাশ্রয়ী ভ্রান্তি। এখন এই 40টা অবেক্ষণের মধ্যে যে ভেদ আছে তাকে দুটি ভাগে ভাগ ক'রে ফেলা হল। এক, বিভিন্ন শ্রেণীর গড়মানগুলির পার্থক্যহেতু যে ভেদ এবং দুই, একই শ্রেণীর মধ্যে বিভিন্ন অবেক্ষণগুলির সংগে ঐ শ্রেণীর গড় মানের পার্থক্য হেতু যে ভেদ তার

একটা সমষ্টিগত পরিমাপ। দুটি ক্ষেত্রেই পূর্ণকের ভেদমানের প্রাককলনী মান পাওয়া যাবে তাদের তুলনা ক'রে আমরা একটি সংশয় বিচারাঙ্ক পাব। এখন যদি মনে হয় যে বিভিন্ন জেলাগুলিকে সদৃশ্য ধরে নেওয়া ঠিক নয় এবং বীজগুলির মধ্যে পার্থক্য আছে কিনা তা জানতে হ'লে জেলাগুলির মধ্যে যে পার্থক্য আছে তা বাদ দেওয়া দরকার তাহ'লে আমাদের পরিকল্পনাটির একটু রদবদল করতে হ'বে। আমরা 40টি অবেক্ষণকে পাঁচ প্রকার বীজের অনুরূপ পাঁচটি সারিতে ভাগ ক'রলাম। তারপর প্রতি সারির আটটি জেলার অনুরূপ আটটি স্তম্ভে ভাগ ক'রা হ'ল। প্রতিটি জেলায় প্রতিটি বীজের জন্য ঠিক একটি ক'রে অবেক্ষণ পাওয়া গেল। এখন সমস্ত অবেক্ষণে যে ভেদ আছে তাকে তিনটি ভাগে ভাগ ক'রে ফেলা সম্ভব হ'বে। এগুলিকে তুলনা ক'রে ব'লা যেতে পারবে বীজগুলির মধ্যে পার্থক্য আছে কিনা বা বিভিন্ন জেলাগুলি সদৃশ্য কিনা। অনেক সময় দেখা যায় কোন বিশেষ জেলায় বিশেষ প্রকার ধানের উৎপাদন হয়ত ভাল। রাশিবিজ্ঞানের ভাষায় বলা যায় জেলাগুলি এবং বিভিন্ন প্রকার ধানের বীজগুলি একে অপরের অনপেক্ষ নয় এবং কোন জেলায় কোন বীজটি বপন ক'রা হ'ল তার উপর নির্ভর ক'রে পরীক্ষাটির ফলাফল। সেক্ষেত্রে প্রতিটি জেলায় অন্তত: একের অধিক অবেক্ষণ নিয়ে জেলা ও বীজগুলির যৌথক্রিয়ার ফল পরীক্ষা ক'রা হয়।

প্রভেদ বিশ্লেষণে যে পদ্ধতি অবলম্বন ক'রা হয় কয়েকটি সহজতর ক্ষেত্রে আমরা তার আলোচনা করব।

পরবর্তী অনুচ্ছেদগুলিতে আমরা বিশেষক কথাটি বারংবার ব্যবহার করব। তাই বিশেষক বলতে আমরা কি বুঝি বলা দরকার। বিশেষক বলতে আমরা বুঝব যে উপাদানগুলি সম্পর্কে আমরা পরীক্ষা চালাচ্ছি। উদাহরণ স্বরূপ, কৃষিজ গবেষণারক্ষেত্রে বিশেষক ব'লতে বুঝব যে কোন প্রকার "বীজ" অথবা "সার" অথবা "কৃষি পদ্ধতি"। এমনকি বীজ বপনের কোন উন্নত ধরণের পদ্ধতিকেও বিশেষক হিসাবে চিহ্নিত ক'রা হয়।

1.1.2. একধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ :- ধরা যাক k শ্রেণীতে বিভক্ত n সংখ্যক অবেক্ষণ আছে; যার মধ্যে i তম শ্রেণীতে অবেক্ষণের সংখ্যা হ'ল n_i. iতম শ্রেণীর jতম অবেক্ষণটির মান যদি x_{ij} হয় এবং শ্রেণীগুলিকে যদি T_1, $T_2, \ldots T_k$ হিসাবে চিহ্নিত ক'রা হয়, তাহ'লে আমরা সমস্ত অবেক্ষণগুলিকে নিচের সারণীতে বিন্যাস ক'রতে পারি।

1.1. নং সারণী

	T_1	T_2			T_k
	x_{11}	x_{21}	...	...	x_{k1}
	x_{12}	x_{22}	...	...	x_{k2}
	$\vdots$	$\vdots$			$\vdots$
	$x_{1}n_{1}$	$x_{2}n_{2}$	..	..	$x_{k}n_{k}$
মোট	$X_{1\cdot}$	$X_{2\cdot}$			$X_{k\cdot}$
গড়মান	$\bar{x}_{1\cdot}$	$\bar{x}_{2\cdot}$			$\bar{x}_{k\cdot}$

ধরা যাক, সমস্ত আবেক্ষণগুলির মোট মান G এবং সমষ্টিগত গড়মান $\bar{x}_{..}$

$$\text{তাহ'লে } \bar{x}_{i\cdot}=\frac{}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij},\ i=1,2,..k \tag{1.1}$$

$$\text{এবং } \bar{x}_{..}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\bar{x}_{i\cdot} \tag{1.2}$$

এক্ষনে, সমস্ত অবেক্ষণগুলির মোট ভেদের পরিমাণ

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x^2_{i}-n\bar{x}^2_{..} \tag{1.3}$$

এই ভেদকে আমরা নিম্নলিখিত ভাবে বিভক্ত ক'রতে পারি

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij}-\bar{x}_{i\cdot}+\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{..})^2$$

$$=\Sigma_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i\cdot})^2+\Sigma_{ij}(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{..})^2$$

$$+2\Sigma_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i\cdot})(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{..})$$

$$\text{কিন্তু } \Sigma_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i\cdot})(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{..})$$

$$=\Sigma_{i}(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{..})\Sigma_{j}(x_{ij}-\bar{x}_{i\cdot})$$

$$=0$$

যেহেতু $\sum_{j}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})=0$

অতএব, $\sum_{ij}(\bar{x}_{ij}-\bar{x}_{..})^2=\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2+\sum_{ij}(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2$

$$=\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2+\sum_{i}n_i(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2$$

আমরা যদি $\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2$ কে S^2_W লিখি এবং $\sum_{i}n_i(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2$ কে S^2_B লিখি, তাহ'লে $\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2=S^2_W+S^2_B....$ (1.4)

একটু লক্ষ্য ক'রলে বোঝা যাবে S^2_B হ'ল শ্রেণীগুলির গড়মান সমষ্টিগত গড়মান থেকে কতটা পৃথক তার একটা পরিমাপ এবং S^2_W হ'ল একই শ্রেণীর মধ্যে বিভিন্ন অবেক্ষণগুলি কতটা পৃথক তার একটা সমষ্টিগত পরিমাপ। যেহেতু একই শ্রেণীর মধ্যে অবেক্ষণগুলি কেন পৃথক তার কোন যুক্তিসংগত কারণ দেখান যায় না, তাই S^2_W কে সাধারণতঃ ভ্রান্তির পরিমাপ হিসাবে ধরা হয়।

1.1.3. ঋজু রৈখিক প্রতিরূপ এবং প্রভেদ বিশ্লেষণ পরীক্ষার স্বীকরণ : ধরা যাক i শ্রেণীর j তম অবেক্ষণটির মান x_{ij}. আমরা x_{ij}কে তিনটি অংশের যোগফল হিসাবে ধরতে পারি। প্রথম অংশ হল μ, যা প্রতিটি অবেক্ষণের মধ্যে সমপরিমাণ বিদ্যমান। দ্বিতীয় অংশ হ'ল τ_i যা iতম শ্রেণীর বিশেষ ফল অর্থাৎ iতম শ্রেণীর প্রতিটি অবেক্ষণের মধ্যে যা সমপরিমাণে আছে। আর তৃতীয় অংশ হ'ল ϵ_{ij} অর্থাৎ x_{ij} অবেক্ষণটির মধ্যে যে পরিমাণ ভ্রান্তি আছে।

সুতরাং আমরা লিখতে পারি

$$x_{ij}=\mu+\tau_i+\epsilon_{ij} \quad (1.5)$$

আমরা ধরে নিতে পারি যে μকে এমনভাবে নিয়ন্ত্রণ ক'রা হ'ল যাতে $\Sigma\tau_i=0$. আমরা আরও ধরে নিই যে ϵ_{ij} গুলি হ'ল একে অপরের অনপেক্ষ (independent) সম্ভাবনাশ্রয়ী (Random) চলক (variate) যাদের প্রত্যাশা শূন্য এবং যারা শুধু যে অন্য ϵ গুলির সংগেই অনপেক্ষ তাই নয় তারা τ_i গুলির সংগেও অনপেক্ষ। আমাদের পরীক্ষণীয় প্রকল্পটি হ'ল প্রতিটি τ_i এর মান সমান অর্থাৎ বিশেষকগুলির (treatment) মধ্যে কোন পার্থক্য নেই। বিকল্প প্রকল্পটি (Alternative hypothesis) হ'ল অন্ততঃ একটি τ_i এর মান এই সমমান হ'তে পৃথক। আমাদের পূর্বের স্বীকরণ $\Sigma\tau_i=0$ এই প্রকল্পটির সংগে যোগ করলে প্রকল্পটি দাঁড়ায়

$$H_0(\tau_1=\tau_2=..=\tau_k=0)$$

যদি আমরা আরও স্বীকার ক'রে নিই যে e_{ij}গুলি একটি নর্ম্যাল নিবেশণ মেনে চ'লে যার গড়মান 0 এবং ভেদমান σ^2 এবং যদি প্রকল্পটি সত্য হয় তাহ'লে $\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2/\sigma^2$ এর নিবেশন হ'বে χ^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে $n-1$. তাছাড়া প্রতিটি i এর জন্য $\sum_j(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2/\sigma^2$ এর নিবেশন হ'বে χ^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে n_i-1 এবং যেহেতু $i\neq i'$ হলে $\sum_j(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2/\sigma^2$ এবং $\sum_j(x_{i'j}-\bar{x}_{i'.})^2/\sigma^2$ একে অন্যের অনপেক্ষ, সুতরাং $\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2/\sigma^2$ এর নিবেশনও হ'বে χ^2 যার স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'বে $\Sigma(n_i-1)=n-k.$

এখন (1.4) নং সমীকরণ হ'তে দেখতে পাচ্ছি বামদিকটি $\chi^2\sigma^2$ নিবেশন মেনে চ'লে যার স্বাতন্ত্র্য মাত্রা $n-1$ এবং S^2_W ও $\chi^2\sigma^2$ নিবেশন মেনে চ'লে যার স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'ল $n-k$. সুতরাং S^2_W ও $\chi^2\sigma^2$ নিবেশন মেনে চ'লবে স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'বে $(n-1)-(n-k)=k-1$.

সুতরাং $F=\dfrac{S^2_B/k-1}{S^2_W/n-k}$ এর নিবেশন হ'বে F এবং স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'বে $k-1$ এবং $n-k$.

এই ফলাফলগুলিকে আমরা সংক্ষেপে একটি সারণীতে উপস্থাপিত ক'রি তাঁর নাম প্রভেদ বিশ্লেষণ সারণী।

1.2 নম্বর সারণী

একধারা শ্রেণী বিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ

প্রভেদের উৎস (Source of variation)	স্বাতন্ত্র্য মাত্রা (Degrees of freedom)	সমষ্টিবর্গ (Sum of Squares)	গড়বর্গ (Mean Squares)	F
শ্রেণীগুলির মধ্যে (Between classes)	k − 1	$S^2_B=\sum_i n_i(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2$	$s^2_B=\dfrac{S^2_B}{k-1}$	$\dfrac{s^2_B}{s^2_W}$
একই শ্রেণীর মধ্যে (Within classes)	$n-k$	$S^2_W=\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{.j})^2$	$s^2_W=\dfrac{S^2_W}{n-k}$	
মোট	$n-1$	$S.S.T=\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2$		

1.1. উদাহরণ। শিশুর ওজনের উপর বিভিন্ন শিশুখাদ্যের কতটুকু প্রভাব তা জানার জন্য আট প্রকার শিশুখাদ্যের জন্য তিন মাসে 54টি শিশুর যে পরিমাণ ওজন বৃদ্ধি হ'য়েছে তা নিচের সারণীতে দেওয়া হ'ল। প্রভেদ বিশ্লেষণ ক'রে দেখ বিভিন্ন প্রকার শিশুখাদ্যের মধ্যে বিশেষ কোন পার্থক্য আছে কিনা।

1.3 নম্বর সারণী

শিশুখাদ্যের প্রকার

	1	2	3	4	5	6	7	8
তিন মাসে বিভিন্ন শ্রেণীর শিশুখাদ্যের প্রভাবে শিশুদের ওজন বৃদ্ধির পরিমাণ	2·0	3·5	3·3	3·2	2·6	3·1	2·6	2·5
	2·8	2·8	3·6	3·3	2·6	2·9	2·2	2·4
	3·3	3·2	2·6	3·2	2·9	3·1	2·2	3·0
	3·2	3·5	3·1	2·9	2·0	2·5	2·5	1·5
	4·4	2·3	3·2	3·3	2·0		1·2	
	3·6	2·4	3·3	2·5	2·1		1·2	
	1·9	2·0	2·9	2·6				
	3·3	1·6	3·4	2·8				
	2·8		3·2					
	1·1		3·2					

এখানে $n_1=10,\ n_2=8,\ n_3=10,\ n_4=8,\ n_5=6,\ n_6=4,\ n_7=6,\ n_8=$

$\sum_j x_{1j}=28{\cdot}4,\ \sum_j x_{2j}=21{\cdot}3,\ \sum_j x_{3j}=31{\cdot}8,\ \sum_j x_{4j}=23{\cdot}8,\ \sum_j x_{5j}=14{\cdot}2,$

$\sum_i x_{6i}=11{\cdot}6,\quad \sum_i x_{7j}=11{\cdot}9,\quad \sum_i x_{8j}=9{\cdot}4,\quad G=\sum_{ij} x_{ij}=152{\cdot}4,$

$n=\sum_i n_i=56$;

সুতরাং, অসংশোধিত মোট সমষ্টিবর্গ $=\sum_{ij} x^2_{ij}=439{\cdot}40$

সংশোধন অংশ (correction factor) $= \frac{G^2}{n} = 414{\cdot}74571$

সংশোধিত মোট সমষ্টি বর্গ $= \sum_{ij}(x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 = \sum_{ij} x^2_{ij} - G^2/_n$

$= 439{\cdot}40 - 414{\cdot}74571$

$= 24{\cdot}65429$

বিশেষক (treatment) সমষ্টিবর্গ = শ্রেণীগুলির মধ্যে সমষ্টিবর্গ

$= \sum_i (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 = \sum_i \frac{X_{i.}^2}{n_i} - \frac{G^2}{n}$

$= 422{\cdot}23462 - 414{\cdot}74571$

$= 7{\cdot}48891$

অতএব ভ্রান্তি (error) সমষ্টিবর্গ = একই শ্রেণীর মধ্যে সমষ্টিবর্গ

= মোট সমষ্টিবর্গ—বিশেষক সমষ্টিবর্গ

$= 24{\cdot}65429 - 7{\cdot}48891$

$= 17{\cdot}16538$

1.4. মধ্যর সারণী

প্রভেদ বিশ্লেষণ সারণী

উৎস	স্বাতন্ত্র্যমাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F
বিশেষক	7	7·48891	1·0698	2·99*
ভ্রান্তি	48	17·16538	·3576	
মোট	55	24·65429		

এখন আমরা F-নিবেশন সারণী থেকে দেখছি $F_{7,48}$ (.05) = 2·20 এবং $F_{7,48}(1{\cdot}0) = 3{\cdot}03$

সুতরাং আমরা ব'লতে পারি যে 5% সংশয় মাত্রায় বিশেষকটি তাৎপর্যপূর্ণ এবং সেটি বোঝানর জন্য প্রভেদ বিশ্লেষণ সারণীতে আমরা যে F পেয়েছি তাকে একটি তারকা চিহ্ন দিয়ে চিহ্নিত ক'রি। সরল ভাষায় এর অর্থ দাঁড়ায় বিভিন্ন প্রকার শিশুখাদ্যের মধ্যে গুণগত পার্থক্য বিদ্যমান।

1.1.4. প্রতিটি কক্ষে একটি অবেক্ষণ যুক্ত দুইধারা শ্রেণী বিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ। একধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ ক'রার সময় আমরা ধরে নিয়েছিলাম যে প্রভেদের একটিমাত্র উৎস আছে এবং তাহ'ল বিভিন্ন শ্রেণীর মধ্যে পার্থক্য। আর এক শ্রেণীর মধ্যে যে সকল অবেক্ষণ আছে তারা হ'ল একে অপরের বহুবকৃত (replicate) যাদের মধ্যে শুধুমাত্র সম্ভাবনাশ্রয়ী পার্থক্য বর্তমান। কিন্তু অনেক সময় দেখা যায় পারিপার্শ্বিক অবস্থা এমন যে একই শ্রেণীর মধ্যে বিভিন্ন অবেক্ষণগুলির মধ্যে পার্থক্য থাকার পিছনে যুক্তি-পূর্ণ কারণ বর্তমান। এই সকল কারণে পরীক্ষাটি পরিকল্পনা ক'রার সময় আমরা ধরে নিই যে v স্তম্ভে বিভক্ত uটি সারিতে $n=uv$ সংখ্যক অবেক্ষণ আছে। অবেক্ষণগুলি এমনভাবে বিন্যস্ত আছে যাতে iতম সারি এবং jতম স্তম্ভের সংযোগস্থলে ঠিক একটি মাত্র অবেক্ষণ আছে ; $i=1, 2, \ldots u$ এবং $j=1, 2, \ldots v$. প্রতিটি সারি এবং প্রতিটি স্তম্ভের সংযোগ স্থলকে একটি কক্ষ (cell) ভাবা যেতে পারে। সুতরাং মোট $uv=n$টি কক্ষ আছে এবং প্রতিটি কক্ষে একটি ক'রে অবেক্ষন আছে।

অবেক্ষণগুলিকে আমরা নিচে যেমনভাবে দেখাচ্ছি সেভাবে সাজান যেতে পারে। স্তম্ভের শ্রেণীগুলিকে আমরা T-শ্রেণী এবং সারির শ্রেণীগুলিকে B-শ্রেণী বলব।

1.5. নম্বর সারণী

	T_1	T_2	... ...	T_v
B_1	x_{11}	x_{12}		x_{1v}
B_2	x_{21}	x_{22}		x_{2v}
⋮	⋮	⋮		
⋮	⋮	⋮		
B_u	x_{u1}	x_{u2}		x_{uv}

এক্ষনে x_{ij} হ'ল চারিটি অংশের যোগফল। প্রথম অংশ হ'ল μ, যা প্রতিটি অবেক্ষণের মধ্যে সমপরিমাণে আছে, দ্বিতীয় অংশ হ'ল β_i, iতম B-শ্রেণীর বিশেষ ফল, তৃতীয় অংশ হ'ল τ_j, jতম T-শ্রেণীর বিশেষ ফল এবং চতুর্থ অংশ হ'ল ϵ_{ij}, অবেক্ষণ ভ্রান্তি।

সুতরাং আমরা লিখতে পারি

$$x_{ij}=\mu+\beta_i+\tau_j+\epsilon_{ij} \qquad (1.6)$$

আগের মতই আমরা ধরে নিই যে μকে এমন ভাবে নিয়ন্ত্রণ ক'রা হ'য়েছে যাতে $\Sigma\beta_i=\Sigma\tau_i=0$ এবং ϵ_{ij}গুলি হ'ল একে অন্যের সংগে অনপেক্ষ সম্ভাবনাশ্রয়ী চলক যাদের প্রত্যাশা 0.

এক্ষেত্রে আমাদের পরীক্ষণীয় প্রকল্প হ'ল দুটি,

$$H_{01} \quad (\beta_1=\beta_2=\ldots=\beta u=0)$$

এবং $$H_{02} \quad (\tau_1=\tau_2=\ldots=\tau_v=0)$$

এক্ষেত্রে আমরা মোট সমষ্টি বর্গকে নিম্নলিখিত ভাবে বিভক্ত ক'রতে পারি :

$$\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2=\sum_{ij}(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})+(\bar{x}_{.j}-\bar{x}_{..})+(x_{ij}-\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{.j}+\bar{x}_{..})]^2$$

$$=\sum_{ij}(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2+\sum_{ij}(\bar{x}_{.j}-\bar{x}_{..})^2+\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{.j}+\bar{x}_{..})^2$$

(যেহেতু অন্য সব অংশগুলির মান শূন্য)

$$=v\sum_{i}(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2+v\sum_{j}(\bar{x}_{.j}-\bar{x}_{..})^2+\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{.j}+\bar{x}_{..})^2$$

এখন সারিগুলির মধ্যে প্রভেদের পরিমাণ হ'ল $S^2{}_B=v\sum_i(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2$ এবং স্তম্ভগুলির মধ্যে প্রভেদের পরিমাণ হ'ল $S^2{}_T=u\sum_j(\bar{x}_{.j}-\bar{x}_{..})^2$ আর অবশিষ্ট প্রভেদ (residual variance) হ'ল $S^2{}_E=\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{.j}+\bar{x}_{..})^2$ এখন আমরা যদি ধরে নিই যে সারি বিভাগগুলি স্তম্ভবিভাগের অনপেক্ষ তাহ'লে $\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{.j}+\bar{x}_{..})^2$ কে আমরা পরীক্ষণ ভ্রান্তি (experimental error) হিসাবে ধরে নিতে পারি।

আগের মতই আমরা যদি ধরে নিই যে ϵ_{ij} গুলি প্রত্যেকে অনপেক্ষভাবে নর্ম্যাল নিবেশন মেনে চ'লে যাদের গড়মান হ'ল শূন্য আর ভেদমান σ^2 তাহ'লে $S.S.T.=\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{.})^2/\sigma^2$ এর নিবেশন হ'বে

x^2 যার স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'বে $n-1$. আবার $\bar{x}_{i.}$ এর নিবেশন হ'বে নর্ম্যাল যার ভেদমান হ'ল σ^2/v. সুতরাং $S^2_B = v\sum_i(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2/\sigma^2$ এর নিবেশন হ'বে x^2 যার স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'বে $u-1$ তদ্রূপ $\frac{S^2_T}{\sigma^2}$ এর নিবেশনও x^2 যার স্বাতন্ত্র্য মাত্রা $v-1$. সুতরাং S^2_E/σ^2 এর নিবেশন হ'বে x^2 যার স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'বে $uv-1-(u-1)-(v-1)=(u-1)(v-1)$.

নিম্নের সারণীতে প্রভেদ বিশ্লেষণ দেখান হ'চ্ছে।

1.6. মধ্বর সারণী

প্রভেদের উৎস	স্বাতন্ত্র্যমাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F
সারি	$u-1$	$S^2_B = v\sum_i(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2$	$s^2_B = \frac{S^2_B}{u-1}$	$F_1 = \frac{s^2_B}{s^2_E}$
স্তম্ভ	$v-1$	$S^2_T = u\sum_j(\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2$	$s^2_T = \frac{S^2_T}{v-1}$	$F_2 = \frac{s^2_T}{s^2_E}$
ভ্রান্তি	$(u-1)(v-1)$	$S^2_E = *$	$s^2_E = \frac{S^2_E}{(u-1)(v-1)}$	
মোট	$uv-1$	$S.S.T. = \sum_{ij} x(_{ij} - \bar{x}_{..})^2$		

* বিয়োগ ফল হিসাবে পাওয়া যাবে।

প্রথম প্রকল্পটি অর্থাৎ $H_{01}(\beta_1=\beta_2=\ldots=\beta u=0)$ যদি সত্য হয়, তাহলে F_1 এর নিবেশন হ'বে F যার স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'বে $u-1$, $(u-1)$ $(v-1)$. অনুরূপ ভাবে F_2 এর নিবেশন হ'বে F যার স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'বে $v-1$, $(u-1)$ $(v-1)$.

1.2. উদাহরণ। একজন ফ্যাক্টরী ম্যানেজার কতকগুলি মেশিন কিনতে চান। চারটি কোম্পানী এই মেশিনগুলি তৈরী ক'রে। একটি মেশিন চালাবার জন্য একজন মাত্র লোক দরকার হয়। কোন মেশিনের উৎপাদন ক্ষমতা বেশী তা জানার জন্য চারটি কোম্পানীর চারটি মেশিন

নেওয়া হ'ল। এগুলিকে 1,2,3 এবং 4 এইভাবে নম্বর দেওয়া হ'ল। তারপর কারখানার পাঁচজন শ্রমিককে নির্বাচন ক'রা হ'ল। এই পাঁচজন শ্রমিককে 1 থেকে 5 এই পাঁচটি নম্বর দেওয়া হ'ল যেহেতু পাঁচজনের কর্মদক্ষতা এক নাও হ'তে পারে সেজন্য পাঁচজন লোকের প্রত্যেককে একদিন ক'রে একটি মেশিনে কাজ ক'রতে দেওয়া হ'ল। ক'বে কোন লোক কোন মেশিনে কাজ ক'রবে তা সম-সম্ভব পদ্ধতিতে স্থির ক'রা হ'ল। প্রদত্ত উপাত্তটি হ'ল প্রতিটি মেশিনের উৎপাদনের পরিমাণ (কেজির হিসাবে) উপাত্তটি বিশ্লেষণ ক'র।

1.7. নম্বর সারণী

মেশিন ব্যবহারকারী শ্রমিকের ক্রমিক নম্বর

মেশিনের নম্বর	1	2	3	4	5	মোট
1	22·3	21·8	19·7	21·2	20·0	105·0
2	18·3	18·4	18·5	21·5	17·3	94·0
3	17·2	17·2	17·9	18·8	16·7	87·4
4	14·9	12·6	13·1	14·4	12·4	67·4
মোট	72·7	70·0	69·2	75·9	66·4	354·2

$$\text{সংশোধন অংশ} = \frac{(354\cdot2)^2}{20} = 6272\cdot882$$

$$\text{মেশিন সমষ্টিবর্গ} = \frac{(105\cdot0)^2}{5} + \frac{(94\cdot0)^2}{5} + \frac{(87\cdot8)^2}{5} + \frac{(67\cdot4)^2}{20} - \frac{(354\cdot2)}{20}$$

$$= 149\cdot638$$

$$\text{শ্রমিক সমষ্টিবর্গ} = \frac{(72\cdot7)^2}{4} + \frac{(70\cdot0)^2}{4} + \frac{(69\cdot2)^2}{4} + \frac{(75\cdot9)^2}{4} + \frac{(66\cdot4)^2}{4} - \frac{(354\cdot2)^2}{20}$$

$$= 13\cdot043$$

1.8. নম্বর সারণী

উৎস	স্বাতন্ত্র্য মাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F
শ্রমিক	4	13·043	3·26	4·05*
মেশিন	3	149·638	49·87	61·95**
ভ্রান্তি	12	9·657	·805	
মোট	19	172·338		

F-নিবেশন সারণীতে $F_{4,12}(\cdot01)=5\cdot41$, $F_{4,12}(\cdot05)=3\cdot26$
এবং $F_{3,12}(\cdot01)=5\cdot95$, $F_{3,12}(\cdot05)=3\cdot49$

সুতরাং বোঝা যাচ্ছে মেশিনগুলির মধ্যে বেশ তাৎপর্যপূর্ণ পার্থক্য বর্তমান। শ্রমিকদের মধ্যেও যে পার্থক্য আছে তার প্রমাণ শ্রমিক-জনিত সমষ্টিবর্গ 5% সংশয় মাত্রায় তাৎপর্য পূর্ণ।

1.1.5. প্রতিটি কক্ষে $m(>1)$ অবেক্ষণযুক্ত দুইধারা শ্রেণীবিভাজী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ। আগের অনুচ্ছেদে আমরা ধরে নিয়েছিলাম যে প্রতিটি কক্ষে একটি ক'রে অবেক্ষণ আছে এবং আমাদের স্বীকরণ ছিল সারি বিভাগগুলি স্তম্ভ বিভাগের অনপেক্ষ। কিন্তু যদি প্রতিটিকক্ষে $m(>1)$টি ক'রে অবেক্ষণ থাকে এবং সারি বিভাগগুলি স্তম্ভ বিভাগের অনপেক্ষ এই স্বীকরণ যদি যুক্তিসঙ্গত না হয় তাহ'লে উপাত্তের বিশ্লেষণ খুবই জটিল

হ'বে। ধরা যাক (i, j) তম কক্ষের অবেক্ষণগুলি হ'ল $x_{ij1}, x_{ij2} \ldots x_{ijm}$ এক্ষনে iতম B-শ্রেণী এবং j তম T-শ্রেণীর kতম অবেক্ষণটির আমরা নিম্নরূপ গাণিতিক প্রতিরূপ দিতে পারি :

$$x_{ijk} = \mu + \beta_i + \tau_j + \gamma_{ij} + \epsilon_{ijk} \qquad (1 \cdot 7)$$

যেখানে μ অংশটি সমস্ত অবেক্ষণগুলির মধ্যে সপরিমাণে আছে, β_i হ'ল iতম B-শ্রেণীর বিশেষ ফল, τ_j হ'ল jতম T-শ্রেণীর বিশেষ ফল এবং γ_{ij} হ'ল iতম B-শ্রেণী এবং jতম T-শ্রেণীর যৌথক্রিয়া ফল (Interaction effect); ϵ_{ijk} আগের মতই অবেক্ষণ ভ্রান্তি।

আগের মতই আমরা ধরে নিচ্ছি

$$\sum_i \beta_i = \sum_j \tau_j = \sum_i \gamma_{ij} = \sum_j \gamma_{ij} = 0 \qquad (1 \cdot 8)$$

এখানে আমাদের পরীক্ষনীয় প্রকল্প হ'ল তিনটি

$$H_{01} : \quad (\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_u = 0)$$

$$H_{02} : \quad (\tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_v = 0)$$

আর H_{03} : ($\gamma_{ij} = 0$ সব i এবং সব j এর জন্য)

আগের অনুচ্ছেদের সংগে তুলনা ক'রলে দেখা যাবে কক্ষগুলিতে অবেক্ষণের সংখ্যা একের অধিক হওয়ায় তৃতীয় প্রকল্পটি নতুন এসেছে। এই প্রকল্পটি যদি সত্য প্রমাণিত হয় তাহ'লে ধরে নেওয়া যেতে পারে সারি শ্রেণী বিভাগগুলি স্তম্ভ শ্রেণী বিভাগগুলির অনপেক্ষ।

আগের মতই মোট ভেদকে আমরা নিম্নলিখিতভাবে বিভক্ত ক'রতে পারি :

$$\sum_{ijk} (x_{ijk} - \bar{x}_{\ldots})^2 = \sum_{ijk} (x_{ijk} - \bar{x}_{ij.} + \bar{x}_{ij.} - \bar{x}_{i..} - \bar{x}_{.j.} + \bar{x}_{\ldots} + \bar{x}_{i..} - \bar{x}_{\ldots} + \bar{x}_{.j.} - \bar{y}_{\ldots})^2$$

$$= \sum_{ijk} (x_{ijk} - \bar{x}_{ij.})^2 + \sum_{ijk} (\bar{x}_{ij.} - \bar{x}_{i..} - \bar{x}_{.j.} + \bar{x}_{\ldots})^2 + \sum_{ijk} (\bar{x}_{i..} - \bar{x}_{\ldots}) + \sum_{ijk} (\bar{x}_{.j.} - \bar{x}_{\ldots})^2$$

$$= \sum_{ijk} (x_{ijk} - \bar{x}_{ij.})^2 + m \sum_{ij} (\bar{x}_{ij.} - \bar{x}_{i..} - \bar{x}_{.j} + \bar{x}_{\ldots})^2 + mv \sum_i (\bar{x}_{i..} - \bar{x}_{\ldots})^2 + mu \sum_j (\bar{x}_{.j.} - \bar{x}_{\ldots})^2 \qquad (1 \cdot 9)$$

$$= S^2_E + S^2_{B \times T} + S^2_B + S^2_T$$

যেখানে, $S^2_E = \sum_{ijk}(x_{ijk} - \bar{x}_{ij.})^2$

$$S^2_{BXT} = m\sum_{ij}(\bar{x}_{ij.} - \bar{x}_{i..} - \bar{x}_{.j.} + \bar{x}_{...})^2$$

$$S^2_B = mv\sum_i(\bar{x}_{i..} - \bar{x}_{...})^2$$

এবং $S^2_T = mu\sum_j(\bar{x}_{.j.} - \bar{x}_{...})^2$

আগের মতই আমরা ধরে নিতে পারি যে e_{ijk} গুলি প্রত্যেকে নর্ম্যাল নিবেশন মেনে চ'লে যাদের গড়মান 0 এবং ভেদমান σ^2. এক্ষনে $S.S.T./\sigma^2 = \sum_{ijk}(x_{ijk} - \bar{x}_{...})^2/\sigma^2$ এর নিবেশন হ'ল x^2 যার স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'ল $muv - 1$; আবার $\bar{x}_{i..}$এর নিবেশন হ'ল নর্ম্যাল যার ভেদমান হ'ল σ^2/mv , সুতরাং $mv\sum_i(\bar{x}_{i..} - \bar{x}_{...})^2/\sigma^2$ এর নিবেশন হ'বে x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে $u - 1$. তদ্রূপ $mu\sum_j(\bar{x}_{.j.} - \bar{x}_{...})^2/\sigma^2$ এর নিবেশন হবে x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে $v - 1$. আবার x_{ijk}-এর নিবেশন হ'ল নর্ম্যাল, সুতরাং $\sum^{m}(x_{ijk} - \bar{x}_{ij.})^2/\sigma^2$-এর নিবেশন হ'বে x^2 যার স্বাতন্ত্র্য-মাত্রা হ'বে $(m - 1)$. অতএব $\sum_{ijk}(x_{ijk} - \bar{x}_{ij.})^2/\sigma^2$ এর নিবেশন হবে x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে $uv(m - 1)$. সুতরাং $S^2_{B\times T}/\sigma^2$ এর নিবেশন হ'বে x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে $(muv - 1) - (u - 1) - (v - 1) - uv(m - 1) = (u - 1)\ (v - 1)$,

অতএব যদি H_{03} প্রকল্পটি সত্য হয় তাহলে

$$F_3 = \frac{S^2_{B\times T}/\{(u-1)(v-1)\}}{S^2_E/\{uv(m-1)\}}$$

এর নিবেশন হ'বে F যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে $(u - 1)(v - 1)$ এবং $\{uv(m - 1)\}$. যদি H_{03} প্রকল্পটি বর্জিত হয় তাহ'লে H_{01} এবং H_{02} এই প্রকল্পদুটি পরীক্ষা ক'রা অর্থহীন।

সুতরাং যদি H_{03} প্রকল্পটি বর্জন ক'রার মত কোন কারণ না থাকে তাহ'লে

$$F_1 = \frac{S^2_B/(u-1)}{S^2_E/\{uv(m-1)\}}$$

এর সাহায্যে আমরা H_{01} প্রকল্পটি পরীক্ষা ক'রতে পারি যার নিবেশন হ'বে F এবং স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে $(u-1)$, $uv(m-1)$

অনুরূপভাবে $$F_2 = \frac{S^2_T/(v-1)}{S^2_E/\{uv(m-1)\}}$$

এর সাহায্যে আমরা H_{02} প্রকল্পটি পরীক্ষা ক'রতে পারি যার নিবেশন হ'ল $F_{v-1},\ uv(m-1)$.

1.9. নক্সার সারণী

প্রভেদ বিশ্লেষণ

প্রভেদের উৎস	স্বাতন্ত্র্য-মাত্রা	সমষ্টি বর্গ	গড়বর্গ	F-অনুপাত
B-শ্রেণী	$u-1$	S^2_B	$s^2_B = S^2_B/(u-1)$	$F_1 = s^2_B/s^2_E$
T-শ্রেণী	$v-1$	S^2_T	$s^2_T = S^2_T/(v-1)$	$F_2 = s^2_T/s^2_E$
$B \times T$	$(u-1)(v-1)$	$S^2_{B\times T}$	$s^2_{B\times T} = S^2_{B\times T}/(u-1)(v-1)$	$F_3 = s^2_{B\times T}/s^2_E$
ভ্রান্তি	$uv(m-1)$	S^2_E	$s^2_E = S^2_E/uv(m-1)$	
মোট	$uvm-1$	S.S.T.		

1.3. উদাহরণ। নিচের সারণীতে বালির মধ্যে প্রোটিনের পরিমাণ সম্পর্কিত একটি সমীক্ষার উপাত্ত দেওয়া আছে। বালির বিভিন্ন শ্রেণী-

গুলিকে *T*-শ্রেণী বিভাগের দ্বারা চিহ্নিত ক'রা হয়েছে। আর মুখ্য বালি উৎপাদক দুটি সংস্থাকে *B*-শ্রেণী বিভাগ দ্বারা চিহ্নিত ক'রা হ'য়েছে। উপাত্তটির বিশ্লেষণ ক'র।

1.10. নম্বর সারণী

T \ B	B_1		B_2	
1	11·44,	11·18	11·22,	11·00
2	10·12,	9·78	9·54,	9·42
3	10·59,	10·64	9·98,	10·08
4	10·55,	10·39	10·67,	10·87
5	9·90,	9·85	10·06,	10·21
6	12·29,	12·45	12·10,	11·89
7	10·88,	11·30	11·26,	10·83
8	9·57,	9·74	9·44,	9·61

1.11. নম্বর সারণী

নিচের সারণীতে বিভিন্ন কক্ষের মধ্যে অবেক্ষণগুলির যোগফল এবং প্রান্তিক যোগফলগুলি দেখান হ'ল।

T	B_1	B_2	প্রান্তিক যোগফল ($T_{i..}$)
T_1	22·62	22·22	44·84
T_2	19·90	18·96	38·86
T_3	21·23	20·06	41·29
T_4	20·94	21·54	42·48
T_5	19·75	20·27	40·02
T_6	24·74	23·99	48·73
T_7	22·18	22·09	44·27
T_8	19·32	19·04	38·36
প্রান্তিক $T_{.j.}$ যোগফল	170·68	168·17	338·85

$$\text{সংশোধন অংশ} = \frac{G^2}{muv} = 3588 \cdot 1030$$

অসংশোধিত মোট সমষ্টিবর্গ = 3631·9971

অতএব সংশোধিত মোট সমষ্টিবর্গ = 3631·9971 — 3588·1030

= 43·8941

$$T\text{–শ্রেণীর সমষ্টিবর্গ} = \sum_{i=1}^{8} \frac{T_{i..}^2}{4} - \frac{(338 \cdot 85)^2}{32}$$

= 20·9030

$$B\text{–শ্রেণীর সমষ্টিবর্গ} = \sum_{j} \frac{T_{.j.}^2}{16} - \frac{(338 \cdot 85)}{32}$$

= ·1977

$$B \times T \text{ এর সমষ্টিবর্গ} = S^2_{BXT} = \sum_{ij} \frac{T_{.ij.}^2}{m} - \sum_{i} \frac{T^2_{i..}}{vm} - \sum_{i} \frac{T^2_{.j.}}{um} + \frac{G^2}{n}$$

(যেখানে $T_{ij.}$ হ'ল (i,j)-তম কক্ষের মোট উৎপাদন)

= 1·1354

অতএব ভ্রান্তি সমষ্টিবর্গ = 21·6580

1.12. নজর সারণী

প্রভেদ বিশ্লেষণ

উৎস	স্বাতন্ত্র্যমাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F	F-সারণী থেকে F-এর মান 5%	1%
B-শ্রেণী	1	·1977	·1977	·15	4·49	8·53
T-শ্রেণী	7	20·9030	2·9433	2·18	2·66	4·03
$B \times T$	7	1·1354	·1622	·12	2·66	4·03
ভ্রান্তি	16	21·6580	1·3536			
মোট	31	43·8941				

অতএব দেখা যাচ্ছে B-শ্রেণী বিভাগ, T-শ্রেণীবিভাগ অথবা তাদের যৌথক্রিয়াফল কোনটিই তাৎপর্য পূর্ণ নয়।

সহভেদমান বিশ্লেষণ
(Analysis and Covariance)

1.2.1. ভূমিকা। পূর্ববর্তী অনুচ্ছেদগুলিতে আমাদের দৃষ্টিনিবদ্ধ ছিল একটিমাত্র চলকে। যদি অন্য কোন চলক থেকে থাকে তাহ'লে আমরা ধরে নিয়েছিলাম যে তার জন্য পৃথক ভাবে প্রভেদ বিশ্লেষণ ক'রতে হ'বে। কিন্তু ক্রমে ক্রমে আমরা এমন একটি জটিল গাণিতিক প্রতিরূপ উদ্ভাবন ক'রতে পেরেছি যাতে পরীক্ষণী ভ্রান্তির অন্য কোন উৎস থাকলে তাকে দূর ক'রাও আমাদের পক্ষে সম্ভব হ'বে। একটি উদাহরণের সাহায্যে আমরা আমাদের বক্তব্য পরিস্ফুট ক'রার চেষ্টা ক'রছি। ধরা যাক আমরা k-শ্রেণীর (প্রকার) শিশুখাদ্যের গুণাগুণ পরীক্ষা ক'রতে চাই। গুণাবত্তার সূচক হিসাবে আমরা একমাসে শিশুর কত ওজন বৃদ্ধি হ'য়েছে তার পরিমাণ নিলাম। ধরাযাক, iতম শ্রেণীর jতম শিশুটির ওজন বৃদ্ধির পরিমাণ হ'ল y_{ij}. আমরা সকলেই জানি iতম শ্রেণীর jতম শিশুটির ওজন বৃদ্ধির পরিমাণ নির্ভর ক'রবে iতম শ্রেণীর jতম শিশুটির প্রারম্ভিক ওজন কতছিল তার উপর। এক্ষনে ঐ শিশুটির প্রারম্ভিক ওজন যদি x_{ij} হয়, তাহ'লে y_{ij} এর উপর x_{ij} যে প্রভাব বিস্তার ক'রে তা দূর ক'রতে পারলে আমাদের পরীক্ষাটি আরও শক্তিশালী হ'বে।

1.2.2. একধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের সহভেদমান বিশ্লেষণ। ধরা যাক একধারা শ্রেণীবিন্যাসের প্রতিটি শ্রেণীতে ক'য়েক জোড়া ক'রে অবেক্ষণ আছে। iতম শ্রেণীর jতম অবেক্ষণ জোড়াটি হ'ল (y_{ij}, x_{ij}). ধরা যাক y_{ij} গুলি প্রত্যেকে নর্ম্যাল নিবেশন মেনে চ'লে যার ভেদমান σ^2 আর সরল নির্ভর অপেক্ষক (linear regression function) হ'ল $\alpha_i + \beta_i x_{ij}$. (1.10)

iতম শ্রেণী হ'তে উদ্ভূত সরল নির্ভর রেখা হ'তে প্রভেদের সমষ্টিবর্গ (Sum of squares of deviations) হ'ল,

$$\sum_j (y_{ij} - \alpha_i - \beta_i x_{ij})^2 = \sum_j (y_{ij} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_i x_{ij})^2$$
$$+ (\hat{\beta}_i - \beta_i)^2 \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2$$
$$+ n_i(\bar{y}_{i.} - \alpha_i - \beta_i \bar{x}_{i.})^2 \qquad (1.11)$$

$$\text{যেখানে } \hat{\beta}_i = \frac{\sum\limits_j (y_{ij}-\bar{y}_{i.})(x_{ij}-\bar{x}_{i.})}{\sum\limits_j (x_{ij}-\bar{x}_{i.})} \tag{1.12}$$

$$\text{এবং } \hat{\alpha}_i = \bar{y}_{i.} - \hat{\beta}_i \bar{x}_{i.} \tag{1.13}$$

(1.11) নং সমীকরণের ডান দিকের সমষ্টিগুলির মধ্যে $\sum\limits_j (y_{ij}-\hat{\alpha}_i-\hat{\beta}_i x_{ij})^2 / \sigma^2$ এর নিবেশন হ'ল x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'ল (n_i-2), $(\hat{\beta}_i-\beta_i)^2 \sum\limits_i (x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2/\sigma^2$ এর নিবেশন হ'ল x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'ল 1 এবং $n_i(\bar{y}_{i.}-\alpha_i-\beta_i\bar{x}_{i.})^2/\sigma^2$ এর নিবেশন হ'ল x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'ল 1.

iএর বিভিন্নমানের জন্য এই সমীকরণগুলিকে যদি যোগ ক'রা যায় তাহ'লে,

$$\sum_{ij} (y_{ij}-\alpha_i-\beta_i\ x_{ij})^2 = \sum_{ij} (y_{ij}-\hat{\alpha}_i-\hat{\beta}_i\ x_{ij})^2 + \sum_{ij} (\hat{\beta}_i-\beta_i)^2 (x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2$$
$$+\sum_i n_i(\bar{y}_{i.}-\alpha_i-\beta_i\ \bar{x}_{i.})^2 \tag{1·14}$$

স্পষ্টতঃ এটা হ'ল বিভিন্ন নির্ভরণ সরলরেখা থেকে প্রভেদের জন্য উদ্ভূত মোট সমষ্টিবর্গের তিনটি অংশে বিভাজন। σ^2 দিয়ে ভাগ ক'রার পর এর প্রথমটির নিবেশন হ'বে x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে $\sum\limits_i (n_i-2)$, দ্বিতীয় অংশটির নিবেশন হ'বে x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'ল k এবং তৃতীয়টির নিবেশন হ'ল x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'ল k.

এক্ষনে আমরা প্রথম যে প্রকল্পটি পরীক্ষা ক'রব তাহ'ল প্রতিটি সরলরেখার ঢল (slope) সমান। এর জন্য আমরা প্রথমে লিখছি

$$\beta_i = \beta + \gamma_i \tag{1.15}$$

সুতরাং আমাদের প্রকল্পটি দাঁড়াল $H_0(\gamma=0)$ (1·16)

আমরা এরপর আমাদের দৃষ্টি নিবদ্ধ ক'রব (1.14) নং সমীকরণের ডানদিকের মাঝের অংশটির উপর। এই অংশটিকে আমরা নিম্নলিখিত ভাবে দুটি অংশে ভেঙ্গে ফেলতে পারি :

$$\sum_{ij} (\hat{\beta}_i-\beta_i)^2 (x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2 = \sum_{ij} (\hat{\beta}_i-\gamma_i-\hat{\beta})^2 (x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2$$
$$+(\hat{\beta}-\beta)^2 \sum_{ij} (x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2 \tag{1.17}$$

$\hat{\beta}$ এবং $\bar{\beta}$র মান হ'ল যথাক্রমে,

$$\hat{\beta}=\frac{\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2\ \hat{\beta}_i}{\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2} \tag{1.18}$$

$$\text{এবং }\ \bar{\beta}=\frac{\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2\ \beta_i}{\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2} \tag{1.19}$$

এক্ষনে $\hat{\beta}_i$ এর নিবেশন হ'ল নর্ম্যাল যার গড়মান হ'ল β_i এবং ভেদমান হ'ল $\sigma^2/\sum_j(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2$.

আমরা জানি $x_1, x_2, \ldots, x_n$ প্রত্যেকে যদি অনপেক্ষ ভাবে নর্ম্যাল নিবেশন মেনে চ'লে যাদের গড়মান একই কিন্তু ভেদমানগুলি হ'ল $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_n^2$ তাহ'লে $u=\frac{\Sigma x_i/\sigma_i^2}{\sum\frac{1}{\sigma_i^2}}$ এবং $v=\Sigma(x_i-u)^2/\sigma_i^2$ এর নিবেশন হ'বে একে অপরের অনপেক্ষ এবং u এর নিবেশন হ'বে নর্ম্যাল আর v এর নিবেশন হ'বে χ^2 যার স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'বে $n-1$.

সুতরাং $\sum_{ij}(\hat{\beta}_i-\gamma_i-\beta)^2(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2/\sigma^2$ এর নিবেশন হ'বে χ^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে $k-1$ এবং $(\hat{\beta}-\beta)^2\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2/\sigma^2$, এর নিবেশন হ'বে χ^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা 1. এক্ষনে আমাদের মুখ্য প্রকল্পটি $H_0(\gamma_i=0)$ যদি সত্য হয় তাহ'লে

$$F=\frac{\sum_{ij}(\hat{\beta}_i-\gamma_i-\hat{\beta})^2(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2/(k-1)}{\sum_{ij}(y_{ij}-\hat{\alpha}_i-\hat{\beta}_i\, x_{ij})^2/\sum_i(n_i-2)} \tag{1.20}$$

এর নিবেশন হ'বে F যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে $k-1$ এবং $\Sigma(n_i-2)$.
অনুরূপ ভাবে $H(\beta=0)$ প্রকল্পটি যদি সত্য হয়, তাহ'লে

$$F=\frac{\sum_{ij}(\hat{\beta}-\beta)^2(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2}{\sum_{ij}(y_{ij}-\hat{\alpha}_i-\hat{\beta}_i\ x_{ij})^2/\sum_i(n_i-2)} \tag{1.21}$$

এর নিবেশন হ'বে $F_{1,\ n-2k}$.

তারপর (1.14) নং সমীকরণের তৃতীয় অংশটির উপর দৃষ্টি নিবদ্ধ ক'রা যাক। প্রতিটি β_i এর মান যদি শূন্য হয় তাহ'লে অবিলম্বে আমরা আগের মত $H(\alpha_1=\alpha_2=\ldots=\alpha_k)$ এই প্রকল্পটির পরীক্ষা করতে পারি। (একধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণের সাহায্যে), β_i গুলির মান যদি শূন্য নাও হয়, কিন্তু তাদের প্রত্যেকের মান যদি সমান হয়, আমরা $H(\alpha_1=\alpha_2=\ldots=\alpha_k)$ এই প্রকল্পটি পরীক্ষা ক'রতে পারি। এক্ষেত্রে আমাদের মুখ্য প্রকল্পটি দাঁড়াবে

$$E(\bar{y}_{i\cdot})=\alpha+\beta'\bar{x}_{i\cdot} \tag{1.22}$$

আমরা যদি $(\alpha_i-\alpha)+(\beta_i-\beta')\bar{x}_{i\cdot}$ কে δ_i লিখি, তাহ'লে

$$\sum_i n_i[\bar{y}_{i\cdot}-\alpha-\beta'\bar{x}_{i\cdot})-(\alpha_i-\alpha)-(\beta_i-\beta')\bar{x}_{i\cdot}]^2$$

$$=\sum_i n_i(\bar{y}_{i\cdot}-\delta_i-\alpha-\beta'\bar{x}_{i\cdot})^2 \tag{1.23}$$

এখন $u_i=\bar{x}_{i\cdot}-\delta_i$ কে মনে ক'রা যাক একটি নতুন সম্ভাবনাশ্রয়ী চ'ল। তাহ'লে আমরা লিখতে পারি।

$$\sum_i n_i(\bar{y}_{i\cdot}-\delta_i-\alpha-\beta'\bar{x}_{i\cdot})^2$$

$$=\sum_i n_i(\bar{y}_{i\cdot}-\delta_i-\hat{\alpha}_\delta-\beta'_\delta\bar{x}_{i\cdot})^2+(\beta'_\delta-\beta')^2\sum_i n_i(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{\cdot\cdot})^2$$

$$+n(\bar{x}_{\cdot\cdot}-\bar{\delta}-\alpha-\beta'\bar{x}_{\cdot\cdot})^2 \tag{1.24}$$

যেখানে $\hat{\alpha}_\delta$ এবং β'_δ এর মান হ'ল

$$\hat{\alpha}_\delta=\bar{y}_{\cdot\cdot}-\bar{\delta}-\beta'_\delta\,\bar{x}_{\cdot\cdot} \tag{1.25}$$

$$\text{এবং } \beta'_\delta=\frac{\Sigma(\bar{y}_{i\cdot}-\delta_i-\bar{y}_{\cdot\cdot}+\bar{\delta})(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{\cdot\cdot})}{\Sigma(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{\cdot\cdot})^2} \tag{1.26}$$

এখানে $\hat{\alpha}_\delta$ এবং β'_δ এর নিচে δ লিখে বোঝাতে চাওয়া হ'য়েছে যে এই প্রাক কলক দুটি δ_i এর উপর নির্ভর ক'রছে।

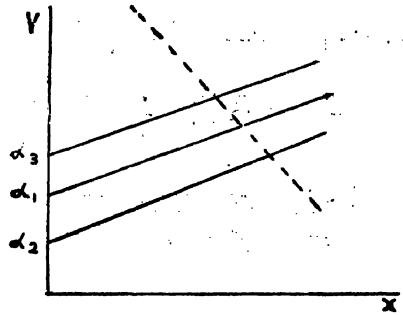
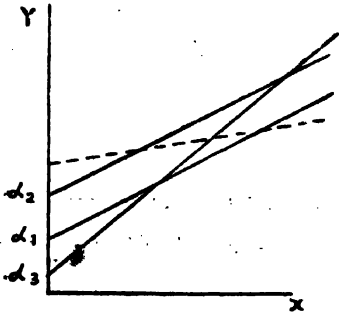
(1.22) নং সমীকরণে লিখিত প্রকল্পটি যদি সত্য হয়, তাহ'লে

$$\hat{\alpha}_0=\bar{y}_{\cdot\cdot}-\beta'_0\bar{x} \tag{1.27}$$

$$\text{এবং } \beta'_0=\frac{\Sigma(\bar{y}_{i\cdot}-\bar{y}_{\cdot\cdot})(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{\cdot\cdot})}{\Sigma(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{\cdot\cdot})^2} \tag{1.28}$$

অর্থাৎ $(\bar{y}_{i\cdot}, \bar{x}_{i\cdot})$ এই বিন্দুগুলির ভিতর যেন একটি নির্ভরণ সরলরেখা টানা হ'য়েছে। (1.24) নং সমীকরণের ডানদিকের তিনটি অংশকেই σ^2

দিয়ে ভাগ ক'রলে তাদের নিবেশন হ'বে x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে যথাক্রমে $k-2$, 1 এবং 1. $H(\delta_i=0)$ এই প্রকল্পটি পরীক্ষা ক'রার জন্য আমরা (1.24) নং সমীকরণের প্রথম অংশটিতে $\delta_i=0$ বসিয়ে (1.14) নং সমীকরণের প্রথম অংশটির সঙ্গে তুলনা ক'রব একটি F-নিবেশনের সাহায্যে। এখন $H(\delta_i=0)$ এর অর্থ কি দাঁড়ায় দেখা যাক।

নিচের রেখচিত্র দুটির বামদিকেরটিতে অবিচ্ছিন্ন রেখাগুলি $y=\alpha_i+\beta_i x$ এই নির্ভরণ সরলরেখাগুলি সূচনা ক'রেছে আর খণ্ডিত রেখাটি সূচনা ক'রছে $y=\alpha_0+\beta_0 x$, অর্থাৎ বিভিন্ন শ্রেণীর গড়মানগুলির মধ্যে যে নির্ভরণ সরলরেখা টানা যায়।

অবিচ্ছিন্ন সরলরেখার বিন্দুগুলি হ'ল $(\bar{y}_{i\cdot}, \bar{x}_{i\cdot})$ আর মুখ্য প্রকল্পটিতে ব'লা হ'চ্ছে যে খণ্ডিত রেখা হ'তে খাড়া প্রভেদের (vertical deviations) প্রত্যাশিত মান হ'ল শূন্য। সুতরাং মুখ্য প্রকল্পটি বর্জন ক'রার অর্থই হ'ল বিভিন্ন শ্রেণীগুলির মধ্যে পূর্ণকাঙ্ক (parameter)গুলি পৃথক। আবার ডানদিকের রেখচিত্রটি থেকে দেখতে পাচ্ছি যে বিভিন্ন শ্রেণীর গড়মানগুলি একটি সরলরেখায় থাকতে পারে এবং শ্রেণীগুলির নিজেদের মধ্যে চল সমান হ'লেও α_iগুলি পৃথক হ'তে পারে। কিন্তু যদি $H(\beta'=\beta)$ প্রকল্পটি সত্য হয় তাহ'লে $H(\alpha_1=\alpha_2=\ldots=\alpha_k)$ প্রকল্পটিও সত্য হ'বে।

ধরে নেওয়া যাক $H(\delta_i=0)$ এবং $H(\beta_i=\beta)$ প্রকল্পদুটি সত্য। আমরা এখন $H(\beta'=\beta)$ প্রকল্পটিকে পরীক্ষা ক'রব। এখন $\delta_i=0$ ব'সালে β এবং β_0' একে অপরের অনপেক্ষভাবে নর্মাল নিবেশন মেনে চলবে যাদের গড়মান হ'বে যথাক্রমে β এবং β' এবং ভেদমান হ'বে যথাক্রমে

$\sigma^2/\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2$ এবং $\sigma^2/\{\sum_i n_i(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2\}$ সুতরাং $\hat{\beta}-\hat{\beta}_0'$ এর নিবেশন হ'বে নর্ম্যাল যার গড়মান হ'বে $\beta-\beta'$ এবং ভেদমান হ'বে এই দুটি চলকের স্বতন্ত্র ভেদমানের সমষ্টি। সুতরাং

$$\frac{[\hat{\beta}-\hat{\beta}'_0-(\beta-\beta')]^2}{\sigma^2\left[\frac{1}{\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2}+\frac{1}{\sum_i n_i(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2}\right]}$$

$$=\frac{[\hat{\beta}-\hat{\beta}_0'-(\beta-\beta')]^2}{\sigma^2\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2}\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2\sum_i n_i(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2 \qquad (1{\cdot}29)$$

এর নিবেশন হ'বে x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে 1. আবার

$$\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2\hat{\beta}+\sum_i n_i(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2\hat{\beta}_0' \qquad (1{\cdot}30)$$

$\hat{\beta}-\hat{\beta}'_0$ এর সংগে অনপেক্ষ ভাবে নর্ম্যাল নিবেশন মেনে চ'লবে যার গড়মান হ'বে $\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2\beta+\sum_i n_i(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2\beta'$ এবং ভেদমান হ'বে $\sigma^2\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2$.

সুতরাং

$$\frac{[\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2(\hat{\beta}-\beta)+\sum_i n_i(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2(\hat{\beta}'_0-\beta')]^2}{\sigma^2\sum(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2} \qquad (1{\cdot}31)$$

এর নিবেশন হ'বে x^2 যার স্বাতন্ত্র্যমাত্রা হ'বে 1. আর (1.31) নং সমীকরণের চলকটি (1.29) নং সমীকরণের চ'লকটির সংগে অনপেক্ষ। সুতরাং $H(\beta=\beta')$ যদি সত্য হয় তাহ'লে (1.31) নং সমীকরণ থেকে আমরা পরীক্ষা ক'রতে পারি তাদের উভয়ের মান শূন্য কিনা। পরের পাতায় সারণীতে সমষ্টিবর্গকে বিভিন্ন অংশে ভাগ ক'রে দেখান হ'চ্ছে।

1.13. নক্সা

উৎস	স্বাতন্ত্র্য মাত্রা	সমষ্টি বর্গ
$Ho(\beta_i-\beta=0)$	$k-1$	$\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i\cdot})^2(\beta_i-\beta)^2$
$Ho(\delta_i=0)$	$k-2$	$\sum_{i} n_i(\bar{y}_{i\cdot}-\hat{\alpha}_o-\hat{\beta}_o\bar{x}_{i\cdot})^2$
$Ho(\beta-\beta'=0)$	1	$\dfrac{(\hat{\beta}-\hat{\beta}_o)^2\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i\cdot})^2\sum_{i} n_i(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{\cdot\cdot})^2}{\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot\cdot})^2}$
$Ho(\beta=\beta'=0)$	1	$\dfrac{[\hat{\beta}\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{i\cdot})+\hat{\beta}_o'\sum_{i} n_i(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x}_{\cdot\cdot})^2}{\sum_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot\cdot})^2}$
ভ্রান্তি	$n-2k$	$\sum_{ij}(y_{ij}-\hat{\alpha}_i-\hat{\beta}_i\, x_{ij})^2$
মোট	$n-1$	$\sum_{ij}(y_{ij}-\bar{y}_{\cdot\cdot})^2$

বিভিন্ন পরীক্ষাগুলির বৈশিষ্ট্য :

1. $H_o(\beta_i-\beta=0)$. বিভিন্ন শ্রেণীগুলির নির্ভরণ সরলরেখার ঢল যদি সমান থাকে, তাহ'লে প্রথম গড় বর্গকে ভ্রান্তি গড় বর্গ দিয়ে ভাগ ক'রলে তার নিবেশন হ'বে $F_{k-1,\, n-2k}$ । এই প্রকল্পটি যদি সত্য না হয়, তাহ'লে বুঝতে হ'বে x এবং y উভয়েই পরীক্ষাটিকে প্রভাবিত ক'রে। কারণ নির্ভরণাঙ্কগুলি যদি পৃথক হয়, তাহ'লে তাদের মধ্যে অন্ততঃ একটি শূন্য হ'তে পৃথক হ'বে।

2. $H_o(\delta_i=0)$. β_iগুলি এক হোক বা না হোক, যদি বিভিন্ন শ্রেণীর গড়মানগুলি এক সরলরেখায় থাকে তাহ'লে দ্বিতীয় গড় বর্গকে ভ্রান্তি গড়বর্গ দিয়ে ভাগ ক'রলে তার নিবেশন হ'বে $F_{k-2,\, n-2k}$.

3. $H(\beta-\beta'=0)$. প্রথম দুটি প্রকল্প যদি গ্রহণ যোগ্য না হয় এবং $H(\beta-\beta'=0)$ এই প্রকল্পটি যদি সত্য হয় তা হ'লে তৃতীয় গড় বর্গ কে ভ্রান্তি গড়বর্গ দ্বারা ভাগ ক'রলে তার নিবেশন হ'বে $F_{1,\ n-2k}$ । প্রথম দুটি প্রকল্পের একটিও যদি বর্জন ক'রতে হয় তাহ'লে এই প্রকল্পটি পরীক্ষা ক'রা অর্থহীন। কিন্তু এই তিনটি প্রকল্প সত্য হওয়ার অর্থ হ'ল $H_o(\alpha_1=\alpha_2=..=\alpha_k)$ এবং $H_o(\beta_1=\beta_2=..=\beta_k)$ এই প্রকল্প দুটি সত্য।

4. $H(\beta=\beta'=0)$. যদি প্রথম তিনটি প্রকল্পই গ্রহণযোগ্য হয় তাহ'লেই এই প্রকল্পটি পরীক্ষা ক'রা যুক্তি সঙ্গত। এই পরীক্ষাটি থেকে $H(\beta=\beta'=0)$ এই প্রকল্পটি বর্জন ক'রার মত কারণ না থাকলে বোঝা যাবে যে x এবং y কেউই পরীক্ষাটিকে প্রভাবিত ক'রে না।

1.4. উদাহরণ: নিচের সারণীতে 20টি শিশুর জন্মকালীন ওজন এবং তিনপ্রকার শিশু খাদ্য ব্যবহার ক'রার ফলে তাদের একবছরে ওজন বৃদ্ধির পরিমাণ (পাউণ্ডের হিসাবে) দেওয়া আছে। জন্মকালীন ওজনের প্রভাব বাদ দিয়ে উপাত্তটি বিশ্লেষণ ক'র।

সারণী নং 1.14

শিশুখাদ্যের প্রকার

1		2		3	
y	x	y	x	y	x
2·1	6·0	3·0	5·2	4·0	6·0
3·0	7·1	3·2	5·4	4·1	6·1
1·5	4·8	4·1	6·0	4·0	6·2
2·0	6·5	4·2	6·2	4·2	6·1
1·8	5·2	3·2	5·6	3·9	7·1
1·6	5·0	3·1	6·0		
1·2	6·0	2·5	6·1		
1·3	5·0				

সহপাঠ্য পুস্তকাবলী

[1] Anderson, R. L. & Bancroft, T. A. : "Statistical Theory in Research". Mc. Grow Hill, 1952.

[2] Fisher, R. A. : "Statistical Methods for Research workers", Oliver & Boyd, 1944.

[3] Goon, A. M., Gupta, M. K. & Dasgupta, B : "Fundamentals of Statistics" vol. 2. World Press, 1968.

[4] Goulden, C. H. : "Methods of Statistical Analysis" Asia Publishing House, 1959.

[5] Kenny, J. F. & Keeping, E. S. : "Mathematics of Statistics", (Part II) D. Van Nostrand Co. Inc. 1956.

[6] Mood, A. M. : Introduction to the theory of Statistics", Mc. Graw Hill, 1950.

[7] Snedecor, G. W. : "Statistical Methods" The Iowa State College Press, Ames, Iowa 1940.

অনুশীলনী

1. প্রতিটি কক্ষে সমসংখ্যক অবেক্ষণ যুক্ত দুইধারা শ্রেণী বিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ সারণী সংক্ষিপ্তাকারে নিচে দেওয়া হ'ল।

প্রভেদের উৎস	স্বাতন্ত্র্যমাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F. অনুপাত
সারি	...	1089		
স্তম্ভ	2	109		
যৌথক্রিয়াফল	8	875		
ভ্রান্তি	..			
মোট	59	3244		

সারণীটি সম্পূর্ণ ক'রে, (*i*) সারিগুলির মধ্যে, (*ii*) স্তম্ভগুলির মধ্যে এবং (*iii*) সারি ও স্তম্ভের যৌথ ক্রিয়া ফলের মধ্যে কোনরূপ তাৎপর্যপূর্ণ পার্থক্য আছে কিনা পরীক্ষা কর।

1.2. প্রভেদ বিশ্লেষণের স্বীকরণগুলি কি কি? এক ধারা শ্রেণী বিন্যাসী উপাত্তের সহভেদমান বিশ্লেষণ প্রণালী বর্ণনা ক'র।

1.3. সমস্ত স্বীকরণগুলি পরিষ্কার ভাবে উল্লেখ ক'রে একধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ প্রণালী বর্ণনা ক'র।

1.4. পশ্চিম বঙ্গের বিভিন্ন জেলায় পাঁচপ্রকার যবের বীজের গুনাবত্তা পরীক্ষা ক'রতে হ'বে। বিভিন্ন জেলায় বীজগুলির মান ভিন্ন ধরণের হ'তে পারে। পরীক্ষাটি কি ভাবে পরীকল্পনা ক'রবে, পরীক্ষণীয় প্রকল্পটি বা প্রকল্পগুলি কি হ'বে এবং বিশ্লেষণ পদ্ধতির (একটি ফাকা সারণীতে) বিশদ আলোচনা ক'র।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ

পরীক্ষণ পরিকল্পনা

2.1. ভূমিকা : অনেক সময় নানারূপ বৈজ্ঞানিক পরীক্ষা নিরীক্ষার ক্ষেত্রে রাশিবিজ্ঞানীর সাহায্য চাওয়া হয়। এগুলি সাধারণতঃ কৃষিজ, শিল্পসংক্রান্ত, চিকিৎসাশাস্ত্র বিষয়ক, জীববিজ্ঞান, উদ্ভিদবিদ্যাবিষয়ক, রসায়নশাস্ত্র সংক্রান্ত বা হয়ত পদার্থবিদ্যার পরীক্ষা। কিন্তু একজন রাশিবিজ্ঞানীর কাছে এত বিভিন্ন বিষয়ে সুস্পষ্ট জ্ঞান আশা ক'রা অনুচিত। যে বিষয়ে রাশি বিজ্ঞানীর সুস্পষ্ট জ্ঞানও নেই, সে বিষয়ের গবেষণায় তাঁর কি করনীয় থাকতে পারে তা জানতে হ'লে যে কোনরূপ বৈজ্ঞানিক গবেষণার পিছনে কি যুক্তি কাজ ক'রে তা বিশেষ ভাবে জানা প্রয়োজন।

2.2. বৈজ্ঞানিক গবেষণার যুক্তি : বিজ্ঞান মানে বিশেষরূপ জ্ঞান। কোনও বৈজ্ঞানিক গবেষণার ক্ষেত্রে আমাদের উদ্দেশ্য থাকে অবেক্ষণ গুলিকে শ্রেণীবিভাগ ক'রে তাদের অন্তর্নিহিত সত্যটি উপলব্ধি ক'রা। এ বিষয়ে আরোহবিদ্যার ভূমিকা খুবই গুরুত্বপূর্ণ। অনেকে ভাবেন কিছু তথ্য সংগ্রহ এবং বিশ্লেষণই বৈজ্ঞানিক গবেষণা। যদিও এ তত্ত্ব সম্পূর্ণরূপে অস্বীকার ক'রা যায় না, তবু কেবল তথ্য সংগ্রহ এবং তার বিশ্লেষণের স্থানীয় বা সাময়িক কিছু গুরুত্ব থাকলেও এর কোন মৌলিক গুরুত্ব নেই। যে কোনরূপ বৈজ্ঞানিক গবেষণা, যেখানে বিশেষ বস্তু বা ঘটনাকে পর্যবেক্ষন ক'রে সাধারণ সত্য বা সাধারণ নিয়ম (general laws) প্রতিষ্ঠা ক'রার চেষ্টা ক'রা হয়, সেখানে আরোহবিদ্যা (Process of induction) মুখ্য ভূমিকা গ্রহণ ক'রে। কোন বিশেষ ঘটনাকে পর্যবেক্ষন ক'রে সাধারণ সত্য প্রতিষ্ঠা ক'রার নিয়মকে ব'লা হয় সামান্যীকরণ (generalisation). বিশেষ থেকে সামান্যে উপনীত হওয়ার জন্য যুক্তি বিদ্যার দুটি নিয়মের উপর আমরা নির্ভরশীল। এই দুটি নিয়মের একটি হ'ল প্রকৃতির "এক রূপতা বিধি" এবং অপরটি "কার্যকারণ নিয়ম"। প্রকৃতির একরূপতা বিধি ব'লতে আমরা বুঝি একই অবস্থার যদি পুনরাবৃত্তি ক'রা যায় তাহ'লে প্রকৃতি একইরূপ আচরণ ক'রবে। একই পরিবেশে, একই কারণে, একই কার্য ঘটবে।

কার্যকারণ নিয়মানুসারে প্রতিটি কার্যের পিছনে একটি কারণ থাকবে। বৈজ্ঞানিক আরোহ অনুমান পদ্ধতি (Inductive Inferene) ব'লতে

আমরা বুঝি প্রকৃতির একরূপতা ও কার্যকারণ নিয়মের সাহায্যে ক'য়েকটি বিশেষ বস্তু বা ঘটনাকে লক্ষ্য ক'রে তার সাহায্যে একটি সাধারণ নিয়ম প্রতিষ্ঠা ক'রার প্রক্রিয়া।

আরোহবিদ্যার সাহায্যে আমরা খুব সহজেই প্রায় নিশ্চিতরূপে বিশেষ ঘটনা থেকে সাধারণ সত্যে উপনীত হ'তে পারি। প্রথমে কোন বিশেষ বিষয়ে তথ্য সংগ্রহ ক'রা হয় এবং স্বাতন্ত্র্য বা সাযুজ্য ভেদে তাদের শ্রেণী বিভাগ ক'রা হয়। তারপর স্বাতন্ত্র্য বা সাযুজ্য যা দেখা গেল, তার কারণ অনুসন্ধান ক'রে একটি নিয়ম প্রতিষ্ঠা ক'রার চেষ্টা ক'রা হয়। একবার কারণটি জানতে পারলে বৈজ্ঞানিকের পক্ষে আরও নিশ্চিতরূপে পূর্বাভাস (forcast) দেওয়া সম্ভব হয়।

সুতরাং দেখা যাচ্ছে আরোহ অনুমান পদ্ধতির মূল ক'থা হ'ল তথ্য সরবরাহ ক'রার অভিজ্ঞতা। এই অভিজ্ঞতা সঞ্চয় ক'রার উপায় পর্যবেক্ষন বা পরীক্ষণ প্রণালী (Observation or experimentation)। পর্যবেক্ষণ ক'রার অর্থ ঘটনার গতি প্রকৃতিকে কোনরূপ প্রভাবিত ক'রার চেষ্টা না ক'রে শুধু তাদের লক্ষ্য ক'রা এবং প্রাকৃতিক নিয়মে যে পরিবর্তন আসে তা নিরীক্ষণ ক'রা। কিন্তু কেবল পর্যবেক্ষন দ্বারা জ্ঞানের যে অগ্রগতি হয় তা খুবই মন্থর, অনিশ্চিত এবং অনিয়মিত (Slow, Uucertain and irregular)। পরীক্ষণ প্রণালীর সাহায্যে আমরা ঘটনার গতি প্রকৃতির ইচ্ছামত পরিবর্তন সাধন ক'রে তার ফলাফল লক্ষ্য ক'রি। বাস্তবক্ষেত্রে বিভিন্ন উপাদানের প্রভাব মূল্যায়নের সময় যে বিশেষ উপাদানটির প্রভাব মূল্যায়ন ক'রতে চাই সেটি ছাড়া অন্য সব উপাদান স্থির বা অবিচল রেখে পরীক্ষা চালান হয়। তবে অধিকাংশ ক্ষেত্রেই এই পদ্ধতি বিশেষ ফলপ্রসূ নয়। কারণ বাস্তব ক্ষেত্রে একটি উপাদান ছাড়া অন্য সব উপাদানকে স্থির রাখা সম্ভব হয় না। উদাহরণ স্বরূপ ধরা যাক আমরা একটি কৃষিজ পরীক্ষায় দুই প্রকার বীজের গুনাবত্তা পরীক্ষা ক'রতে চাই। ঠিক সমান মাপের পাশাপাশি দু'খণ্ড জমি নেওয়া হ'ল। এর একটি জমিতে প্রচলিত বীজটি নেওয়া হ'ল আর অপরটিতে বোনা হ'ল পরীক্ষণীয় বীজটি। এখন একটির ফলন যদি অন্যটির চেয়ে বেশী হয় তাহ'লেই কি সেটিকে অন্যটির চেয়ে ভাল বলা যাবে? সম্পূর্ণ আকস্মিক কারণেও ত' একটির ফলন অন্যটির চেয়ে বেশী হ'তে পারে। এ সম্পর্কে সাধারণতঃ নির্দেশ দেওয়া হ'য়ে থাকে যে ভিন্ন জাতের বীজ বোনা ছাড়া অন্য সব বিষয়ে জমিদুটিকে একই রূপ ব্যবস্থার বিষয়ীভূত ক'রতে হ'বে। কিন্তু বাস্তব ক্ষেত্রে পৌনঃ পৌনিক অবেক্ষণ গুলির মান ভিন্ন হয়। এর থেকে বোঝা

যায় যে এরূপ সার্বিক পরীক্ষণী নিয়ন্ত্রণ সম্ভব নয়। যে যে কারণে অনুরূপ অবস্থায় গৃহীত অবেক্ষণগুলির মান ভিন্ন হ'তে পারে তা নিচে সংক্ষেপে বর্ণনা ক'রা হচ্ছে।

(i) একক ভ্রান্তি (Unit error) : বিশেষকের (treatment) একই অবস্থায় বিভিন্ন পরীক্ষণী এককগুলির উৎপাদন এক হয় না।

(ii) প্রয়োগিক ভ্রান্তি (Technical error): একটি বিশেষক এবং তার প্রয়োগ অবস্থার পুনরাবৃত্তি করা সম্ভব হয় না। যেমন দুইখণ্ড জমির উর্বরতা কখনই এক ক'রা সম্ভব নয়)।

(iii) পরিমাপক ভ্রান্তি (Measuremental error) : একই জিনিষের পৌনঃ পৌনিক মাপগুলি সম্পূর্ণরূপে এক হয় না। (যেমন ঠিক কতটা জমি থেকে ফলন পাওয়া গেল বা উৎপাদনের পরিমাণ নির্ভুল ভাবে মাপা সম্ভব নয়)।

এই সমস্ত ত্রুটি সাধ্যমত নিয়ন্ত্রণ ক'রা যেতে পারে—কিন্তু এগুলিকে কখনই সম্পূর্ণরূপে পরিহার ক'রা সম্ভব নয়।

রাশি বিজ্ঞানের ভাষায় আমরা বলি জমির উর্বরতা, আবহাওয়া পরিস্থিতি, ব্যবহৃত সারের গুনাবত্তা ইত্যাদির উপর নির্ভরশীল কোন একটি বিশেষ বিশেষকের একটি প্রকৃত উৎপাদন (true yield) আছে। যে কোন বছরের বা যে কোন সময়ের উৎপাদন হ'ল প্রকৃত উৎপাদনের সংগে কিছু সম্ভাবনাশ্রয়ী ভ্রান্তির (random error) মিলিত ফল। বহুবছর ধরে বিশেষকটিকে যদি ঐ একই জমিতে একই পরীক্ষণী পরিস্থিতিতে পুনঃ পুনঃ প্রয়োগ ক'রা হয় তাহ'লে তার গড় উৎপাদনকে প্রকৃত উৎপাদন ব'লে ভাবা যেতে পারে। সুতরাং বোঝা যাচ্ছে প্রকৃত উৎপাদন হ'ল একটি প্রকল্পিত (hypothetical) বস্তু যার প্রাককলনীমান (estimate) হ'ল বাস্তব উৎপাদন (actual yield).

সুতরাং আমাদের মূল উদ্দেশ্য হ'ল বিভিন্ন ভ্রান্তির উৎসকে যতদূর সম্ভব নিয়ন্ত্রন ক'রা। পরবর্তী পরিচ্ছেদগুলিতে আমরা যে সব তত্ত্ব আলোচনা ক'রব সেগুলির অধিকাংশক্ষেত্রে যদিও কৃষিজ পরীক্ষার উদাহরণ দেওয়া হ'বে, তবু সেগুলি যে কোন বৈজ্ঞানিক গবেষণার ক্ষেত্রে প্রযোজ্য)।

2.3. পরীক্ষণী পরিকল্পনার অন্তর্নিহিত তত্ত্ব (Basic principles of Design of Experiments)

2.3.1. যদৃচ্ছ সম্ভবী করণ (Randomisation) : পূর্ববর্তী পরিচ্ছেদে

দেখেছি, যথাসম্ভব যত্ন নেওয়া সত্ত্বেও সম্পূর্ণরূপে ভ্রান্তি পরিহার ক'রা সম্ভব নয়। তাই আমাদের উদ্দেশ্য হ'ল যতদূর সম্ভব ভ্রান্তি নিয়ন্ত্রণ ক'রা এবং যাতে পার্থক্য পরীক্ষার জন্য একটি সঙ্গত সংশয় বিচারাঙ্ক (valid test of significance) পাওয়া যায় সেদিকে লক্ষ্য রাখা। সুতরাং পরীক্ষাটি এমন ভাবে পরিকল্পনা ক'রতে হবে যাতে তা হ'তে উদ্ভূত ফলগুলিকে সংশয় বিচারের সাহায্যে সম্পূর্ণ বিপরীত অর্থবহ দুটি শ্রেণীতে ভাগ ক'রে ফেলা যায়। এর একটি শ্রেণীতে থাকবে সেইসব ফলগুলি যা একটি নির্দিষ্ট প্রকল্প হ'তে গুরুত্ব পূর্ণ পার্থক্য নির্দেশ ক'রে ; আর অন্য শ্রেণীতে থাকবে যেগুলি কোন গুরুত্ব পূর্ণ পার্থক্য নির্দেশ ক'রে না। যে কোন পরীক্ষা প্রসঙ্গে আমরা এইরূপ প্রকল্পটিকে ব'লি মুখ্য প্রকল্প (null hypothesis)। পরীক্ষাটির উদ্দেশ্য হ'ল উদ্ভূত তথ্যগুলির সাহায্যে মুখ্য প্রকল্পটিকে মিথ্যা প্রমাণ ক'রার চেষ্টা ক'রা। অতএব পরীক্ষনী কলাকৌশলের প্রাকৃতিক অবস্থা এমন হওয়া দরকার যাতে যে পার্থক্যের জন্য পরীক্ষা ক'রা হ'চ্ছে তা যদি আদৌ না থাকে তাহ'লে পরীক্ষাটির ফলাফল সম্পূর্ণরূপে আপতন (chance) দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হ'বে। অন্যরূপ হওয়া যে সম্ভব সে কথা বুঝতে বেশী অসুবিধা হওয়ার কথা নয়। কারণ যদিও ব'লা হয় যে সমস্ত বিশেষগুলিকে একইরূপ পরীক্ষণী অবস্থার বিষয়ীভূত ক'রতে হ'বে, কিন্তু একথা ব'লার কোন মানে হয়না ; কারণ আমরা জানি যে এরূপ সম্পূর্ণ ত্রুটি মুক্ত পরীক্ষণী পরিবেশ সৃষ্টি ক'রা সম্ভব নয়। তাই কিছু কিছু ত্রুটি থেকে যাবেই। সেজন্য আমাদের লক্ষ্য রাখতে হ'বে যাতে ঐসব ত্রুটি পরীক্ষার মূল উদ্দেশ্যটি নষ্ট না ক'রে। পরীক্ষণী ক'লা কৌশলের মধ্যে এই অপরিহার্য শর্তটিকে রক্ষা করার উপায় হ'ল বিশেষকগুলিকে সমসম্ভব পদ্ধতিতে প্রয়োগ ক'রা। পরীক্ষণী ক'লা কৌশলের মধ্যে এই পদ্ধতিটিই আপতন নিয়ম প্রয়োগের একমাত্র উৎস। একমাত্র সম সম্ভব করণের সাহায্যেই পরীক্ষাটির ক'লা কৌশলের মধ্যে যেসব ত্রুটি দূর করা যায়নি তাদের হাত হ'তে পরীক্ষাটির বিশুদ্ধতা রক্ষা ক'রে সংশয় বিচারের একটি সঙ্গত বিচারাঙ্ক পাওয়া সম্ভব।

2.3.2. নিয়মানুগ বিন্যাসের পক্ষপাত (Bias of Systematic Arrangement) : যে কোন একটি কৃষিজ গবেষণার কথা ভাবা যাক। অনেক সময় বিশেষকগুলিকে বিভিন্ন পরীক্ষণী এককে এমন ভাবে প্রয়োগ ক'রা সম্ভব যাতে সমসম্ভব পদ্ধতিতে বিশেষকগুলিকে প্রয়োগ ক'রলে বিভিন্ন পরীক্ষণী এককের মধ্যে উর্বরতার যে পার্থক্য থাকত এখানে উর্বরতার পার্থক্য

তার চেয়েও কম হয়। একটি সম উপাদানীয় পরীক্ষার* (Uniformity trial) ক্ষেত্রে বিশেষকগুলিকে এরূপ ভাবে প্রয়োগ ক'রলে সংশয় বিচারাঙ্কের উপর তার কি প্রভাব পড়ে তা দেখা যাক। যেহেতু পরীক্ষাটি সমউপাদানীয় পরীক্ষা অতএব বাস্তব উপাদানগুলির মান এই প্রয়োগ পদ্ধতিতে কোনরূপ প্রভাবিত হ'বে না। সুতরাং প্রভেদ বিশ্লেষণের সময় মোট সমষ্টি বর্গের পরিমাণ একই থাকবে। সুতরাং এই প্রয়োগ ব্যবস্থায় উর্বরতার পার্থক্য কম হওয়ায় বিশেষক (-জনিত) সমষ্টিবর্গের যে পরিমাণ হ্রাস ঘটবে ভ্রান্তি (-জনিত) সমষ্টিবর্গের পরিমাণ ঠিক ততটুকু বৃদ্ধি পাবে। অতএব এরূপ প্রয়োগ ব্যবস্থায় পরীক্ষাটির প্রকৃত ভ্রান্তির (real error) পরিমাণ কমে যাবে কিন্তু ভ্রান্তির প্রাক কলনীমান বেড়ে যাবে। অতএব দেখা যাচ্ছে পরীক্ষাটির সূক্ষ্মতা[1] (precision) যদিও বেড়ে গেছে তাদের ভ্রম শূন্যতা[2] (accuracy) গেছে কমে, আর তার ফলে স্বাভাবিক ভাবেই পরীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা (reliability) হ'বে কম। বিপরীতক্রমে, যদি ভুল সিদ্ধান্তবশতঃ নিয়মানুগ বিন্যাসের ফলে পরীক্ষাটির ভ্রান্তি ক'মার পরিবর্তে বেড়ে যায়, তাহ'লে ভ্রান্তি-সমষ্টিবর্গের পরিমাণ ক'মে যাবে। ফলে ভ্রান্তির প্রাককলনী মানও ক'মে যাবে। অতএব উপরের দুটি কারণেই পরীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা খুবই কম হ'বে। অতএব দেখা যাচ্ছে সম-সম্ভব পদ্ধতিতে বিশেষকগুলিকে প্রয়োগের বিকল্প পদ্ধতি কোনক্রমেই বাঞ্ছিত নয়।

2.3.3 বহুকরণ (Replication) : বিভিন্ন বিষয়ের পরীক্ষার একটি বৈশিষ্ট হ'ল তাদের যখন পুনরাবৃত্তি ক'রা হয়, তখন তাদের উদ্ভূত ফলগুলির মধ্যে পার্থক্য থাকে। সে কারণে এই ফলগুলির উপর ভিত্তি ক'রে যে সব সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় তার মধ্যে কিছু অনিশ্চয়তা থেকে যায়। এমনকি বেশ কয়েকবার পুনরাবৃত্তি ক'রার পরও গবেষকের পক্ষে বলা সম্ভব নয় যে পুনর্বার যদি পরীক্ষাটি ক'রা হয় তাহ'লে তার ফল কি হ'বে। যেমন আমরা যদি দুটি বিশেষক

---

* সমউপাদানীয় পরীক্ষা হ'ল পাশাপাশি অনেকগুলি জমিতে একই জাতের বীজ বোনা এবং সব ক'টি জমিতেই একই পরীক্ষণী পরিবেশ সৃষ্টি করা।

1.2. "সূক্ষ্মতা" বলতে আমরা বুঝি বস্তুটির পৌনঃ পৌনিক অবেক্ষণগুলির মান প্রায় অভিন্ন, কিন্তু ভ্রমশূন্যতা ব'লতে বোঝায় বস্তুটির প্রকৃত মান থেকে অবেক্ষণটির মানের পার্থক্য কত কম। সুতরাং বোঝা যাচ্ছে ভ্রম শূন্য অবেক্ষণ নিশ্চয়ই সূক্ষ্ম হ'বে—কিন্তু সূক্ষ্মতা থাকলেও ভ্রমশূন্যতা নাও থাকতে পারে।

নিয়ে পরীক্ষা শুরু ক'রি তাহ'লে ধারাবাহিক পরীক্ষার ফলগুলি এমন পৃথক হ'তে পারে যে শেষ পর্যন্ত কোন বিশেষকটি ভাল ব'লে প্রতিপন্ন হ'বে তা ব'লা খুবই মুশকিল। এখন ধরা যাক, আমাদের উদ্দেশ্য হ'ল *A* এবং *B* এই দুটি বিশেষকের মধ্যে কোনটি ভাল তা পরীক্ষা ক'রা। তাহ'লে আমাদের মুখ্য প্রকল্পটি হ'বে *A* এবং *B* এই দুটি বিশেষকের মধ্যে কোন পার্থক্য নেই। হয়ত যুক্তি দেখান যেতে পারে আমরা একই পরীক্ষণী পরিবেশে বিশেষক দুটিকে দশবার পরীক্ষা ক'রে দেখব দশবারের মধ্যে কতবার *A* এর উৎপাদন *B* এর চেয়ে বেশী, কতবার *B* এর উৎপাদন *A* এর চেয়ে বেশী এবং পার্থক্যের পরিমাণই বা কি? কিন্তু এরূপ বর্ণনা-মূলক পদ্ধতি বিশেষ তাৎপর্যপূর্ণ নয়। কারণ ঐ পরীক্ষাটিকে আরও দশবার যদি পুনরাবৃত্তি ক'রান যায় তাহ'লে আমাদের উপসংহার যে একই হ'বে এরূপ আস্থা আমাদের নেই। বর্ণনামূলক পদ্ধতির এই অসম্পূর্ণতার জন্য আমরা নিম্নলিখিত ভাবে যুক্তি দেখাই।

ধরে নেওয়া যাক, একই পারিপার্শ্বিক পরিবেশে অসংখ্যবার পরীক্ষাটিকে পুনরাবৃত্তি ক'রা সম্ভব। তাহ'লে গড় পার্থক্যগুলি মোটামুটি একটি স্থির মানে এসে দাঁড়াবে। এই স্থির মানটিকে ধরে নেওয়া যেতে পারে *A* এবং *B* এই বিশেষক দুটির উৎপাদনের প্রকৃত পার্থক্য। গবেষকের উদ্দেশ্য হ'ল প্রকৃত পার্থক্যের একটি প্রাককলনী মান পাওয়া এবং সেই সংগে পরীক্ষণী ভ্রান্তিরও একটি প্রাককলনী মান পাওয়া। পরীক্ষণী ভ্রান্তির পরিমাপক হিসাবে সাধারণতঃ একক-প্রতি-ভ্রান্তি বিভেদের (error variance per experimental unit) প্রয়োগ ক'রা হয়। একক-প্রতি ভ্রান্তি-বিভেদ হ'ল একটি পরীক্ষণী এককে যে পরিমাণ ভ্রান্তি আছে তার বর্গের প্রত্যাশিত মান। এর বর্গমূলকে ব'লা হয় একক প্রতি সমক ভ্রান্তি (standard error per unit). একক প্রতি সমক বিচ্যুতির (standard deviation) পরিমাণ যদি σ হয় এবং যদি বিশেষক দুটিকে r বার পুনরাবৃত্তি ক'রা হয় তা'হলে দুটি বিশেষকের গড়ের পার্থক্যের সমক ভ্রান্তি হ'ল $\sigma\sqrt{\frac{2}{r}}$.

এই উদ্দেশ্যে বিশেষকগুলিকে বারংবার পুনরাবৃত্তি ক'রান হয়। পরীক্ষণীয় বিশেষকের এই পুনরাবৃত্তিকে বলা হয় "বহুকরণ"। নিচে একটি উদাহরণের সাহায্যে বিশেষকগুলিকে ক'তবার পুনরাবৃত্তি ক'রতে হ'বে অর্থাৎ বহুকরণ সংখ্যাটি ক'ত হ'বে তা বের ক'রার পদ্ধতি বর্ণনা ক'রব।

ধরা যাক σ দেওয়া আছে 2·5 একক। আমরা জানতে চাই

গড়মানের 5 এককের পার্থক্য 5% সংশয় মাত্রায় (5 percent level of significance) ধরা প'ড়তে হ'লে বহুকরণ সংখ্যাটি কত হ'বে ?

এক্ষেত্রে আমাদের r এমন ভাবে নিতে হ'বে যাতে

$$\frac{5}{2 \cdot 5 \sqrt{\frac{2}{r}}} \geqslant 1 \cdot 96 \ (i.e.\ \tau_{\cdot 05})$$

অথবা, $\sqrt{2r} \geqslant 1 \cdot 96$

অতএব বহুকরণ সংখ্যাটির ন্যূনতম মান হ'ল 2। এই আলোচনায় আমরা ধরে নিয়েছিলাম যে আমাদের σ জানা আছে। কিন্তু অধিকাংশ ক্ষেত্রেই σ জানা থাকে না। অবশ্য অনেক প্রকার গবেষণার ক্ষেত্রে সমউপাদানীয় পরীক্ষা থেকে আমরা σ সম্পর্কে মোটামুটি একটা ধারনা পেতে পারি যাকে কাজে লাগিয়ে বহুকরণ সংখ্যাটি বের করা যায়।

2.3.4. স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ বা ভ্রান্তি নিয়ন্ত্রণ (local control or error control) : পরীক্ষণী বিষয় এবং পরীক্ষণী পরিবেশ সম্পর্কে সম্যক জ্ঞান থাকার ফলে গবেষক নিজে আরও নানা উপায়ে ভ্রান্তি নিয়ন্ত্রণ ক'রতে পারেন। এগুলি সম্মিলিত ভাবে স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ বা ভ্রান্তি নিয়ন্ত্রণ নামে খ্যাত। আমরা এরূপ কতকগুলি উপায় সম্পর্কে আলোচনা ক'রব।

(i) পরীক্ষণী এককগুলিকে সমরূপ (homogenous) কতকগুলি ব্লকে ভাগ ক'রা হয়। এর ফলে এই ব্লকগুলির মধ্যে যে পার্থক্য তা বিদূরিত হ'য়ে ভ্রান্তির পরিমাণ ক'মে যায়। ফলে পরীক্ষাটির দক্ষতা (efficiency) আরও বাড়ে। তাই কৃষিজ গবেষণার ক্ষেত্রে উর্বরতার নতি (fertility gradient) জানা থাকলে ব্লকগুলি নির্বাচন ক'রা সহজ হয়।

(ii) এছাড়া উর্বরতার নতি জানা থাকলে অনেক ক্ষেত্রে ঐ পরীক্ষণী এককগুলিতেই যদি ভবিষ্যতে কোন পরীক্ষা করা হয় তাহ'লে তা থেকেও জমির উর্বরতাজনিত পার্থক্য বাদ দিয়ে ভ্রান্তির পরিমাণ ক'মানো যায়।

(iii) যেহেতু পরীক্ষণী ভ্রান্তিগুলি স্বভাবতঃ সমসম্ভব, সে কারণে আশা ক'রা অন্যায় হ'বে না যে তাদের অনাপেক্ষিক মান (absolute value) ছোট ছোট পরীক্ষণী এককগুলিতে যা হ'বে, তুলনামূলক ভাবে

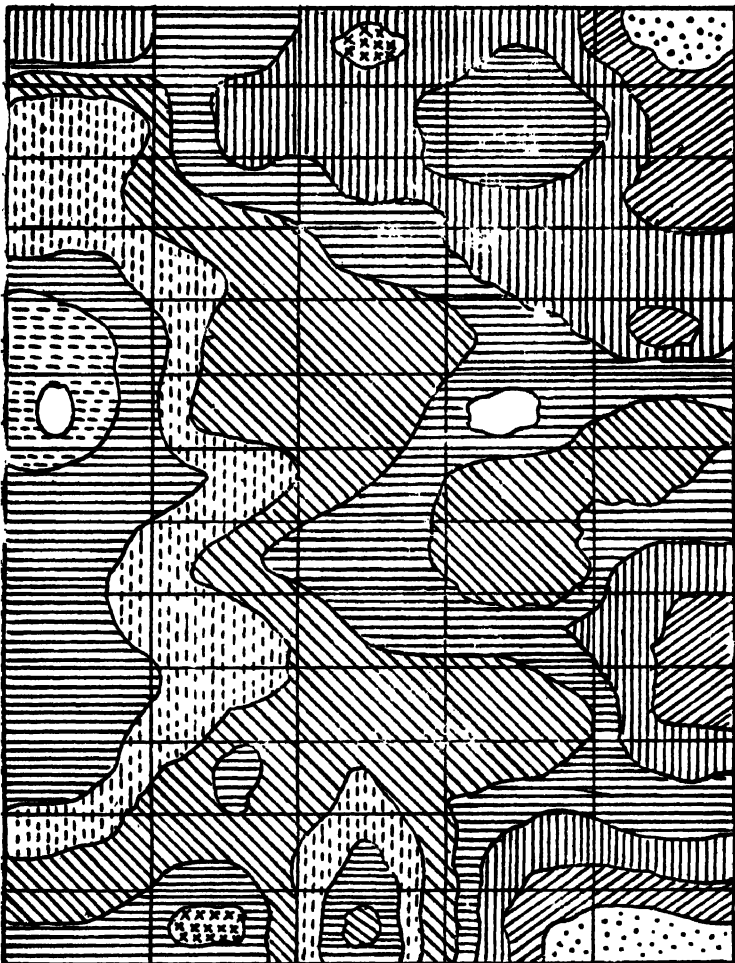
বড় বড় পরীক্ষণী এককগুলিতে তার চেয়েও কম হবে। কারণ বড় বড় পরীক্ষণী এককগুলিতে কতকগুলি ধনাত্মক এবং কতকগুলি ঋণাত্মক ভ্রান্তি একে অপরকে বাতিল ক'রে দেওয়ায় কতকগুলি ছোট ছোট এককে 'ভ্রান্তির অনাপেক্ষিক মানের সমষ্টি যা হ'বে সম আয়তনের একটি বড় পরীক্ষণী এককে ভ্রান্তির অনাপেক্ষিক মান তার চেয়ে কম হওয়ার সম্ভাবনাই বেশী। অতএব বড় বড় পরীক্ষণী একক নেওয়ার দিকে একটা প্রবণতা থাকা স্বাভাবিক। কিন্তু বড় বড় পরীক্ষণী একক নেওয়ার ফলে ব্লকগুলির আয়তন যাবে বেড়ে এবং তার ফলে জমির সমরূপতা নষ্ট হ'য়ে যাওয়ার সম্ভাবনাও বেড়ে যাবে। উর্বরতার সামান্যতম হ্রাস বৃদ্ধির ফলেও অনেক সময় বহুল পরিমাণে উৎপাদনের পার্থক্য দেখা যায়। অতএব দেখা যাচ্ছে পরীক্ষণী এককগুলির আয়তন পরিবর্তনের ফলে পরীক্ষণী ভ্রান্তির উপর দুই বিপরীত প্রবণতার প্রভাব প'ড়ছে। ফলে এককগুলির আয়তন নিরূপণের কাজ খুব কঠিন হ'য়ে দাঁড়ায়। এই দুই বিপরীত প্রবণতার মধ্যে সমতা রেখেই এই সমস্যার সমাধান বের ক'রতে হ'বে। এর জন্য সাধরণতঃ সম-উপাদানীয় পরীক্ষা থেকে উদ্ভূত উপাত্তের ব্যবহার করা হয়। সাধারণ পদ্ধতি হ'ল অনেকটা জমিতে একটি ফসল বোনা হয়। সমস্ত [জমিটিকে সব বিষয়ে একইরূপ পরিবেশের বিষয়ীভূত ক'রা হয়। পরে জমিটিকে সমান মাপের কতকগুলি ছোট ছোট এককে ভাগ ক'রে ফেলা হয়। প্রতিটি এককের উৎপাদন পৃথকভাবে লিপিবদ্ধ করা হয়। তারপর ছোট ছোট এককগুলিকে মিলিয়ে বিভিন্ন মাপের বড় বড় একক তৈরী ক'রে, আয়তনের পরিবর্তনের ফল লক্ষ করা হয়।

আয়তন স্থির ক'রার পর (অথবা অনেক ক্ষেত্রে একই সঙ্গে) একক গুলির গঠন প্রকৃতি (অর্থাৎ—সরু লম্বা অথবা এই মাপের চওড়া-চ্যাপটা) স্থির ক'রা হ'য়। এই পরিচ্ছেদের পরিশিষ্টে আমরা এককগুলির আয়তন ও গঠন প্রকৃতি কিভাবে বের ক'রা যায় এবং উর্বরতার নতিই বা কি ভাবে নিরূপণ ক'রা যায় তার একটি উদাহরণ দেব।

(iv) অনেক সময় একটি সমগতি সম্পন্ন চলের (correlated variable) সম্পর্কে জ্ঞান অর্জন ক'রে এবং সহভেদমান বিশ্লেষণের সাহায্যে পরীক্ষা হ'তে উদ্ভূত ফলগুলি থেকে সমগতি সম্পন্ন চ'লের প্রভাব বাদ দিয়ে পরীক্ষণী ভ্রান্তি ক'মান সম্ভব হয়। যেমন ধরা যাক, মূল পরীক্ষাটির আগে প্রারম্ভিক বছরে ঐ সব পরীক্ষণী একক গুলিতে একটি সম-উপাদানীয় পরীক্ষা করা হল। একই ব্লকের বিভিন্ন পরীক্ষণী এককের

মধ্যে যে উর্বরতা-পার্থক্য বর্তমান থাকে তা দূর করা সম্ভব না হওয়ায় পরীক্ষণী ভ্রান্তির পরিমাণ বেড়ে যায়। কিন্তু ঐ পরীক্ষণী একক গুলির মধ্যে উর্বরতার পার্থক্য বিভিন্ন বছরে একই থাকবে আশা করা যেতে পারে। অতএব প্রারম্ভিক বছরের উৎপাদন, xকে একটি সমগতিসম্পন্ন চল হিসাবে ব্যবহার করা যেতে পারে এবং পরীক্ষণী বছরের উৎপাদন yকে xএর উপর নির্ভরণজনিত অংশ বাদ দিয়ে সংশোধিত ক'রে নেওয়া যেতে পারে। যদি প্রারম্ভিক বছরের সমউপাদানীয় পরীক্ষার উৎপাদন না পাওয়া যায় তাহ'লে অন্য কোন একটি সম্পর্কিত চলকে x হিসাবে ব্যবহার করা যেতে পারে। যেমন ধরা যাক আমরা কয়েক প্রকার শিশু খাদ্যের গুণাবত্তা পরীক্ষা ক'রতে চাই। সেক্ষেত্রে শিশুদের প্রারম্ভিক ওজনগুলিকে একটি সহায়ক (auxiliary) চল হিসাবে ব্যবহার করা যেতে পারে।

2.4 পরিশিষ্ট

পুষায় সম্পাদিত একজাতীয় গমের একটি সমউপাদানীয় পরীক্ষার ফলাফল নিচে 2.1 নং সারণীতে দেওয়া হ'ল। [R. D. Bose : Soil heterogeneity trials at Pusa and the size and shape of experimental plots. Indian Jour. of Agri. Sc. vol V, 1935, pp 579—608]. এক একরের এক চতুর্থাংশ জমিতে পুষা 52 জাতের গম বোনা হ'য়েছিল 1930—31 এ। ফসল কাটার সময় চারিধারের বেশ কিছুটা অংশ বাদ দিয়ে সমস্ত জমিটিকে 390টি সমান অংশে ভাগ ক'রা হয়। এরূপ প্রতিটি পরীক্ষণী এককের আয়তন ছিল চার বর্গ ফুট। এই সব এককগুলির ফসল পৃথক পৃথক ভাবে তুলে তাদের আলাদা আলাদা ভাবে রাখা হল। এরপর জমিটির একটি সম-উর্বরতা রেখাবলী (Contour map) আঁকার জন্য বিভিন্ন প্রাথমিক এককগুলির 2 × 3 সম্মিলন নেওয়া হ'ল। এর ফলে জমিটি 65টি সম্মিলিত এককে ভাগ হ'য়ে গেল। তারপর ধরা হ'ল প্রতিটি এককের গড় উৎপাদন তার মধ্য বিন্দুতে অবস্থিত। এইভাবে যে সব এককগুলির গড় উৎপাদন জমিটির গড় উৎপাদনের চেয়ে 10%, 20%, 30%, 40%, 50% কম বা বেশী তাদের এই চিত্রটিতে সেইরূপভাবে চিহ্নিত করা হ'ল। এই সব বিন্দু-গুলিকে যোগ করে সম-উর্বরতা রেখাবলী পাওয়া গেল। এই সম-উর্বরতা রেখাবলীটি একটু ভালভাবে অনুধাবন করলে বোঝা যাবে যে উর্বরতার বিশেষ পার্থক্য বর্তমান এবং এই পার্থক্য কোনরূপ নিয়মের বিষয়ীভূত

নয়। এই চিত্র দেখে বোঝা যায় খুব কম পরিমাণ জমির উর্বরতা সমরূপ। আমরা পাশাপাশি পরীক্ষণী এককগুলির উৎপাদন যোগ করে বিভিন্ন আয়তন এবং গঠন প্রকৃতির পরীক্ষণী একক পেতে পারি (2.1) নং সারণীর উপাত্তের সাহায্যে এরূপ বিভিন্ন আয়তন এবং গঠন প্রকৃতির পরীক্ষণী এককগুলির ফল (2.2)নং সারণীতে দেখান হচ্ছে।

2.1. নম্বর সারণী

গ্রামের হিসাবে গমের উৎপাদন

স্তম্ভের নং / সারির নং	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	70	220	265	230	248	322	205	250	180	225	235	280	155	190	120
2	248	258	215	220	200	185	155	258	120	215	145	190	210	180	120
3	275	402	225	120	275	195	200	220	217	185	335	250	235	190	170
4	270	400	385	240	225	200	200	252	255	268	235	220	300	130	170
5	195	230	335	272	200	210	190	340	205	222	295	160	230	235	155
6	240	348	335	296	185	250	185	235	160	170	235	235	250	132	140
7	257	280	325	390	200	215	210	175	212	142	270	240	220	120	270
8	218	335	400	370	235	340	260	310	305	160	200	200	335	232	100
9	260	415	430	365	230	220	245	370	232	232	222	215	235	150	130
10	275	375	360	340	240	250	160	375	257	232	340	260	260	190	210
11	335	392	305	300	200	232	225	345	210	280	180	185	310	280	245
12	345	380	360	320	265	255	220	420	200	155	250	255	230	260	200
13	270	310	415	385	250	262	230	290	190	280	320	220	290	160	240
14	155	395	355	398	330	265	255	350	172	260	328	190	280	255	295
15	295	318	305	408	215	247	235	400	182	280	315	245	345	140	250
16	335	185	422	190	220	210	155	335	130	265	245	300	208	140	220
17	242	280	295	305	225	210	295	345	132	258	215	132	130	135	205
18	305	310	400	312	450	210	305	290	182	342	275	145	210	180	255
19	380	250	320	322	300	327	232	290	320	305	260	165	140	140	190
20	318	367	355	225	348	232	230	320	150	345	290	265	265	160	230
21	347	412	280	300	290	205	287	315	185	355	220	240	280	180	295
22	260	308	305	230	230	205	315	385	185	225	257	222	237	200	230
23	264	308	280	270	310	235	265	380	285	227	235	200	267	165	250
24	248	319	280	270	205	275	320	328	245	192	180	200	235	185	240
25	210	315	265	260	155	200	415	370	255	170	150	190	245	245	115
26	230	302	180	270	170	200	335	312	315	160	100	187	155	150	82

2.2. নম্বর সারণী

বিভিন্ন আয়তন এবং গঠন প্রকৃতির পরীক্ষণী এককের ভেদাঙ্ক
(Coefficient of variation)

সম্মিলিত একক	জমিখণ্ডের আয়তন	ভেদাঙ্ক (শতকরা হিসাবে)
1 × 1	4′ × 4′	24·894
2 × 1	8′ × 4′	20·871
3 × 1	12′ × 4′	19·240
4 × 1	16′ × 4′	18·288
6 × 1	24′ × 4′	16·807
8 × 1	32′ × 4′	16·204
12 × 1	48′ × 4′	15·501
24 × 1	96′ × 4′	12·555
1 × 3	4′ × 12′	18·590
2 × 3	8′ × 12′	19·159
3 × 3	12′ × 12′	16·078
4 × 3	19′ × 12′	15·722
6 × 3	24′ × 12′	14·975
8 × 3	32′ × 12′	14·508
12 × 3	48′ × 12′	15·387

উপরের সারণী থেকে বোঝা যাচ্ছে যে ভেদাঙ্কের প্রসার হ'ল 24 × 1 এরূপ এককগুলির ক্ষেত্রে শতকরা 12·555 থেকে 1 × 1 এরূপ একক-গুলির ক্ষেত্রে শতকরা 24·894 ভবিষ্যতে পরীক্ষার জন্য ঐ জমিটির

উপযোগী সম্মিলিত এককগুলি হল 24×1, 12×3, 8×3 এবং 6×3. (2.2) নং সারণী থেকে আমরা পরীক্ষণী এককগুলির বিভিন্ন সম্মিলন নিয়ে (2.3) নং সারণীটি তৈরী ক'রতে পারি। একটি লক্ষণীয় বিষয় হ'ল সমান আয়তনের ভিন্ন গঠন প্রকৃতির জন্য ভেদাঙ্কের মধ্যে পার্থক্য বিদ্যমান। অতএব বোঝা যাচ্ছে আয়তনের মত গঠন প্রকৃতি নির্ণয়ও খুবই গুরুত্বপূর্ণ।

2.3 নং সারণী

একই আয়তনের ভিন্ন গঠন প্রকৃতির জন্য ভেদাঙ্কের পার্থক্য

সম্মিলিত একক	জমির আয়তন (বর্গফুট)	ভেদাঙ্ক
8×3	384	14·508
24×1	384	12·555
4×3	192	15·722
12×1	192	15·501
2×3	96	19·159
6×1	96	16·807

2.5. সম্পূর্ণরূপে সম-সম্ভব পরিকল্পনা (Completely randomised design)

পরীক্ষণী পরিকল্পনাগুলির মধ্যে সহজতম পরিকল্পনাটি হ'ল সম্পূর্ণরূপে সম-সম্ভব পরিকল্পনা। কতকগুলি বিশেষকের (treatment) গুণাগুণ পরীক্ষা ক'রার জন্য আমাদের প্রথম প্রয়োজন একটি সমসম্ভব নমুনা (random sample) এই নমুনাটি পাওয়ার জন্য নির্দিষ্ট জমিটিকে সমান আয়তনের কতকগুলি টুকরা টুকরা জমিতে ভাগ ক'রে নেওয়া হয় যাতে প্রত্যেকটি বিশেষককে বেশ ক'য়েকবার পুনরাবৃত্তি ক'রা যায়। তারপর কোন সম-সম্ভাবী করণ পদ্ধতি গ্রহণ ক'রে বিশেষকগুলিকে জমিগুলিকে বণ্টন ক'রা হয়।

ধরা যাক আমাদের v সংখ্যক বিশেষককে পরীক্ষা ক'রতে হ'বে আর iতম বিশেষকটির বহুকরণ সংখ্যা হ'ল r_i. সুতরাং মোট পরীক্ষণী এককের সংখ্যা হ'ল $n = \Sigma r_i$. সম্পূর্ণরূপে সমসম্ভব পরিকল্পনায় vসংখ্যক বিশেষককে শুধুমাত্র সমসম্ভবী করণ পদ্ধতিতে n সংখ্যক পরীক্ষণী এককে বণ্টন ক'রা হয়। অনেকভাবেই বিশেষকগুলি বণ্টন ক'রা যেতে পারে।

একটি বিশেষ বিশেষক একটি বিশেষ এককে পরীক্ষা ক'রা হ'বে কিনা তা নির্ভর ক'রবে শুধুমাত্র আপতনের (chance) উপর। অর্থাৎ গবেষক যদি পক্ষপাত দুষ্ট (biased) হ'য়ে একটি বিশেষ বিশেষককে একটি বিশেষ পরীক্ষণী এককে না ফেলেন তাহ'লেই চ'লবে। এই বণ্টনের জন্য সাধারণতঃ সম-সম্ভব সংখ্যা সারণী ব্যবহৃত হয়। সারি ও স্তম্ভে বিভক্ত কতকগুলি সংখ্যা এই সারণীগুলিতে পাশাপাশি সাজান আছে। এই সংখ্যাগুলি পাওয়া গেছে এমন কোন বিশেষ পদ্ধতিতে যার দ্বারা সমসম্ভব সংখ্যার উদ্ভব হয়—আর পরে পরীক্ষা ক'রেও দেখা গেছে এই সংখ্যাগুলির সমসম্ভবতা গুণ আছে।

n সংখ্যক পরীক্ষণী এককে সুবিধা মত ভাবে $1, 2, .., n$ এই সংখ্যাগুলি দ্বারা চিহ্নিত ক'রা হ'ল। তারপর n সংখ্যক সম-সম্ভব সংখ্যা নেওয়া হ'ল। তারপর প্রথম r_1 সংখ্যক সমসম্ভব সংখ্যাগুলিতে যে যে সংখ্যা আছে সেই সেই সংখ্যাবিশিষ্ট পরীক্ষণী এককগুলিতে প্রথম বিশেষকটি প্রয়োগ ক'রা হ'ল। পরবর্তী r_2 সংখ্যক সম-সম্ভব সংখ্যাগুলিতে যে যে সংখ্যা আছে সেই সেই সংখ্যাবিশিষ্ট পরীক্ষণী এককগুলিতে দ্বিতীয় বিশেষকটি প্রয়োগ ক'রা হ'ল। অনুরূপভাবে শেষ r_v সংখ্যক সমসম্ভব সংখ্যাগুলিতে যে যে সংখ্যা আছে সেই সেই সংখ্যা বিশিষ্ট পরীক্ষণী এককগুলিতে শেষ বিশেষকটি প্রয়োগ ক'রা হ'ল।

উপাত্তের বিশ্লেষণ। সম্পূর্ণরূপে সম-সম্ভব পরিকল্পনা হ'তে উদ্ভূত উপাত্তের বিশ্লেষণ একধারা শ্রেণী বিন্যাসী উপাত্তের বিশ্লেষণের অনুরূপ। এখানেও আমরা ঋজুরৈখিক প্রতিরূপটিকে লিখতে পারি

$$x_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

যেখানে x_{ij} হ'ল iতম শ্রেণীর jতম অবেক্ষণ, μ হ'ল একটি সাধারণ ফল যা প্রতিটি অবেক্ষণের মধ্যে সমপরিমাণে আছে; τ_i হ'ল iতম শ্রেণীর বিশেষ ফল আর ϵ_{ij} হ'ল অবেক্ষণ ভ্রান্তি। একধারা শ্রেণী বিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণে সময় আমরা যেমন ধরে নিয়েছিলাম যে ϵ_{ij}গুলি একে অপরের অনপেক্ষ ভাবে নর্মাল নিবেশন মেনে চ'লে যাদের গড়মান শূন্য আর ভেদমান σ^2 এখানেও সেইসব স্বীকরণ প্রয়োজন।

এখানেও আমাদের পরীক্ষণীয় প্রকল্পটি হ'ল $H_0(\tau_1 = \tau_2 = \cdots \tau_v)$ আর বিকল্প প্রকল্পটি হ'ল অন্ততঃ একটি τ_i অন্য সবগুলি থেকে পৃথক। এই প্রকল্পটি পরীক্ষার জন্য এখানেও আমরা প্রভেদ বিশ্লেষণের সাহায্য নেব।

2.4. মন্থর সারণী

সম্পূর্ণরূপে সম-সম্ভব পরিকল্পনার প্রভেদ বিশ্লেষণ

প্রভেদের উৎস	স্বাতন্ত্র্য মাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F
বিশেষক	$v-1$	$S^2_T=\Sigma r_i(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2$	$s^2_T=S^2_T/v-1$	s^2_T/s^2_E
ভ্রান্তি	$n-v$	$S^2_E=\text{S.S.T.}-S^2_T$	$s^2_E=S^2_E/n-v$	
মোট	$n-1$	$\text{S.S.T.}=\sum_i\sum_j(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2$		

এই সারণীথেকে যে F পাওয়া যাবে তার মান যদি F-সারণীতে প্রদত্ত $F\alpha\,;\,v-1,\ n-v$ এর চেয়ে বেশী হয় তাহ'লে মুখ্য প্রকল্পটিকে বর্জন ক'রতে হ'বে। মুখ্য প্রকল্পটি যদি বর্জন ক'রতে হয় তাহ'লে যে কোন দুটি বিশেষকের মধ্যে প্রকৃত পার্থক্য বিদ্যমান কিনা তা পরীক্ষা ক'রার জন্য আমরা t-নিবেশনের সাহায্য নিয়ে থাকি। A এবং B যদি যে কোন দুটি বিশেষক হয় এবং তাদের গড়মান যদি $\bar{x}_A$ এবং $\bar{x}_B$ হয় তাহ'লে আমরা তাদের মধ্যে প্রকৃত পার্থক্য বিদ্যমান আছে ব'লব তখনই যখন দেখব

$$\left|\bar{x}_A-\bar{x}_B\right|>t_{\alpha,\,n-v}\,s_E\sqrt{\left(\frac{1}{r_A}+\frac{1}{r_B}\right)}$$

গুণাগুণ। একটি সম্পূর্ণরূপে সম-সম্ভব পরিকল্পনাকে একটি সুচিন্তিত পরিকল্পনা হিসাবে বিচার ক'রতে গেলে এর মূল্য খুবই কম। পরিকল্পনাটি খুবই সরল। বিশ্লেষণও খুবই সহজ। কিন্তু ব্যবহারিক ক্ষেত্রে এর খুবই সীমিত প্রয়োগ হ'য়ে থাকে। একটি সুপরিকল্পিত পরিকল্পনার অত্যাবশ্যক গুণগুলির মধ্যে যদিও সম-সম্ভব ক'রণ এবং বহুকরণের প্রয়োগ এখানে ক'রা হ'য়েছে কিন্তু স্থানীয় নিয়ন্ত্রণের প্রয়োগ না থাকায় পরীক্ষণী ভ্রান্তির পরিমাণ খুব বেশী হওয়ার সম্ভাবনাই বেশী। তাই যে ধরণের পরীক্ষায় পরীক্ষণী ভ্রান্তির পরিমাণ খুবই কম সেখানেই এর সীমিত প্রয়োগ হ'য়ে থাকে। যেমন গবেষণাগারে কোন একটি রাসায়নিক পরীক্ষা অথবা একটি নিয়ন্ত্রিত শিল্প-সংক্রান্ত পরীক্ষা যেখানে বিভিন্ন পরীক্ষণী এককগুলির মধ্যে খুবই কম অসামঞ্জস্য আছে, সেখানে এই পরিকল্পনা প্রয়োগ ক'রা যেতে পারে।

2.6. সম-সম্ভব ব্লক পরিকল্পনা (Randomised Block Design)

সম-সম্ভব ব্লক পরিকল্পনা হ'ল সহজতম পরিকল্পনা যেখানে পূর্ব পরিচ্ছেদে বর্ণিত সব আবশ্যকীয় নিয়মগুলির প্রয়োগ ক'রা হ'য়েছে।

যদি v সংখ্যক বিশেষক থাকে এবং প্রত্যেকটি বিশেষকের বহুকরণ সংখ্যা (replication) হয় r, তাহ'লে মোট পরীক্ষণী এককের সংখ্যা হ'ল $n=vr$. এই পরীক্ষণী এককগুলিকে প্রথমে মোটামুটি সমরূপ rটি ব্লকে ভাগ ক'রা হয়। তারপর প্রতিটি ব্লককে vটি এককে ভাগ ক'রা হয়। এখন v সংখ্যক বিশেষককে প্রত্যেকটি ব্লকে একবার ক'রে বণ্টন ক'রা হয়। এই বণ্টন ক'রা হয় সম্পূর্ণরূপে সম-সম্ভব পদ্ধতিতে এবং একটি ব্লকে বিশেষকগুলি কেমন ভাবে বণ্টন ক'রা হ'ল তার সংগে অন্য ব্লকে বিশেষকগুলিকে কেমন ভাবে বণ্টন ক'রা হ'বে তার কোন সম্পর্ক নেই। তাই প্রতিটি ব্লকে v সংখ্যক বিশেষককে v সংখ্যক পরীক্ষণী এককে নতুন ক'রে বণ্টন ক'রা হয়। সুতরাং এরূপ একটি পরিকল্পনা ক'রতে হ'লে প্রথমে বহুকরণ সংখ্যাটি ঠিক ক'রে নিতে হ'বে। সম্পূর্ণরূপে সম-সম্ভব পরীক্ষণী পরিকল্পনায় প্রতিটি বিশেষকের জন্য বহুকরণ সংখ্যাটির মান ভিন্ন হওয়ার সুযোগ ছিল। এখানে কিন্তু বহুকরণ সংখ্যাটির মান অভিন্ন। একটি সম-সম্ভব ব্লক পরিকল্পনা ক'রার জন্য প্রতিটি ব্লককে vটি পরীক্ষণী এককে ভাগ ক'রা হ'ল। তারপর প্রতিটি পরীক্ষণী একককে 1 থেকে v পর্যন্ত এই সংখ্যাগুলির যে কোন একটি দিয়ে সুবিধামত ভাবে চিহ্নিত ক'রা হ'ল। তারপর সম-সম্ভব সংখ্যা সারণী থেকে vটি সম-সম্ভব সংখ্যা নেওয়া হ'ল। প্রথম যে সম-সম্ভব সংখ্যাটি পাওয়া গেল প্রথম পরীক্ষণী এককে সেই বিশেষকটিকে প্রয়োগ ক'রা হ'ল। তারপর যে সমসম্ভব সংখ্যাটি পাওয়া গেল দ্বিতীয় পরীক্ষণী এককে সেই বিশেষকটিকে প্রয়োগ ক'রা হ'ল। এই ভাবে vটি পরীক্ষণী এককে vটি বিশেষককে প্রয়োগ ক'রা হ'ল। এই ভাবে প্রথম ব্লকটি পাওয়া গেল। প্রথম ব্লক পাওয়ার পর অনরূপভাবে দ্বিতীয় ব্লকটিও পাওয়া যাবে। এই ভাবে rটি ব্লক পাওয়া যাবে।

উপাত্তের বিশ্লেষণ : সম-সম্ভব ব্লক পরিকল্পনা হ'তে উদ্ভূত উপাত্তের বিশ্লেষণ দুই ধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের বিশ্লেষণের অনুরূপ। iতম ব্লকে jতম বিশেষকটির ফল (yield) যদি x_{ij} হয়, তাহ'লে ঋজু রৈখিক প্রতিরূপটি হ'বে

$$x_{ij}=\mu+\beta_i+\tau_i+e_{ij}$$

দুই ধারা শ্রেণী বিন্যাসী উপাত্তের ন্যায় এখানেও স্বীকরণ হ'ল e_{ij} গুলি একে অপরের অনপেক্ষ ভাবে নর্ম্যাল নিবেশন মেনে চ'লবে যার গড়মান শূন্য আর ভেদমান σ^2. এখানে পরীক্ষণীয় প্রকল্পটি হ'ল

$$H_0(\tau_1=\tau_2=\cdots=\tau_v)$$

দুইধারা শ্রেণী বিন্যাসী উপাত্তের ন্যায় এখানেও আমরা সহজেই প্রভেদ-বিশ্লেষণ সারণীটি লিখতে পারি।

2.5. নম্বর সারণী

সম-সম্ভব ব্লক পরিকল্পনার প্রভেদ বিশ্লেষণ

উৎস	স্বাতন্ত্র্য মাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F
ব্লক	$r-1$	$S^2_B=v\sum_j(x_{ij}-\bar{x}_{i.})^2$		
বিশেষক	$v-1$	$S^2_T=r\sum_i(x_{ij}-\bar{x}_{.j})^2$	$s^2_T=\frac{S^2_T}{v-1}$	s^2_T/s^2_E
ভ্রান্তি	$v_E=(r-1)(v-1)$	$S^2_E=S.S.T.-S^2_B-S^2_T$	$s^2_E=\frac{S^2_E}{v_E}$	
মোট	$n-1$	$S.S.T.=\sum(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2$		

এই সারণী থেকে যে F পাওয়া যাবে তার মান যদি $F\alpha\,;v-1,\,v_E$ এর চেয়ে বড় হয় তাহ'লে আমাদের মূখ্য প্রকল্পটি বর্জন ক'রতে হ'বে।

গুণাগুণ : সম্পূর্ণরূপে সম-সম্ভব পরিকল্পনার মত সম-সম্ভব ব্লক পরিকল্পনাও খুবই সরল। এই পরিকল্পনা থেকে উদ্ভুত উপাত্তের বিশ্লেষণও খুবই সহজ। স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ প্রয়োগ ক'রে এখানে ভ্রান্তি নিয়ন্ত্রণের সুযোগ রয়েছে। তাই এই পরিকল্পনাটি বহুল ব্যবহৃত। কিন্তু এই পরিকল্পনায় vএর মান যদি খুব বেশী হয় তাহ'লে ব্লকের ভিতরে সমরূপতা নষ্ট হ'য়ে যায়। ফলে পরীক্ষাটি ত্রুটিপূর্ণ হ'য়ে যায়।

2.1. উদাহরণ: ছয়-প্রকার গমের বীজের গুণাবত্তা পরীক্ষা ক'রার জন্য চারটি ব্লকে একটি সম-সম্ভব ব্লক পরিকল্পনা ক'রা হ'য়েছে ঃ উপাত্তটি বিশ্লেষণ ক'র।

ব্লকের নম্বর						
1.	v_2 30·6	v_3 27·7	v_6 24·9	v_1 27·8	v_4 16·2	v_5 16·2
2.	v_1 27·3	v_4 15·0	v_6 22·5	v_2 28·8	v_5 17·0	v_3 22·7
3.	v_6 27·7	v_2 31·0	v_4 14·1	v_3 34·9	v_1 28·5	v_5 17·7
4.	v_4 14·1	v_6 22·7	v_5 17·7	v_2 39·5	v_3 36·8	v_1 38·5

iতম ব্লকের সমষ্টিকে যদি B_i দ্বারা চিহ্নিত ক'রা যায় এবং jতম বিশেষকের সমষ্টিকে যদি T_j লেখা হয়, তাহলে $B_1 = 143·4$, $B_2 = 133·3$, $B_3 = 148·9$, $B_4 = 169·3$, $V_1 = 122·1$, $V_2 = 129·9$, $V_3 = 122·1$, $V_4 = 59·4$, $V_5 = 68·6$, $V_6 = 92·8$, $G = 594·9$, $\sum_{ij} x_{ij}^2 = 16174·43$

$\Sigma B_i^2 = 89166·15$, $\Sigma T_j^2 = 63536·99$,

$$\text{সংশোধন অংশ} = \frac{G^2}{n} = 14746·08375$$

$$\text{সংশোধিত মোট সমষ্টিবর্গ} = 16174·43 - 14746·08375$$
$$= 1428·34625$$

$$\text{ব্লক সমষ্টি বর্গ} = \frac{89166·15}{6} - \frac{G^2}{n}$$
$$114·94125$$

$$\text{বিশেষক সমষ্টিবর্গ} = \frac{63536·99}{4} - \frac{G^2}{n}$$
$$= 1138·16375$$

2.6. নম্বর সারণী

প্রভেদ বিশ্লেষণ

উৎস	স্বাতন্ত্র্য মাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F
ব্লক	3	114·94125		
বিশেষক	5	1138·16375	227·63275	19·485**
ভ্রান্তি	15	175·24125	11·68275	
মোট	23	1428·34625		

এক্ষণে $F_{.01}(5,15)=$!·56, সুতরাং বিশেষকগুলির মধ্যে তাৎপর্যপূর্ণ পার্থক্য বর্ত্তমান।

মানের পর্যায়ে আমরা বিশেষকগুলিকে নিচেরমত সাজাতে পারি V_2 V_3 V_1 V_6 V_5 V_4

যে কোন দুই-প্রকার বীজের মধ্যে পার্থক্য বিদ্যমান কিনা তা দেখার জন্য আমরা t নিবেশনের সাহায্যে তাদের গড়মানকে পরীক্ষা ক'রতে পারি। যদি গড়মান দুটি m_j এবং m_j' হয় তাহ'লে

$$\frac{m_j - m_j'}{\sigma\sqrt{\frac{2}{r}}} > t_{v_E}(2\alpha)$$

হ'লে আমরা ব'লব jতম এবং j'–তম বিশেষক দুটির পার্থক্য $\alpha\%$ মাত্রায় তাৎপর্যপূর্ণ। যেমন ধরা যাক আমরা জানতে চাই V_3 এবং V_5 এর মধ্যে যে পার্থক্য তা 5% মাত্রায় তাৎপর্যপূর্ণ কিনা।

$$\text{এখানে}\frac{m_3 - m_5}{\hat{\sigma}\sqrt{\frac{2}{r}}} = \frac{13{\cdot}375}{11{\cdot}68275\times\sqrt{\frac{2}{4}}} = \frac{13{\cdot}375\times1{\cdot}414}{11{\cdot}68275}$$

$$= 1{\cdot}62 > t_{15}({\cdot}10) = 1{\cdot}75$$

সুতরাং v_3 এবং v_5 এর মধ্যে পার্থক্য থাকলেও তাকে তাৎপর্যপূর্ণ ব'লা যায় না।

2.7 ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনা (Latin Square Design)

সম সম্ভব ব্লক পরিকল্পনায় আমরা দেখেছি পরীক্ষণী এককগুলিকে কয়েকটি ঘন সন্নিবিষ্ট ব্লকে ভাগ ক'রে প্রত্যেকটি ব্লকে প্রত্যেকটি বিশেষককে ঠিক একবার ক'রে প্রয়োগ ক'রলে পরীক্ষণী ভ্রান্তি ক'মে যাবে এবং পরীক্ষাটির দক্ষতা বাড়বে। কৃষিজ গবেষণার ক্ষেত্রে ব'লা হ'য় যেদিকে উর্বরতার নতি, সেদিকে সমান্তরাল ক'রে যদি rটি সম-সম্ভব ব্লকের পরিকল্পনা ক'রা হয় তাহ'লে ব্লকগুলির মধ্যে উর্বরতার পার্থক্যজনিত যে অসমতা আছে তা দূর হ'য়ে পরীক্ষাটি আরও যথাযথ হ'বে। প্রশ্ন জাগে, এমন তো কোন বাঁধাধরা নিয়ম নেই যে উর্বরতার নতি শুধু মাত্র একদিকেই থাকবে! বিভিন্ন দিকেই তো এই পার্থক্য পরিলক্ষিত হ'তে পারে। সেক্ষেত্রে সেদিকেও কি ভ্রান্তি দূর ক'রার কোন উপায় আছে? এর উত্তর খুঁজে পাওয়া যাবে ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনায়। যদিও পরিকল্পনাটির মধ্যে বর্গ ক'থাটি র'য়েছে কিন্তু ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনার সংগে বর্গ ক্ষেত্রের কোন সম্পর্ক নেই—আয়তক্ষেত্র হ'লেই চ'ল্বে। যদি v সংখ্যক বিশেষক থাকে তাহ'লে আয়তক্ষেত্রটিকে v^2 সংখ্যক সমান মাপের পরীক্ষণী এককে ভাগ ক'রতে হ'বে। তারপর v^2 সংখ্যক পরীক্ষণী একককে v সংখ্যক বিশেষকের মধ্যে এমনভাবে বণ্টন করতে হবে যাতে প্রতিটি সারি এবং প্রতিটি স্তম্ভে প্রতিটি বিশেষক ঠিক একবার ক'রে থাকে। সুতরাং এখানে বহুকরণ সংখ্যাটিও v. যদি শুধু মাত্র সারি শ্রেণীবিভাগগুলিকে ধরা যায়, তাহ'লে vটি ব্লকে বিভক্ত একটি সমসম্ভব ব্লক পরিকল্পনা পাওয়া যাবে। অনুরূপভাবে স্তম্ভ শ্রেণীবিভাগগুলিকে ধরলেও v ব্লকে বিভক্ত একটি সমসম্ভব ব্লক পরিকল্পনা পাওয়া যাবে। যেহেতু প্রথম যখন এই পরিকল্পনাটির উদ্ভাবন ক'রা হয়, তখন ল্যাটিন বর্ণমালার সাহায্যে এই বর্গটিকে লেখা হ'ত সেকারণে এটিকে আমরা ল্যাটিন বর্গ ব'লি। শুধু যে যেখানে দুইদিকে এরূপ উর্বরতার পার্থক্য প্রকট সেখানেই ল্যাটিন বর্গ প্রয়োগ ক'রা যাবে তাই নয় অনেক সময় হয়ত উর্বরতার নতি কোনদিকে তাই জানা নেই; সেক্ষেত্রেও ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনার সাহায্যে পরীক্ষাটি ক'রা যেতে পারে। কারণ কোনদিকে যদি উর্বরতার নতি থাকে তাহ'লে তজ্জনিত ভ্রান্তির অংশ বিদূরিত হ'বে।

আমরা আগের পরিচ্ছেদে দেখেছি যে কোন পরীক্ষণী পরিকল্পনার তিনটি মূল সূত্র হলে সমসম্ভবীকরণ, বহুকরণ এবং স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ। ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনার যে বর্ণনা দেওয়া হ'য়েছে তার থেকে বোঝা যায়,

এখানে বহুকরণ ও স্থানীয় নিয়ন্ত্রণের প্রয়োগ ক'রা হ'য়েছে। কিন্তু সম-সম্ভাবীক'রণ কিভাবে ক'রা সম্ভব ? সম সম্ভাবীক'রণ ক'রার অর্থ যে কোন সারি বা যে কোন স্তম্ভের যে কোন পরীক্ষণী এককে যে কোন বিশেষককে প্রয়োগ ক'রা যেতে পারে। কিন্তু ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনার পরিকল্পনাটি এমন যে সম্পূর্ণরূপে যথাসম্ভব পরিকল্পনা বা সম সম্ভব ব্লক পরিকল্পনায় যেভাবে সমসম্ভাবী ক'রণ ক'রা হ'য়েছে তা এখানে প্রযোজ্য নয়। এখানে সম-সম্ভাবী ক'রণের জন্য আমরা ক'য়েকটি পদ্ধতি বর্ণনা ক'রব।

ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনায় সম সম্ভাবী ক'রণের একটি পদ্ধতি হ'ল Fisher ও Yates এর সারণী থেকে $v \times v$ যে সব ল্যাটিন বর্গ দেওয়া আছে সমসম্ভব পদ্ধতিতে তার একটি বেছে নেওয়া ; তারপর সারিগুলির ভিতরের বিশেষকগুলিকে ঠিক রেখে সারিগুলিকে সমসম্ভব করা ; সারি-গুলিকে সমসম্ভব ক'রার পর ভিতরের বিশেষকগুলিকে ঠিক রেখে স্তম্ভ-গুলিকে সম-সম্ভব ক'রা। কিন্তু এই পদ্ধতি এই জন্য ত্রুটিপূর্ণ যে এখানে Fisher ও Yates এর সারণী পুস্তকটি অত্যাবশ্যক। অথচ ল্যাটিনবর্গের সংগে Fisher ও Yates বই-এর এমন কোন সম্পর্ক নেই যে ঐ বইটি ছাড়া ল্যাটিন বর্গ পাওয়া যাবে না। আমরা সরাসরি ল্যাটিন বর্গ পাওয়ার জন্য দুটি পদ্ধতির বর্ণনা ক'রছি। ধরা যাক আমাদের একটি 4×4 ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনা ক'রতে হ'বে। বিশেষকগুলিকে A, B, C এবং D দ্বারা চিহ্নিত করা হ'ল। তারপর সম-সম্ভব পদ্ধতিতে প্রথম সারিটি টানা হ'ল। ধরা যাক প্রথম সারিটি পাওয়া গেল DABC এর পর দ্বিতীয় সারিটি পাওয়ার জন্য প্রথম সারির যে স্থানে A আছে, সেখানে যদি A আসে, যেখানে B আছে সেখানে যদি B আসে, যেখানে C আছে সেখানে যদি C আসে অথবা যেখানে D আছে সেখানে যদি D আসে, তাহ'লে সেগুলিকে পরিত্যাগ ক'রতে হ'বে। ধরা যাক, দ্বিতীয় সারিটি এল BDCA. তৃতীয় সারিটি পাওয়ার সময় লক্ষ্য রাখতে হ'বে প্রথম বর্ণটি যেন B বা D না হয়, দ্বিতীয় বর্ণটি যেন A বা D না হয়, তৃতীয় বর্ণটি যেন B বা C না হয় এবং চতুর্থ বর্ণটি যেন C বা A না হয়। ধরা যাক তৃতীয় বর্ণটি পাওয়া গেল CBAD. সুতরাং চতুর্থ সারিটি হ'বে ACDB এবং সম্পূর্ণ বর্গটি হ'বে

D A B C
B D C A
C B A D
A C D B

এরপর এক থেকে চার পর্যন্ত চারটি সম-সম্ভব সংখ্যা টানা হ'ল। সংখ্যাগুলি যদি 4213 হয় তাহ'লে সারিগুলিকে সম-সম্ভব ক'রার পর বর্গটি দাঁড়াবে

A C D B
B D C A
D A B C
C B A D

এরপর স্তম্ভগুলিকে সম-সম্ভব ক'রার জন্য আবার চারটি সংখ্যা টানা হ'ল। ধরা যাক সংখ্যাগুলি এল 1423. তাহ'লে স্তম্ভগুলিকে সম-সম্ভব ক'রার পর বর্গটি পাব

A B C D
B A D C
D C A B
C D B A

কিন্তু এই পদ্ধতি ক্লান্তিকর ও যথেষ্ট সময় সাপেক্ষ। তাই সাধারণতঃ যে পদ্ধতি গ্রহণ করা হয় তাহ'ল

A B C D
B C D A
C D A B
D A B C

এই বর্গটি নেওয়া হ'ল। তারপর সারি এবং স্তম্ভগুলিকে সম-সম্ভব ক'রা হ'ল। তারপর বিশেষকগুলিকে সম-সম্ভব পদ্ধতিতে A, B, C এবং D এই চারটি বর্ণের মধ্যে বণ্টন ক'রা হ'ল।

উপাত্তের বিশ্লেষণ : ল্যাটিন বর্গের iতম সারি এবং jতম স্তম্ভে যদি kতম বিশেষকটি প্রয়োগ ক'রা হ'য়ে থাকে এবং তজ্জনিত উৎপাদনের পরিমাণ যদি x_{ijk} হয় তাহ'লে

$$E(x_{ijk})=\mu+\rho_i+\beta_j+\tau_k\ ;\quad i, j, k=1, 2, .., v$$

যেখানে μ হ'ল একটি সাধারণ ফল যা প্রতিটি অবেক্ষনের মধ্যে সম-পরিমাণে আছে ; ρ_i হ'ল iতম সারির বিশেষ ফল, β_j হ'ল jতম স্তম্ভের বিশেষ ফল আর τ_k হ'ল kতম বিশেষকের বিশেষ ফল। μকে এমন ভাবে নিয়ন্ত্রণ ক'রা হ'ল যাতে $\sum_i \rho_i=\sum_j \beta_j=\sum_k \tau_k=0$.

আমাদের স্বীকরণ হ'ল প্রতিটি x_{ijk} নর্ম্যাল নিবেশন মেনে চ'লে যার গড়মান $E(x_{ijk})$ আর ভেদমান σ^2. যদি iতম সারির গড়মানকে $\bar{x}_{i..}$, jতম স্তম্ভের গড়মানকে $\bar{x}_{.j.}$ এবং kতম বিশেষকের গড়মানকে $\bar{x}_{..k}$ ব'লা যায় এবং সমস্ত অবেক্ষনের গড়মান হয় $\bar{x}_{...}$ তাহ'লে আমরা মোট সমষ্টি-বর্গকে নিম্নলিখিত ভাগে ভাগ ক'রতে পারি।

$$\sum_{ijk}(x_{ijk}-\bar{x}_{...})^2=\Sigma(\bar{x}_{ij.}-\bar{x}_{i..}-\bar{x}_{.j.}-\bar{x}_{..k}+2\bar{x}_{...})^2$$
$$+v\Sigma(\bar{x}_{i..}-\bar{x}_{...})^2+v\Sigma(\bar{x}_{.j.}-\bar{x}_{...})^2$$
$$+v\Sigma(\bar{x}_{..k}-\bar{x}_{...})^2 \quad \dots \quad (2.1)$$

(2.1) নং সমীকরণের ডানদিকের প্রতিটি অংশকে σ^2 দিয়ে ভাগ ক'রলে তাদের নিবেশন হ'বে χ^2 যাদের স্বাতন্ত্র্য মাত্রা হ'বে যথাক্রমে $(v-1)$ $(v-2)$, $(v-1)$, $(v-1)$ এবং $(v-1)$.

এখানে মুখ্য প্রকল্পটি হ'ল

$$H_{01}\ (\tau_1=\tau_2=\dots=\tau_v) \quad (2.2)$$

অর্থাৎ বিশেষকগুলির মধ্যে কোন পার্থক্য নেই। অনেক সময় অবশ্য সারি এবং স্তম্ভ শ্রেণীবিভাগগুলির কোনরূপ যৌক্তিকতা আছে কিনা দেখতে চাওয়া হয়। সারি শ্রেণীবিভাগের যৌক্তিকতা বিচার ক'রার জন্য প্রকল্পটি হ'ল

$$H_{02}\ (\rho_1=\rho_2=\dots\rho_v) \quad \dots \quad \dots \quad (2.3)$$

আর স্তম্ভ শ্রেণীবিভাগগুলির যথার্থতা যাচাই ক'রা হ'য়

$$H_{03}\ (\beta_1=\beta_2=\dots=\beta_v) \quad \dots \quad \dots \quad (2.4)$$

এই প্রকল্পটির সাহায্যে।

প্রথম প্রকল্পটি পরীক্ষা ক'রার জন্য উপযুক্ত নমুনাঙ্কটি হ'ল

$$F_1=\frac{v\Sigma(\bar{x}_{..k}-\bar{x}_{...})^2/(v-1)}{\Sigma(\bar{x}_{ij.}-\bar{x}_{i..}-\bar{x}_{.j.}-\bar{x}_{..k}+2\bar{x}_{...})^2/(v-1)(v-2)} \quad (2.5)$$

এই নমুনাঙ্কটির নিবেশন হ'বে $F_{v-1,\ (v-1)\ (v-2)}$. সুতরাং যদি F_1 এর মান $F_{\alpha, v-1,\ (v-1)(v-2)}$ এর চেয়ে বেশী হয় তাহ'লে H_{01} প্রকল্পটি বর্জন করতে হ'বে।

অনুরূপ ভাবে H_{02} প্রকল্পটি পরীক্ষা ক'রার জন্য যথাযথ নমুনাঙ্ক হ'ল

$$F_2 = \frac{v\Sigma\,(\bar{x}_{i..} - \bar{x}_{...})^2/v-1}{\Sigma\,(\bar{x}_{ij.} - \bar{x}_{i..} - \bar{x}_{.j.} - \bar{x}_{..k} + 2\bar{x}_{...})^2/(v-1)\,(v-2)} \quad (2.6)$$

যার নিবেশন হ'ল $F_{v-1,\,(v-1)\,(v-2)}$

এবং H_{03} প্রকল্পটি পরীক্ষা ক'রার জন্য উপযোগী নমুনাঙ্ক হ'ল

$$F_3 = \frac{v\Sigma\,(\bar{x}_{.j.} - \bar{x}_{...})^2/v-1}{\Sigma\,(\bar{x}_{ij.} - \bar{x}_{i..} - \bar{x}_{.j.} - \bar{x}_{..k} + 2\bar{x}_{...})^2/(v-1)\,(v-2)} \quad (2.7)$$

F_3 এর নিবেশনও হ'বে $F_{v-1,\,(v-1)\,(v-2)}$

2.7. নম্বর সারণী

ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনার প্রভেদ বিশ্লেষণ

প্রভেদের উৎস	স্বাতন্ত্র্যমাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F
সারি	$v-1$	$S^2_R = v\Sigma(\bar{x}_{i..} - \bar{x}_{...})^2$	$s^2_R = \frac{S^2_R}{v-1}$	$F_2 = \frac{s^2_R}{s^2_E}$
স্তম্ভ	$v-1$	$S^2_C = v\Sigma(\bar{x}_{.j.} - \bar{x}_{...})^2$	$s^2_C = \frac{S^2_C}{v-1}$	$F_3 = \frac{s^2_C}{s^2_E}$
বিশেষক	$v-1$	$S^2_T = v\Sigma(\bar{x}_{..k} - \bar{x}_{...})^2$	$s^2_T = \frac{S^2_T}{v-1}$	$F_1 = \frac{s^2_T}{s^2_E}$
ভ্রান্তি	$v_E = (v-1)(v-2)$	$S^2_E = *$	$s^2_E = \frac{S^2_E}{v_E}$	
মোট	v^2-1	$\Sigma(x_{ijk} - \bar{x}_{...})^2$		

2.2. উদাহরণ: ছয় প্রকার বিশেষকের গুণাবত্তা পরীক্ষা ক'রার জন্য একটি 6×6 ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনায় পরীক্ষা ক'রা হ'য়েছে। বিশেষকগুলিকে *A, B, C, D, E* এবং *F* দ্বারা চিহ্নিত ক'রা হ'য়েছে। প্রতিটি বিশেষকের নিচে ঐ সারি ও ঐ স্তম্ভে ঐ বিশেষকটি প্রয়োগ ক'রে যে উৎপাদন পাওয়া গেছে, তা দেওয়া হ'ল। উপাত্তটি বিশ্লেষণ কর।

2.8. নম্বর সারণী

B 220	*F* 98	*D* 149	*A* 92	*E* 282	*C* 160
A 74	*E* 238	*B* 163	*C* 228	*F* 48	*D* 168
D 188	*C* 279	*F* 118	*F* 278	*B* 176	*A* 133
E 295	*B* 222	*A* 54	*D* 104	*C* 213	*F* 163
C 187	*D* 90	*E* 242	*F* 96	*A* 66	*B* 188
F 90	*A* 124	*C* 195	*B* 109	*D* 79	*E* 211

2.9. নম্বর সারণী

সারি স্তম্ভ ও বিশেষকগুলির মোট ফল দেওয়া হ'ল

নম্বর	সারি	স্তম্ভ	বিশেষক
1	1001	1054	543
2	919	1051	1078
3	1172	921	1262
4	1051	907	778
5	869	864	1546
6	808	1023	613

$G=5820$, সংশোধন অংশ$=\frac{G^2}{36}=940900$

সারির সমষ্টিবর্গ$=14562$, স্তম্ভের সমষ্টিবর্গ$=5672$,

বিশেষক সমষ্টিবর্গ$=129224{\cdot}3$

মোট সমষ্টি বর্গ$=173824$

সুতরাং ভ্রান্তি সমষ্টি বর্গ$=24365{\cdot}7$

2.10. নম্বর সারণী

প্রভেদ বিশ্লেষণ

উৎস.	স্বাতন্ত্র্যমাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F
সারি	5	14562·0	2912·4	2·391
স্তম্ভ	5	5672·0	1132·4	0·907
বিশেষক	5	129224·3	25844·86	21·214**
ভ্রান্তি	20	24365·7	1211·28	
মোট	35	173824·0		

এক্ষণে *F* সারিণীথেকে $F_{5,15}$ এর মান হ'ল 1% সংশয়মাত্রায় 4·10 এবং 5% সংশয় মাত্রায় 2·71. সুতরাং বোঝা যাচ্ছে বিশেষকগুলির- মধ্যে বেশ তাৎপর্য পূর্ণ পার্থক্য বিদ্যমান।

2.8. উপাদানীয় পরীক্ষা

2.8.1. ভূমিকা। আমরা পূর্ববর্তী পরিচ্ছেদগুলিতে কতকগুলি পরীক্ষণী পরিকল্পনার আলোচনা ক'রেছি। এই পরীক্ষাগুলিতে আমরা ধরে নিয়েছিলাম, পরীক্ষণীয় বিশেষকগুলি এমন যে একটি বিশেষকের উপস্থিতি অন্য একটি বিশেষককে কোনরূপ প্রভাবিত ক'রেনা এবং একটি বিশেষককে যে পরিমাণে প্রয়োগ ক'রা হ'চ্ছে তা ঐ বিশেষকটিকে অথবা অন্য কোন বিশেষককে কোনরূপ প্রভাবিত ক'রেনা। কিন্তু কার্যক্ষেত্রে অনেক পরীক্ষাই অন্য ধরনের। অর্থাৎ শুধু যে একটি বিশেষককে কি পরিমাণে প্রয়োগ ক'রা হ'চ্ছে তা ঐ বিশেষকটিকেই প্রভাবিত ক'রে তাই নয়, বহু ক্ষেত্রেই তা অন্য বিশেষকগুলিকেও প্রভাবিত করতে পারে। Cochran ও Cox এর বই থেকে একটি উদাহরণ তুলে দিয়ে আমরা আমরা বিষয়টি বিশদভাবে আলোচনা ক'রছি। বীটের উৎপাদনের ক্ষেত্রে জমি কর্ষণের পরিমাণ এবং তার সংগে নাইট্রোজেন ঘটিত সারের প্রভাব পরীক্ষা ক'রার জন্য একটি পরীক্ষার পরিকল্পনা ক'রা হ'য়েছে।

নাইট্রোজেন ঘটিত সারকে দুটি মাত্রায় প্রয়োগ ক'রা হ'য়েছে। সে দুটি হ'ল (*i*) নাইট্রোজেন হীন (n_0) এবং তিন হন্দর স্যাল্‌ফেট অব্‌ এমোনিয়া (n_1)। আর শীতকালীন জমি কর্ষণের পরিমাণ (সাত ইঞ্চি এবং এগার ইঞ্চি)। জানুয়ারী মাসের শেষে জমিতে লাঙ্গল দেওয়া হ'য়েছে। এপ্রিল মাসের শেষে জমিতে নাইট্রোজেন ঘটিত সার প্রয়োগ ক'রা হ'য়েছে আর বীজ বোনা হ'য়েছে মে মাসের গোড়ার দিকে। যেহেতু এখানে দুটি উপাদান (নাইট্রোজেন এবং জমি কর্ষণের পরিমাণ) দুই মাত্রায় প্রয়োগ ক'রা হ'য়েছে তাই আমরা এটিকে একটি 2×2 অথবা 2^2 উপাদানীয় পরীক্ষা ব'লি। চারটি সম্মিলিত বিশেষক (treatment combination) এবং প্রতি একরে এই সম্মিলিত বিশেষক প্রয়োগ ক'রার ফ'লে প্রাপ্ত বীট হ'তে প্রস্তুত চিনির গড় পরিমাণ (হন্দরের হিসাবে) নিচে দেওয়া হ'ল।

সম্মিলিত বিশেষক ও চিনির উৎপাদন (প্রতি একরে হন্দরের হিসাবে)

1	2	3	4
(n_0, 7*in.*)	(n_1, 7 *in.*)	(n_0, 11 *in.*)	(n_1, 11 *in.*)
40·9	47·8	42·4	50·2

এই উৎপাদনগুলিকে আমরা নিম্নলিখিত রূপে একটি 2×2 সারণীতে প্রকাশ ক'রতে পারি :

2.11. নম্বর সারণী

নাইট্রোজেন প্রয়োগের পরিমাণ / জমি কর্ষণের গভীরতা	n_0	n_1	গড়	নাইট্রোজেন প্রয়োগের পরিমাণ বাড়ানর ফলে বৃদ্ধির পরিমাণ
7 *in.*	40·9	47·8	44·35	6·9
11 *in.*	42·4	50·2	46·30	7·8
গড়	41·65	49·00	45·325	
কর্ষণের গভীরতা বাড়ানর ফলে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ	1·5	2·4		

উপরোক্ত পরীক্ষায় প্রাপ্ত ফলকে আমরা সংক্ষেপে নিম্নলিখিত ভাবে বর্ণনা ক'রতে পারি :

এই পরীক্ষাটিতে দেখা যাচ্ছে যে কর্ষণের কম গভীরতায় নাইট্রোজেন প্রয়োগ ক'রার ফলে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ হ'ল 6·9 হন্দর। কিন্তু বেশী গভীরতায় নাইট্রোজেন প্রয়োগ ক'রার ফলে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ হ'ল 7·8 হন্দর। এইগুলিকে ব'লা যায় নাইট্রোজেন প্রয়োগের সাধারণ ফল (Simple effect) তদ্রূপ 7" গভীরতায় কর্ষণের চেয়ে 11" গভীরতায় কর্ষণের ফলে নাইট্রোজেন না থাকা কালে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ ছিল 1·5 হন্দর কিন্তু নাইট্রোজেন প্রয়োগের ফলে এই উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ দাঁড়িয়েছে 2·4 হন্দর।

আমরা এই পরীক্ষার ফলটিকে অন্য ভাবেও দেখতে পারি। অনেক সময় দেখা যায় বিশেষক দুটি একে অপরের অনপেক্ষ। অর্থাৎ কর্ষণ গভীরই হোক আর অগভীরই হোক, নাইট্রোজেন না দেওয়া কালীন উৎপাদনের চেয়ে নাইট্রোজেন দেওয়ার ফলে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ একই থাকবে। সেইরূপ নাইট্রোজেন দেওয়া হোক আর না হোক গভীর এবং অগভীর কর্ষণের মধ্যে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণের পার্থক্য একই থাকবে। এক্ষেত্রে নাইট্রোজেন প্রয়োগের যে দুটি সাধারণ ফল পাওয়া গেছে অর্থাৎ 6·9 হন্দর এবং 7·8 হন্দর সেদুটিই হ'ল একই বস্তুর প্রাক কলনী মান এবং এদের মানের পার্থক্যের একমাত্র কারণ হ'ল পরীক্ষণী ভ্রান্তি। সুতরাং নাইট্রাজেন প্রয়োগের ফল পাওয়ার জন্য আমরা দুটি অবেক্ষণের গড়মান নিয়ে বলতে পারি নাইট্রোজেন প্রয়োগের মুখ্যফল (Main effect) হ'ল 7·4 হন্দর। অনুরূপ ভাবে কর্ষণের গভীরতা বাড়ানর মুখ্য ফল 1·5 হন্দর এবং 2·4 হন্দরের গড় অর্থাৎ 1·9 হন্দর।

সুতরাং আমাদের যদি জানা থাকে যে উপাদান দুটির একটি অন্যটির অনপেক্ষ তাহ'লে আমরা উপরোক্ত পরীক্ষাটির ফলকে সংক্ষেপে ব'লতে পারি যে নাইট্রোজেন প্রয়োগ করার ফলে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ হ'ল 7·4 হন্দর আর কর্ষণের গভীরতা বাড়ানর ফলে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ হ'ল 1·9 হন্দর।

এখন প্রশ্ন হ'ল, উপাদান দুটি একে অপরের অনপেক্ষ কিনা জানার উপায় কি ? রাশি বিজ্ঞানীর পক্ষে এই প্রশ্নের উত্তর দেওয়া মুশকিল। কিন্তু কৃষিবিজ্ঞানী হয়ত যুক্তি দেখাবেন, কর্ষণের গভীরতা বেশী থাকায় গাছের পক্ষে তার মূলগুলিকে আরও বেশী বিস্তার ক'রে আরও বেশী নাইট্রোজেন টেনে নেওয়া সম্ভব। সুতরাং তাঁর মতে গভীরতা বেশী

হ'লে নাইট্রোজেন প্রয়োগ করার ফলে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ বেশী হ'বে। সংক্ষেপে, আমরা আগের অনুচ্ছেদে যে ধরে নিয়েছিলাম যে উপাদান দুটি একে অপরের অনপেক্ষ তা যুক্তিসংগত নয়।

অনেক সময় অবশ্য উপাদানীয় পরীক্ষা থেকেই অনপেক্ষতার পরীক্ষা ক'রা যেতে পারে। যেমন এক্ষেত্রে কর্ষণের গভীরতা যদি নাইট্রোজেন প্রয়োগে যে উৎপাদন বৃদ্ধি ঘটে তাকে প্রভাবিত ক'রে তাহ'লে বেশী গভীরতায় নাইট্রোজেন প্রয়োগে যে উৎপাদন বৃদ্ধি হ'য়েছে (অর্থাৎ 7·8 হন্দর) তার থেকে কম গভীরতায় নাইট্রোজেন প্রয়োগের ফলে যে উৎপাদন বৃদ্ধি হ'য়েছে (অর্থাৎ 6·9 হন্দর) তা বাদ দিলে আমরা বেশী গভীরতা নাইট্রোজেনকে কিভাবে প্রভাবিত ক'রছে (0·9 হন্দর) তার একটা পরিমাপ পাব। এই পার্থক্যকে *t* নিবেশনের সাহায্যে সংশয় বিচারের পরীক্ষা ক'রে যদি দেখি যে পরীক্ষাটি বর্জন যোগ্য তাহ'লে বুঝতে হ'বে অনপেক্ষতার স্বীকরণ ভ্রান্তিমূলক। উৎপাদন বৃদ্ধির এই পরিমাণকে ব'লা হয় নাইট্রোজেন এবং গভীর কর্ষণের যৌথক্রিয়াফল (Interaction)।

অনুরূপ ভাবে উপাদান দুটিকে উলটে দিয়ে আমরা দেখতে পারি কর্ষণের গভীরতা জনিত উৎপাদন বৃদ্ধি নাইট্রোজেনের উপস্থিতিতে প্রভাবিত হ'চ্ছে কিনা। এইক্ষেত্রে যৌথক্রিয়াফলের পরিমাণ হ'ল 2·4 হন্দর (বেশী গভীরতায় নাইট্রোজেন প্রয়োগে যে উৎপাদন বৃদ্ধি হ'য়েছে) এবং 1·5 হন্দর (বেশী গভীরতায় নাইট্রোজেন প্রয়োগ না ক'রে যে উৎপাদন বৃদ্ধি হ'য়েছে) তার বিয়োগ ফল অর্থাৎ 0·9 হন্দর। যেহেতু এখানে সংশ্লিষ্ট উপাদানের সংখ্যা দুই, সেকারণে এরূপ যৌথক্রিয়াফলকে আমরা দুই উপাদানী যৌথক্রিয়াফল (Two-factor interaction) বা প্রথম পর্যায়ের যৌথক্রিয়াফল (First order interaction) ব'লি।

2.8.2. উপাদানীয় পরীক্ষার বিশেষ গুণ। উপাদানীয় পরীক্ষার গুণাগুণ নির্ভর করে পরীক্ষাটির উদ্দেশ্যের উপর। ধরা যাক আমাদের উদ্দেশ্য হ'ল পরীক্ষাটিতে ব্যবহৃত অন্য উপাদানগুলিকে কতকগুলি পূর্ব-নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে পরিবর্তন করিয়ে প্রতিটি উপাদানের ফলাফল দেখা। অর্থাৎ কোন সম্মিলিত বিশেষকের জন্য বেশী উৎপাদন হয় তা জানার চেয়েও প্রতিটি বিশেষকের উৎপাদন ক্ষমতা জানার জন্যই আমরা বেশী উৎসুখ। এরজন্য একটি উপায় হ'ল প্রতিটি উপাদানকে পৃথক পৃথক নিয়ে প্রতিটি উপাদানের জন্য একটি ক'রে পরীক্ষা ক'রা। অন্য উপায় হ'ল একটি উপাদানীয় পরীক্ষায় সব উপাদানগুলিকে একসংগে পরীক্ষা ক'রা।

যদি উপাদানীয় পরীক্ষাটির প্রতিটি উপাদান একে অপরের অনপেক্ষ হয় তাহ'লে উপাদানীয় পরীক্ষায় অনেক সময় এবং অর্থের সাশ্রয় হ'বে। কারণ যেহেতু উপাদানগুলি একে অপরের অনপেক্ষ সুতরাং প্রতিটি উপাদানের মুখ্যফল জানা থাকলেই অন্য উপাদানগুলিকে বিভিন্ন মাত্রায় প্রয়োগ ক'রলে তার ফল কি হ'বে তাও আমরা মোটামুটি ব'লতে পারব। তাছাড়া উপাদানীয় পরীক্ষায় মুখ্যফলগুলিকে পাওয়া যাচ্ছে সমস্ত অবেক্ষণগুলির গড় হিসাবে। সুতরাং পরীক্ষাটির নির্ভুলতাও অনেক বেশী। যেমন আগের উদাহরণটিতে, অর্দ্ধেকগুলি পরীক্ষণী এককে নাইট্রোজেন আছে আর বাকী অর্দ্ধেকগুলিতে নাইট্রোজেন নেই। সুতরাং শুধুমাত্র নাইট্রোজেনের জন্য সম-সংখ্যক পরীক্ষণী একক নিয়ে একটি পরীক্ষা ক'রলে পরীক্ষাটির নির্ভুলতা যা হ'ত, এক্ষেত্রেও নাইট্রোজেনের জন্য নির্ভুলতার পরিমাণ সেই একই থাকছে। অন্য উপাদানটির সম্পর্কেও সেই একই কথা প্রযোজ্য। অথচ একই নির্ভুলতাযুক্ত দুটি এক উপাদানীয় (single-factor) পরীক্ষা ক'রতে হ'লে পরীক্ষণী একক প্রয়োজন হ'ত এর দ্বিগুণ। অতএব *n* সংখ্যক উপাদান থাকলে এবং প্রতিটি উপাদানকে দুটি মাত্রায় প্রয়োগ ক'রা হ'লে *n* সংখ্যক এক উপাদানীয় পরীক্ষায় যতগুলি পরীক্ষণী একক প্রয়োজন হ'ত একটি *n* উপাদান বিশিষ্ট উপাদানীয় পরীক্ষায় পরীক্ষণী একক প্রয়োজন হ'বে তার *n* ভাগের এক ভাগ। সুতরাং মনে হ'তে পারে *n* কে যত বড় নেওয়া যাবে উপাদানীয় পরীক্ষায় লাভের পরিমাণ ততই বাড়বে। কিন্তু *n* কে খুব বেশী বড় নেওয়ার অসুবিধাও আছে। যেমন, কৃষিজ গবেষণার ক্ষেত্রে যদি অনেকগুলি উপাদানকে একটি উপাদানীয় পরীক্ষায় একসংগে পরীক্ষা ক'রা হয়, তাহ'লে জমির একরূপতা (Homogenuity of soil) নষ্ট হয়ে গিয়ে পরীক্ষণী ভ্রান্তির পরিমাণ বেড়ে যেতে পারে।

উপাদানগুলি যদি একে অপরের অনপেক্ষ না হয় তাহ'লে কিন্তু আমাদের উপাদানীয় পরীক্ষা ছাড়া গত্যন্তর নেই। কারণ একটি উপাদানের উৎপাদন ক্ষমতা নির্ভর ক'রছে অন্য উপাদানগুলি কোন মাত্রায় আছে তার উপর। সুতরাং এস্থলে এক উপাদানীয় পরীক্ষা হ'তে উদ্ভূত উপাত্তগুলি মূল্যহীন। কারণ এগুলিকে একত্র ক'রে বিশ্লেষণ ক'রা যাবে না। অথচ উপাদানীয় পরীক্ষায় শুধু যে উপাদানগুলির মুখ্যফল পাওয়া যাবে তাই নয়, একটি উপাদান অন্য উপাদানগুলি দ্বারা কিভাবে প্রভাবিত হ'চ্ছে তাও জানা যাবে এই উপাদানীয় পরীক্ষায়।

2.8.3. মুখ্যফল ও যৌথক্রিয়াফল

দুই উপাদানীয় পরীক্ষা : ধরা যাক নাইট্রোজেন এবং ফসফরাস এই দুটি উপাদানের একটি উপাদানীয় পরীক্ষা ক'রা হ'য়েছে। নাইট্রোজেনকে প্রয়োগ ক'রা হ'য়েছে দুটি মাত্রায় n_0 এবং n_1 আর ফসফরাসকে প্রয়োগ ক'রা হ'য়েছে দুটি মাত্রায় p_0 এবং p_1. তাহ'লে চারটি সম্মিলিত বিশেষক হ'ল

$$n_0\, p_0$$
$$n_1\, p_0$$
$$n_0\, p_1$$
$$n_1\, p_1$$

এখানে দুটি উপাদান নাইট্রোজেন এবং ফসফরাস প্রত্যেককে দুটি মাত্রায় প্রয়োগ ক'রা হ'য়েছে। এরূপ পরীক্ষাকে সংক্ষেপে 2×2 পরীক্ষা বা 2^2 উপাদানীয় পরীক্ষা ব'লা হয়। ফসফরাসের দুটি মাত্রাতেই আমরা নাইট্রোজেনের উৎপাদন ক্ষমতা বের ক'রতে পারি। সেগুলি হ'ল ফসফরাসকে যখন p_0 মাত্রায় প্রয়োগ ক'রা হ'চ্ছে, তখন নাইট্রোজেনের ফল

$$=n_1p_0-n_0p_0 \qquad \ldots \qquad (2.8)$$

ফসফরাসকে যখন p_1 মাত্রায় প্রয়োগ ক'রা হ'চ্ছে তখন নাইট্রোজেনের

$$\text{ফল}=n_1p_1-n_0p_1 \qquad \ldots \qquad (2.9)$$

সুতরাং নাইট্রোজেন প্রয়োগের ফল পাওয়ার জন্য (2·8) নং এবং (2·9) নং সমীকরণের গড় নিয়ে আমরা বলতে পারি যে নাইট্রোজেন প্রয়োগের গড়মান হ'ল

$$N=\tfrac{1}{2}\,(n_1p_1-n_0p_1+n_1p_0-n_0p_0)$$
$$=\tfrac{1}{2}(n_1-n_0)\,(p_1+p_0) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.10)$$

(2·10) নং সমীকরণের গুণণীয়ক দুটিকে বীজগাণিতিক নিয়মে ভেঙ্গে সম্মিলিত বিশেষকগুলির পরিবর্তে উৎপাদনের মান বসাতে হ'বে।

এই দুটি উপাদান যদি একে অপরের অনপেক্ষ হয় তাহ'লে আমাদের প্রত্যাশা ফসফরাসের দুটি মাত্রাতেই নাইট্রোজেন প্রয়োগ ক'রার ফলে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ অভিন্ন হ'বে। কিন্তু অধিকাংশ ক্ষেত্রেই এই দুটির মান ভিন্ন হয়। সুতরাং ফসফরাসের p_1 মাত্রায় নাইট্রোজেন প্রয়োগ ক'রায় উৎপাদন বৃদ্ধির যে পরিমাণ তার থেকে ফসফরাসের p_0 মাত্রায়

নাইট্রোজেন প্রয়োগে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ বাদ দিলে আমরা ফসফরাসের উপস্থিতি নাইট্রোজেনের উৎপাদন ক্ষমতাকে কি ভাবে প্রভাবিত ক'রে তার পরিমাপ পাব। বর্ত্তমান ক্ষেত্রে এই পরিমাপ হ'ল

$$NP=\tfrac{1}{2}(n_1p_1-n_op_1-n_1p_o+n_op_o)$$
$$=\tfrac{1}{2}(n_1-n_o)(p_1-p_o) \qquad (2.11)$$

অনুরূপভাবে আমরা ফসফরাস প্রয়োগে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাপও বের ক'রতে পারি।

নাইট্রোজেনের n_o মাত্রায় ফসফরাস প্রয়োগ করার ফল

$$=n_op_1-n_op_o \qquad (2.12)$$

এবং নাইট্রোজেনের n_1 মাত্রায় ফসফরাস প্রয়োগ ক'রার ফল

$$=n_1p_1-n_1p_o \qquad (2.13)$$

অতএব ফসফরাস প্রয়োগে উৎপাদন বৃদ্ধির গড় পরিমাণ হ'ল

$$P=\tfrac{1}{2}(n_1p_1-n_1p_o+n_op_1-n_op_o)$$
$$=\tfrac{1}{2}(n_1+n_o)(p_1-p_o) \qquad (2.14)$$

আগের মতই নাইট্রোজেনের n_1 মাত্রায় ফসফরাস প্রয়োগ ক'রার ফলে উৎপাদন বৃদ্ধির যে পরিমাপ তার থেকে নাইট্রোজেনের n_o মাত্রায় ফসফরাস প্রয়োগ ক'রার ফলে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ বাদ দিলে নাইট্রোজেনের উপস্থিতি ফসফরাসের উৎপাদন ক্ষমতাকে কেমন ভাবে প্রভাবিত ক'রে তার পরিমাপ পাওয়া যাবে। আমরা যদি এই পরিমাপকে PN দ্বারা চিহ্নিত ক'রি তাহ'লে

$$PN=\tfrac{1}{2}(n_1p_1-n_1p_o-n_op_1+n_op_o)$$
$$=\tfrac{1}{2}(n_1-n_o)(p_1-p_o) \qquad (2.15)$$

এক্ষণে (2.11) নং এবং (2.15) নং সমীকরণ দুটির তুলনা ক'রলে দেখা যাবে

$$NP=PN \qquad (2.16)$$

এই সাধারণ মানকে আমরা ব'লব নাইট্রোজেন এবং ফসফরাসের যৌথক্রিয়া ফল।

2.8.4. দুই উপাদানীয় ফলের সমষ্টিবর্গ এবং তার সংশয় বিচার (Sum of squares due to factorial effects and its test of significance) : ধরা যাক rটি সমসম্ভব ব্লকে পরীক্ষাটিকে পুনরাবৃত্ত ক'রা হ'য়েছে। তাহ'লে বহুকরণ সংখ্যাটি হ'ল r। এক্ষেত্রে কোন

মুখ্য বা যৌথ ক্রিয়াফলের সমষ্টি বর্গ পাওয়ার জন্য ফলটির বর্গকে $4r$ দ্বারা ভাগ ক'রতে হ'বে।

সুতরাং এক্ষেত্রে N এই মুখ্যফলটির সমষ্টিবর্গ$=\frac{[N]^2}{4r}$, স্বাতন্ত্র্যমাত্রা 1

P এই মুখ্য ফলটির সমষ্টিবর্গ$=\frac{[P]^2}{4r}$, স্বাতন্ত্র্যমাত্রা 1

NP এই যৌথ ক্রিয়া ফলের সমষ্টি বর্গ$=\frac{[NP]^2}{4r}$, স্বাতন্ত্র্যমাত্রা 1

2.12. নক্সার সারণী

r সংখ্যক সমসম্ভব ব্লকে পরীক্ষিত 2^2- পরীক্ষার প্রভেদ বিশ্লেষণ

প্রভেদের উৎস	স্বাতন্ত্র্য মাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F
ব্লক	$r-1$	ব্লকের সমষ্টিবর্গ		
N	1	$S.S.[N]=\frac{[N]^2}{4r}$	$S.S.[N]$	$F_1=\frac{S.S.[N]}{M.S.E}$
P	1	$S.S.[P =\frac{[P]^2}{4r}$	$S.S.[P]$	$F_2=\frac{S.S.[P].}{M.S.E}$
NP	1	$S.S.[NP]=\frac{[NP]^2}{4r}$	$S.S.[NP]$	$F_3=\frac{S.S.[NP]}{M.S.E.}$
ভ্রান্তি	$v_E=3(r-1)$	$S.S.E=$বিয়োগফল হিসাবে পাওয়া যাবে	$M.S.E.=\frac{S.S.E.}{v_E}$	
মোট	$4r-1$	$\sum_{ij}(y_{ij}-\bar{y}..)^2$		

F_1, F_2 এবং F_3 এদের প্রত্যেকটির নিবেশন হ'বে $F\alpha$; $1,3(r-1)$ সুতরাং

মুখ্য প্রকল্পটি (অর্থাৎ উপাদানীয় ফল থাকার প্রকল্পটি বর্জন ক'রতে হ'বে যদি দেখা যায়

$$F_i > F\alpha \ ; \ 1, 3(r-1), i=1,2,3 \qquad (2.17)$$

2.8.5. তিন উপাদানীয় পরীক্ষা : এরপর ধরা যাক আমরা তিনটি উপাদান নিয়ে একটি পরীক্ষা ক'রছি। তিনটি উপাদান হ'ল নাইট্রোজেন দুটি মাত্রায় (n_0 এবং n_1) ফসফরাস দুটি মাত্রায় (p_0 এবং p_1) আর পটাশ দুটি মাত্রায় (k_0 এবং k_1)। এই পরীক্ষাটিকে সংক্ষেপে আমরা $2\times2\times2$ পরীক্ষা বা 2^3 পরীক্ষা ব'লি।

এখানে সম্মিলিত বিশেষকগুলি হ'ল

$$\begin{array}{c} n_0\, p_0\, k_0 \\ n_1\, p_0\, k_0 \\ n_0\, p_1\, k_0 \\ n_1\, p_1\, k_0 \\ n_0\, p_0\, k_1 \\ n_1\, p_0\, k_1 \\ n_0\, p_1\, k_1 \\ n_1\, p_1\, k_1 \end{array} \qquad (2.18)$$

আমরা পরে দেখব এই সম্মিলিত বিশেষকগুলিকে যে পর্যায়ে (order) লেখা হ'য়েছে তা বিশেষ অর্থবহ।

2^2—পরীক্ষার মত এখানেও আমরা নাইট্রোজেন প্রয়োগের মাত্রা n_0 থেকে n_1 এ বাড়ালে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণ কত হ'বে তা বের ক'রতে পারি। স্বভাবতঃই এটি নির্ভর ক'রবে ফসফরাস এবং পটাশ কোন মাত্রায় আছে তার উপর। নিচের সারণীতে ফসফরাস এবং পটাশের বিভিন্ন মাত্রায় নাইট্রোজেন প্রয়োগের ফল কত হ'বে তা বের ক'রছি।

2.13. নম্বর সারণী

ফসফরাসের মাত্রা	পটাশের মাত্রা	নাইট্রোজেন প্রয়োগের ফল
p_0	k_0	$n_1p_0k_0 - n_0p_0k_0$
p_1	k_0	$n_1p_1k_0 - n_0p_1k_0$
p_0	k_1	$n_1p_0k_1 - n_0p_0k_1$
p_1	k_1	$n_1p_1k_1 - n_0p_1k_1$

সুতরাং ফসফরাস এবং পটাশের বিভিন্ন মাত্রায় নাইট্রোজেন প্রয়োগের মুখ্যফল হ'ল $\frac{1}{4}[n_1p_ok_o - n_op_ok_o + n_1p_1k_o - n_op_1k_o + n_1p_ok_1 - n_op_ok_1 + n_1p_1k_1 - n_op_1k_1]$

$$=\frac{1}{4}[n_1 - n_o][p_1 + p_o][k_1 + k_o] \quad (2.19)$$

অনুরূপ ভাবে, ফসফরাসের মুখ্যফল হ'বে

$$\frac{1}{4}(n_1 + n_o)(p_1 - p_o)(k_1 + k_o) \quad (2.20)$$

এবং পটাশের মুখ্যফল হ'বে

$$\frac{1}{4}(n_1 + n_o)(p_1 + p_o)(k_1 - k_o) \quad (2.21)$$

ঐ সারণী থেকে আমরা আরও দেখতে পাচ্ছি যে পটাশের দুটি মাত্রার উপর যদি গড় নেওয়া যায় তাহ'লে ফসফরাসের নিম্নমাত্রায় (p_o) নাইট্রোজেনের ফল $=\frac{1}{4}(n_1p_ok_o - n_op_ok_o + n_1p_ok_1 - n_op_ok_1)$ (2.22)

অনুরূপ ভাবে, ফসফরাসের উচ্চমাত্রায় (p_1) নাইট্রোজেনের ফল

$$=\frac{1}{4}(n_1p_1k_o - n_op_1k_o + n_1p_1k_1 - n_op_1k_1) \quad (2.23)$$

(2.22) নং এবং (2.23) নং সমীকরণের মান যদি অভিন্ন হয় তাহ'লে বুঝতে হ'বে পটাশের বিভিন্ন মাত্রায় নাইট্রোজেন প্রয়োগের ফল ফসফরাস কোন মাত্রায় আছে তার অপেক্ষা রাখে না। কিন্তু সাধারণতঃ (2.22) নং এবং (2·23) নং সমীকরণ দুটির মান ভিন্ন হ'বে। সেক্ষেত্রে (2.23) নং সমীকরণ থেকে (2.22) নং সমীকরণ বাদ দিলে পটাশের বিভিন্ন মাত্রায় নাইট্রোজেন প্রয়োগের ফলে উৎপাদন বৃদ্ধির পরিমাণকে ফসফরাস কি ভাবে প্রভাবিত ক'রে তার পরিমাপ পাওয়া যাবে। এই পরিমাপটি হ'ল ফসফরাস এবং নাইট্রোজেনের যৌথ ক্রিয়াফল। এটিকে আমরা NP দ্বারা চিহ্নিত ক'রব।

সুতরাং $NP=\frac{1}{4}(n_1 - n_o)(p_1 - p_o)(k_1 + k_o)$ (2.24)

অনুরূপ ভাবে $NK=\frac{1}{4}(n_1 - n_o)(p_1 + p_o)(k_1 - k_o)$ (2.25)

এবং $PK=\frac{1}{4}(n_1 + n_o)(p_1 - p_o)(k_1 - k_o)$ (2.26)

আবার উপরোক্ত সারণী থেকে পটাশের বিভিন্ন মাত্রায় নাইট্রোজেন এবং ফসফরাসের যৌথ ক্রিয়াফল বের ক'রা যেতে পারে। যেমন, পটাশের k_o মাত্রায় নাইট্রোজেন এবং ফসফরাসের যৌথ ক্রিয়াফল হ'ল

$$\frac{1}{2}(n_1p_1k_o + n_op_ok_o - n_1p_ok_o - n_op_1k_o) \quad (2.27)$$

এবং পটাশের k_1 মাত্রায় নাইট্রোজেন এবং ফসফরাসের যৌথ ক্রিয়াফল হ'ল

$$\frac{1}{2}(n_1p_1k_1 + n_op_ok_1 - n_1p_ok_1 - n_op_1k_1) \quad (2.28)$$

(2.27) নং এবং (2.28) নং সমীকরণের গড় নিলে আমরা পাব পটাশের বিভিন্ন মাত্রায় নাইট্রোজেন এবং ফসফরাসের যৌথক্রিয়া ফল অর্থাৎ NP. কিন্তু (2.28) নং সমীকরণ থেকে (2.27) নং সমীকরণ বাদ দিলে আমরা পাব বিভিন্ন মাত্রায় পটাশের উপস্থিতি নাইট্রোজেন এবং ফরফরাসের যৌথ ক্রিয়াফলকে কি ভাবে প্রভাবিত ক'রে তার পরিমাপ অর্থাৎ নাইট্রোজেন, ফসফরাস এবং পটাশ এই তিনটি উপাদানের যৌথ ক্রিয়াফল। এই যৌথ ক্রিয়াফলটিকে আমরা NPK দ্বারা চিহ্নিত ক'রি। সুতরাং

$$NPK = {}^1(n_1-n_o)(p_1-p_o)(k_1-k_o) \tag{2·29}$$

যেহেতু এখানে তিনটি উপাদান জড়িত তাই আমরা এটিকে তিন উপাদানী যৌথ ক্রিয়াফল (three factor interaction) বলি। আবার অনেক সময় এটিকে দ্বিতীয় পর্যায়ের যৌথ ক্রিয়াফলও (Second order interaction) ব'লা হয়।

উপরোক্ত আলোচনা থেকে আমরা দেখতে পাই যে সম্মিলিত বিশেষকের উৎপাদনকে নানাভাবে যোগ-বিয়োগ ক'রে এই যোগফলকে 4 দ্বারা ভাগ ক'রে আমরা সমস্ত মুখ্যফল এবং যৌথ ক্রিয়াফল গুলি পাই। এই যোগফলগুলিতে কোন সম্মিলিত বিশেষকের উৎপাদন যোগ ক'রতে হ'বে এবং কোন সম্মিলিত বিশেষকের উৎপাদন বিয়োগ ক'রতে হ'বে তা আমরা নিচের সারণীতে প্রদর্শন ক'রছি। লেখার সুবিধার জন্য এই সারণীতে কোন বিশেষক যদি নিম্নমাত্রায় থাকে তাহ'লে তাকে 1 দ্বারা চিহ্নিত ক'রব এবং যে যে বিশেষক উচ্চমাত্রায় থাকবে সেগুলিকে অনুরূপ অক্ষরটি দ্বারা চিহ্নিত ক'রব। এইভাবে $n_op_ok_o$ কে আমরা চিহ্নিত ক'রব (1) দ্বারা, $n_1p_ok_o$ কে n দ্বারা, $n_op_1k_1$ কে pk দ্বারা ইত্যাদি।

তিন উপাদানীয় পরীক্ষার সমষ্টিবর্গ বের করার পদ্ধতি এবং সংশয় বিচার ঠিক দুই উপাদানীয় পরীক্ষার অনুরূপ। আমরা একটি উদাহরণের সাহায্যে তিন উপাদানীয় পরীক্ষার সমষ্টিবর্গ বের করার পদ্ধতি এবং সংশয় বিচারের আলোচনা ক'রব।

2.8.6. উপাদানীয় পরীক্ষার ফল সমষ্টি বের ক'রার ইয়েটস্-এর পদ্ধতি :

উপরোক্ত আলোচনায় আমরা দেখেছি যে যে কোন একটি উপাদানের মুখ্যফল বা যৌথ ক্রিয়াফল পেতে গেলে অর্দ্ধেকগুলি উৎপাদনকে যোগ

2.14. মন্তব্য সারণী

তিন উপাদানীয় পরীক্ষায় মুখ্যফল এবং যৌথক্রিয়াফল

সম্মিলিত বিশেষক

ফল	(1)	*n*	*p*	*np*	*k*	*nk*	*pk*	*npk*
মোট	+	+	+	+	+	+	+	+
N	−	+	−	+	−	+	−	+
P	−	−	+	+	−	−	+	+
NP	+	−	−	+	+	−	−	+
K	−	−	−	−	+	+	+	+
NK	+	−	+	−	−	+	−	+
PK	+	+	−	−	−	−	+	+
NPK	−	+	+	−	+	−	−	+

ক'রতে হ'বে এবং বাকী অর্দ্ধেক উৎপাদনকে বিয়োগ ক'রতে হ'বে।

প্রতিবার এরূপ ভাবে প্রতিটি ফল পাওয়া খুবই সময় সাপেক্ষ এবং ক্লান্তিকর। ইয়েট্‌স্ 2^n পরীক্ষার ক্ষেত্রে এই ফলগুলি পাওয়ার জন্য একটি সুসম্বদ্ধ পদ্ধতি দিয়েছেন। আমরা 2^3 পরীক্ষার ক্ষেত্রে পদ্ধতিটি বর্ণনা ক'রছি।

প্রথমে আটটি সম্মিলিত বিশেষককে সুসম্বদ্ধ ভাবে সাজান হ'ল। এর জন্য প্রথমে লেখা হ'ল (1) এই সম্মিলিত বিশেষকটি। তারপর ক্রমে ক্রমে n, p, k এই অক্ষরগুলিকে যোগ ক'রা হ'ল। কোন একটি অক্ষর যোগ ক'রার পর পূর্বে যে সব সম্মিলিত বিশেষক আছে তাদের প্রত্যেকের সংগে এই অক্ষরটি যোগ ক'রলে সে সমস্ত সম্মিলিত বিশেষক পাওয়া যায় তাদের সব ক'টিকে ক্রমে ক্রমে লেখা হ'ল। এইভাবে প্রথম স্তম্ভটি

পাওয়া গেল। দ্বিতীয় স্তম্ভে সমস্ত পুনরাবৃত্ত অংশগুলি থেকে সম্মিলিত বিশেষকগুলির মোট উৎপাদনগুলি লেখা হ'ল।

প্রথম দুটি স্তম্ভ এইভাবে ভর্তি ক'রার পর তৃতীয় স্তম্ভটি পাওয়ার জন্য দ্বিতীয় স্তম্ভের সমস্ত সংখ্যাগুলিকে পরপর দুটি ক'রে জোড়ায় জোড়ায় ভাগ ক'রা হ'ল (অর্থাৎ 1 এবং 2 ; 3 এবং 4 ; 5 এবং 6 ; 7 এবং 8 এই ভাবে)। এখন তৃতীয় স্তম্ভের প্রথম অর্দ্ধেক অংশটি পাওয়া যাবে একই জোড়ার দুটি সংখ্যাকে যোগ ক'রে, আর দ্বিতীয় অর্দ্ধেক অংশ পাওয়া যাবে একই জোড়ার দুটি সংখ্যার নিচেরটি হ'তে উপরেরটি বাদ দিয়ে। দ্বিতীয় স্তম্ভ থেকে যেভাবে তৃতীয় স্তম্ভ পাওয়া গেছে ঠিক সেই পদ্ধতিতে তৃতীয় স্তম্ভ থেকে চতুর্থ স্তম্ভ এবং চতুর্থ স্তম্ভ থেকে পঞ্চম স্তম্ভটি পাওয়া যাবে। পঞ্চম স্তম্ভে যে সংখ্যাগুলি পাওয়া গেল সেগুলিই হ'ল সমস্ত বিশেষকগুলির মোট ফল, বিভিন্ন মুখ্যফল এবং যৌথক্রিয়াফল। প্রথম স্তম্ভের যে সারিতে যে সম্মিলিত বিশেষকগুলি আছে পঞ্চম স্তম্ভে ঠিক সেগুলির অনুরূপ উপাদানগুলির ফল পাওয়া যাবে।

উদাহরণের সাহায্যে আমরা একটি 2^3 পরীক্ষার বিশ্লেষণ পদ্ধতি প্রদর্শণ ক'রছি—তাতে আমাদের বক্তব্য আরও পরিষ্কার ভাবে পরিস্ফুট হ'বে।

একটি 2^3– পরীক্ষার পরিকল্পনা ও উৎপাদনগুলি হ'ল নিম্নরূপ :

1 নং ব্লক

np	*pk*	*k*	*nk*	(1)	*p*	*n*	*npk*
291	398	312	373	101	265	106	450

2 নং ব্লক

pk	*k*	*p*	*np*	*n*	*npk*	*nk*	(1)
407	324	272	306	89	449	338	106

3 নং ব্লক

k	(1)	*nk*	*pk*	*np*	*p*	*n*	*npk*
323	87	324	423	334	279	128	471

4 নং ব্লক

nk	*np*	*n*	*k*	*p*	(1)	*npk*	*pk*
361	272	103	324	302	131	437	445

ব্লকগুলির সমষ্টি

ব্লকের নম্বর	সমষ্টি
1 নং ব্লক	2296
2 নং ব্লক	2291
3 নং ব্লক	2369
4 নং ব্লক	2375
মোট	9331

2.15 নম্বর সারণী

ইয়েট্‌স্ এর পদ্ধতিতে 2^3 পরীক্ষার ফল সমষ্টি

সম্মিলিত বিশেষক (1)	মোট উৎপাদন (2)	(3)	(4)	(5)	ফল
(1)	425	851	3172	9331	মোট ফল বা গড়মান
n	426	2321	6159	333	*N*
p	1118	2679	86	2271	*P*
np	1203	3480	247	105	*NP*
k	1283	1	1470	2987	*K*
nk	1396	85	801	161	*NK*
pk	1673	113	84	-669	*PK*
npk	1807	134	21	-63	*NPK*

2.16. প্রভেদ সারণী

প্রভেদ বিশ্লেষণ

উৎস	স্বাতন্ত্র্যমাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F
ব্লক	3	774·2	258·7	·74
N	1	3465·3	3465·3	9·99 **
P	1	161170·0	161170·0	464·46 **
NP	1	344·5	344·5	·99
K	1	278817·8	278817·8	803·51 **
NK	1	810·0	810·0	2·33
PK	1	13986·3	13986·3	40·30
NPK	1	124·0	124·0	·36
ভ্রান্তি	21	7287·6	347·0	
মোট	31	466779·7		

সুতরাং দেখা যাচ্ছে N, P, K এই তিনটি মুখ্যফল এবং PK এই যৌথক্রিয়া ফলটি খুবই তাৎপর্য পূর্ণ।

2.8.7. উপাদানগুলি যখন দুই এর অধিক মাত্রায় প্রয়োগ ক'রা হয় তখন দুই উপাদানীয় পরীক্ষা :

আমরা এতক্ষণ যে সব উপাদানীয় পরীক্ষার আলোচনা ক'রলাম সেগুলিতে প্রতিটি উপাদানকে ঠিক দুটি মাত্রায় প্রয়োগ ক'রা হ'য়েছে। কিন্তু বাস্তব ক্ষেত্রে অনেক সময় দুই এর অধিক মাত্রায় প্রয়োগ ক'রার প্রয়োজন দেখা দেয়। এসকল ক্ষেত্রে বিশ্লেষণ খুবই জটিল হয়।

কারণ এখানে বিশ্লেষণের মধ্যে অনেক কিছু দেখার থাকে। আমরা খুব একটি সাধারণ পরীক্ষার উদাহরণ দেব এবং সেখানেও খুব বেশী জটিলতার মধ্যে না গিয়ে শুধু মাত্র মুখ্যফল এবং যৌথ ক্রিয়াফল বের ক'রার পদ্ধতিটুকুই বর্ণনা ক'রব।

গমের উৎপাদনের উপর নাইট্রোজেন এবং ফসফরাস ঘটিত সারের প্রভাব দেখার জন্য একটি পরীক্ষার পরিকল্পনা ক'রা হ'য়েছে। এখানে নাইট্রোজেনকে পাঁচটি মাত্রায় $(n_0, n_1, n_2, n_3, n_4)$ এবং ফসফরাসকে তিনটি মাত্রায় (p_0, p_1, p_2) প্রয়োগ ক'রা হ'য়েছে।

2.17. নম্বর সারণী

এক নম্বর বহুকরণ

ফসফরাসের মাত্রা

নাইট্রোজেনের মাত্রা	p_0	p_1	p_2	মোট
n_0	17·0	20·0	19·7	56·7
n_1	16·1	18·9	20·3	55·3
n_2	21·1	23·1	21·8	66·0
n_3	15·4	20·9	18·4	54·7
n_4	20·3	21·0	14·2	55·5
মোট	89·9	103·9	94·4	288·2

2.18. নম্বর সারণী

দুই নম্বর বহুকরণ

ফসফরাসের মাত্রা

নাইট্রোজেনের মাত্রা	p_0	p_1	p_2	মোট
n_0	22·8	20·7	23·5	67·0
n_1	24·3	26·2	26·7	77·2
n_2	27·2	24·9	24·6	76·7
n_3	27·8	26·3	24·0	78·1
n_4	24·0	23·7	23·3	71·0
মোট	126·1	121·8	122·1	370·0

সুতরাং এক্ষেত্রে মোট সমষ্টিবর্গ (অসংশোধিত)

$$=\Sigma y_{ij}^2=14803\cdot440$$

$$G=658\cdot2$$

অতএব সংশোধন অংশ $=\frac{G^2}{n}=\frac{(658\cdot2)^2}{30}=14440\cdot908$

বহুকরণ সমষ্টিবর্গ $=\frac{(288\cdot2)^2}{15}+\frac{(370\cdot0)^2}{15}-\frac{(658\cdot2)^2}{30}$

$$=223\cdot042$$

এক্ষণে প্রতিটি সম্মিলিত বিশেষকের ফলকে দুটি বহুকরণ থেকে যোগ ক'রে আমরা বিভিন্ন সম্মিলিত বিশেষকের ফলকে একটি সারণীতে প্রকাশ ক'রতে পারি।

2.19. নম্বর সারণী

	p_0	p_1	p_2	মোট
n_0	39·8	40·7	43·2	123·7
n_1	40·4	45·1	47·0	132·5
n_2	48·3	48·0	46·4	142·7
n_3	43·2	47·2	42·4	132·8
n_4	44·3	44·7	37·5	126·5
মোট	216·0	225·7	216·5	628·2

অতএব N এর সমষ্টিবর্গ $= \frac{(123\cdot7)^2}{6} + \frac{(132\cdot5)^2}{6} + \cdots + \frac{(126\cdot5)^2}{6} - \frac{(658\cdot2)^2}{30}$

$= 35\cdot645$

অনুরূপ ভাবে Pএর সমষ্টিবর্গ $= \frac{(216\cdot0)^2}{10} + \frac{(225\cdot7)^2}{10} + \frac{(216\cdot5)^2}{10}$

$\frac{(658\cdot2)^2}{30}$

$= 5\ 966$

একবে উনিশ নং সারণীর মোট সমষ্টি বর্গ

$$= \frac{(39\cdot8)^2}{2} + \frac{(40\cdot7)^2}{2} + \frac{(43\cdot2)^2}{2} + \frac{(40\cdot4)^2}{10} + \ldots + \frac{(37\cdot5)^2}{2} - \frac{(658\cdot2)^2}{30}$$

$= 74\cdot322$

সুতরাং $N \times P$ এর সমষ্টিবর্গ $= 74{\cdot}322 - 35{\cdot}645 - 5{\cdot}966$
$= 32{\cdot}711$

2·20 নম্বর
প্রভেদ বিশ্লেষণ

উৎস	স্বাতন্ত্র্যমাত্রা	সমষ্টিবর্গ	গড়বর্গ	F
বহুকরণ	1	223·042		
N	4	35·645	8·911	1·913
P	2	5·966	2·983	·640
$N \times P$	8	32·711	4·089	·878
ভ্রান্তি	14	65·168	4·659	
মোট	29	362·532		

স্পষ্টতঃ এখানে N, P এবং NPর কোনরূপ তাৎপর্যপূর্ণ ফল নেই।

সহপাঠ্য পুস্তকাবলী

[1] Anderson, R.L. & Bancroft, T.A. : "Statistical Theory in Research" Mc-Graw Hill, 1952.

[2] Cochran, W.G. & Cox, G.M. : "Experimental Designs" John Wiley & Sons, New York, 1957.

[3] Fisher, R.A. : "The Design of Experiments", Oliver & Boyd, 1947.

[4] Goon, A.M., Gupta. M.K. & Dasgupta, B. : "Fundamentals of Statistics, Vol". 2. 1968

[5] Goulden, C.H. : "Methods of Statistical Analysis", Asia Publishing House, 1959.

[6] Kempthorne, O. : "The Design and Analysis of Experiments," John Wiley, 1952.

[7] Kenny, J. F. & Keeping, E.S. : "Mathematics of Statistics", Part II, D. Van. Nostrand Co. Inc. 1956.

[8] Leonard, W.H. and Clark, A.G. : "Field plot Technique", Burgess Publishing Co., 1945.

[9] Panse, V.G. & Sukhatme, P.V. : "Statistical Methods for Agricultural Workers", Indian Council of Agricultural Research, 1957.

[10] Wishart, J. and Sanders, H.G. : "Principles and practice of field experimentation," Commonwealth Bureau of Plant breeding and genetics ; Tech. Com. No. 18, 1955.

[11] Yates, F. : "The Design and analysis of factorial experiments," Imperial Bureau of Soil Science ; Tech. Com. No. 35, Harpenden, England, 1937.

অনুশীলনী

2.1. পরীক্ষণ পরিকল্পনায় সম-সম্ভবী করণ, বহুকরণ ও স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ এর ভূমিকা ব্যাখ্যা কর।

একটি সমসম্ভব ব্লক পরিকল্পনার বর্ণনা দাও এবং উহার বিশ্লেষণ প্রণালী দাও।

2.2. উপাদানীয় পরীক্ষা ব'লতে কি বোঝ? উপাদানীয় পরীক্ষাকে এক উপাদানীয় পরীক্ষা হ'তে অপেক্ষাকৃত উৎকৃষ্ট ব'লে গন্য ক'রা হয় কেন?

একটি 2^3 উপাদানীয় পরীক্ষার পরিকল্পনা এবং বিশ্লেষণ প্রণালী দাও।

2.3. পরীক্ষণী এককগুলিকে সদৃশব্লকে বিন্যাস ক'রার ফলে কিভাবে পরীক্ষণী ভ্রান্তি নিয়ন্ত্রিত হয় উদাহরণ সাহায্যে ব্যাখ্যা ক'র।

একটি ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনা ও তার বিশ্লেষণ প্রণালী বর্ণনা কর। (ক.বি. 1970)

2.4. দুই উপাদানীয় পরীক্ষায় মুখ্যফল ও যৌথক্রিয়াফল কাহাকে ব'লে? সমসম্ভব ব্লকে পরিচালিত একটি দুই-উপাদানীয় পরীক্ষার বিশ্লেষণ প্রণালী বিশদভাবে বর্ণনা কর।

2.5. পরীক্ষণী পরিকল্পনার মূলতত্ত্ব তিনটি ব্যাখ্যা ক'র।

একটি সম্পূর্ণরূপে সমসম্ভব পরিকল্পনা থেকে একটি সমসম্ভব ব্লক পরিকল্পনা এবং তারপর যখন একটি ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনার কথা চিন্তা ক'রা হয় তখন বিশেষকের সংখ্যা এবং বহুকরণ সংখ্যার উপর যেসব বিধিনিষেধ আরোপ ক'রার প্রয়োজন হয় তা' আলোচনা ক'র।

উপরোক্ত পরিকল্পনাগুলিতে কিভাবে সরলতা (flexibility) বিসর্জন দিয়ে পরীক্ষণী ভ্রান্তির উপর বেশী নিয়ন্ত্রণ অর্জন ক'রা যায় তাও আলোচনা কর।

2.6. (*a*) একটি সমসম্ভব ব্লকে পরিচালিত একটি 2^3— পরীক্ষার বিশ্লেষণ বিশদভাবে আলোচনা কর।

(*b*) একটি ফসলের *A*, *B* এবং *C* তিন প্রকার বীজকে একটি সমসম্ভব ব্লক পরিকল্পনায় পরীক্ষা ক'রা হ'ল যার বহুকরণ সংখ্যাটি হল চার। পাউণ্ডের পরিমাপে প্রতিটি পরীক্ষণী এককের উৎপাদনসহ পরীক্ষণী পরিকল্পনাটি নিচে দেওয়া হ'ল। পরীক্ষাটি হ'তে উদ্ভূত উৎপাদনগুলির বিশ্লেষণ ক'র এবং তোমার মতামত দাও।

প্রয়োজন বোধে এগুলি ব্যবহার ক'রতে পার,

$F_{.05,2,6}=5{\cdot}143$, $F_{.01,2,6}=10{\cdot}925$, $F_{.05,3,6}=4.757$; $F_{01,3,6}=9{\cdot}779$)

C	5	*A*	6	*B*	9	*A*	8
A	4	*C*	8	*C*	9	*B*	6
B	6	*B*	7	*A*	6	*C*	10

2.7. একটি ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনায় সমস্ত স্বীকরণগুলির উল্লেখ ক'রে পরিকল্পনাটি এবং তার বিশ্লেষণ প্রণালী বর্ণনা কর। F-বিচারাঙ্ক যখন তাৎপর্যপূর্ণ, তখন বিভিন্ন বিশেষক যুগলের (treatment pairs) মধ্যে পার্থক্য তাৎপর্যপূর্ণ কিনা কিভাবে বিচার ক'রবে ?

2.8. পরীক্ষণ পরিকল্পনায় সমসম্ভবীকরণ ও বহুকরণের ভূমিকার উপর সংক্ষিপ্ত টীকা লিখ।

2.9. একটি বাজারদর সংক্রান্ত গবেষণায় একটি প্রধান বস্তু (staple item) আলুর দাম নিয়ে পরীক্ষা ক'রা হ'য়েছিল। যে অঞ্চলে পরীক্ষা ক'রা হয়, সেখানে পাঁচটি শহর এবং প্রতিটি শহরে পাঁচ ধরণের গুদাম ছিল। যেহেতু পাঁচ প্রকার বহুল প্রচলিত আলুই প্রতিটি শহরের প্রতিটি গুদামে দৈনন্দিন বিক্রি হ'ত সেজন্য একটি ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনায় পরীক্ষাটি ক'রা হ'য়েছিল। প্রতি কেজি আলুর গড়দাম (পয়সার হিসাবে) নিচে দেওয়া হ'ল।

শহর	গুদামের প্রকার				
	1	2	3	4	5
1	59(*C*)	65(*A*)	63(*B*)	60(*D*)	65(*E*)
2	65(*E*)	54(*D*)	68(*C*)	58(*A*)	60(*B*)
3	64(*B*)	61(*E*)	65(*A*)	64(*C*)	63(*D*)
4	63(*D*)	68(*C*)	62(*E*)	62(*B*)	67(*A*)
5	68(*A*)	65(*B*)	62(*D*)	63(*E*)	65(*C*)

5% সংশয় মাত্রায় বিচার ক'রে দেখ (*i*) বিভিন্নপ্রকার আলুর মধ্যে কোন পার্থক্য আছে কিনা; (*ii*) বিভিন্নপ্রকার গুদামের মধ্যে কোন পার্থক্য আছে কিনা; (*iii*) শহরগুলির মধ্যে কোন পার্থক্য আছে কিনা?

বিভিন্নপ্রকার আলুর দামের প্রাককলনী মান বের কর।

2.10. নিম্নলিখিত পরীক্ষাগুলির জন্য পরিকল্পনাগুলি বের কর :—

(*a*) *A*, *B* এবং *C* এই তিনটি বিশেষক নিয়ে একটি সম্পূর্ণরূপে সমসম্ভবী পরিকল্পনা উদ্ভাবন ক'র যাদের বহুকরণ সংখ্যাগুলি যথাক্রমে 2, 3 এবং 4।

(*b*) দুটি ব্লকে 4টি বিশেষক নিয়ে একটি সমসম্ভব ব্লক পরিকল্পনা কর।

2.11. নিচের সারণীতে *A*, *B*, *C*, *D*, *E* এবং *F* এই ছয়প্রকার সারের গুণাবত্ত পরীক্ষার জন্য চারটি সমসম্ভব ব্লকে পরিচালিত একটি পরীক্ষার উপাত্ত দেওয়া আছে।

1 নং ব্লক	*B*	*D*	*A*	*C*	*E*	*F*
	52	33	36	58	44	53
2 নং ব্লক	*F*	*A*	*E*	*B*	*D*	*C*
	48	40	43	50	39	50
3 নং ব্লক	*B*	*C*	*F*	*D*	*E*	*A*
	47	49	51	33	42	43
4 নং ব্লক	*A*	*F*	*C*	*D*	*B*	*E*
	45	44	55	35	51	43

উপাত্তটি পরীক্ষা ক'রে উপযুক্ত সিদ্ধান্ত গ্রহণ কর। *A* এবং *B* এই দুই প্রকার সারের মধ্যে তাৎপর্যপূর্ণ পার্থক্য আছে কিনা দেখ।

2.12. একটি 5 × 5 ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনার পরিকল্পনাটি প্রস্তুত কর।

2.13. ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনায় পরিচালিত বীটের উপর সেচসংক্রান্ত পরীক্ষার উপাত্ত দেওয়া আছে।

(টনের হিসাবে প্রতি একরে বীটের উৎপাদন)

E 18·5	*D* 19·5	*A* 20·7	*B* 22·7	*C* 18·6
C 20·7	*E* 14·3	*D* 18·8	*A* 20·0	*B* 20·6
A 26·0	*C* 17·5	*B* 21·1	*E* 18·9	*D* 20·0
D 22·5	*B* 23·0	*E* 17·2	*C* 17·1	*A* 20·6
B 24·4	*A* 20·2	*C* 18·9	D 19·7	*E* 14·1

উপাত্তটি পরীক্ষা ক'রে দেখ বিশেষকগুলির মধ্যে তাৎপর্যপূর্ণ পার্থক্য বিদ্যমান কিনা এবং জমিটির সারি ও স্তম্ভ বিভাগের বৈসাদৃশ্য সম্পর্কে মন্তব্য কর।

2.14. সমসম্ভব ব্লক পরিকল্পনায় ছয় প্রকার বীজের পার্থক্য সংক্রান্ত একটি পরীক্ষায় পাউণ্ডের হিসাবে উৎপাদনের পরিমাণ এবং পরীক্ষণী পরিকল্পনাটি (বন্ধনীর মধ্যে সংখ্যাদ্বারা চিহ্নিত) দেওয়া হ'ল।

1 নং ব্লক	(1) 27·8	(3) 27·7	(2) 30·6	(4) 16·2	(5) 16·2	(6) 24·9
2 নং ব্লক	(3) 22·7	(2) 28·8	(1) 27·3	(4) 15·0	(6) 22·5	(5) 17·0
3 নং ব্লক	(6) 26·3	(4) 19·6	(1) 38·5	(3) 36·8	(6) 39·4	(5) 15·4
4 নং ব্লক	(5) 17·7	(2) 31·1	(1) 28·5	(4) 14·3	(3) 34·9	(6) 22·6

উপাত্তটি বিশ্লেষণ ক'র এবং বীজগুলিকে নিকৃষ্টতার ক্রমপর্যায়ে সাজাও।

পরিশিষ্ট ঃ সারণীসমূহ

পরিশিষ্ট : সারণীসমূহ

সারণী I. মোল নর্ম্যাল চলকের (গড় 0 ও সমকপার্থক্য 1) নিবেশনের অক্ষরেখা (ordinate) ও ক্ষেত্রফল (area)*

τ	$\phi(\tau)$	$\Phi(\tau)$	τ	$\phi(\tau)$	$\Phi(\tau)$	τ	$\phi(\tau)$	$\Phi(\tau)$
.00	.3989423	.5000000						
.01	.3989223	.5039894	.51	.3502919	.6949743	1.01	.2395511	.8437524
.02	.3988625	.5079783	.52	.3484925	.6984682	1.02	.2371320	.8461358
.03	.3987628	.5119665	.53	.3466677	.7019440	1.03	.2347138	.8484950
.04	.3986233	.5159534	.54	.3448180	.7054015	1.04	.2322970	.8508300
.05	.3984439	.5199388	.55	.3429439	.7088403	1.05	.2298821	.8531409
.06	.3982248	.5239222	.56	.3410458	.7122603	1.06	.2274696	.8554277
.07	.3979661	.5279032	.57	.3391243	.7156612	1.07	.2250599	.8576903
.08	.3976677	.5318814	.58	.3371799	.7190427	1.08	.2226535	.8599289
.09	.3973298	.5358564	.59	.3352132	.7224047	1.09	.2202508	.8621434
.10	.3969525	.5398278	.60	.3332246	.7257469	1.10	.2178522	.8643339
.11	.3965360	.5437953	.61	.3312147	.7290691	1.11	.2154582	.8665005
.12	.3960802	.5477584	.62	.3291840	.7323711	1.12	.2130691	.8686431
.13	.3955854	.5517168	.63	.3271330	.7356527	1.13	.2106856	.8707619
.14	.3950517	.5556700	.64	.3250623	.7389137	1.14	.2083078	.8728568
.15	.3944793	.5596177	.65	.3229724	.7421539	1.15	.2059363	.8749281
.16	.3938684	.5635595	.66	.3208638	.7453731	1.16	.2035714	.8769756
.17	.3932190	.5674949	.67	.3187371	.7485711	1.17	.2012135	.8789995
.18	.3925315	.5714237	.68	.3165929	.7517478	1.18	.1988631	.8809999
.19	.3918060	.5753454	.69	.3144317	.7549029	1.19	.1965205	.8829768
.20	.3910427	.5792597	.70	.3122539	.7580363	1.20	.1941861	.8849303
.21	.390[illegible]419	.5831662	.71	.3100603	.7611479	1.21	.1918602	.8868606
.22	.3894038	.5870644	.72	.3078513	.7642375	1.22	.1895432	.8887676
.23	.3885286	.5909541	.73	.3056274	.7673049	1.23	.1872354	.8906514
.24	.3876166	.5948349	.74	.3033893	.7703500	1.24	.1849373	.8925123
.25	.3866681	.5987063	.75	.3011374	.7733726	1.25	.1826491	.8943502
.26	.3856834	.6025681	.76	.2988724	.7763727	1.26	.1803712	.8961653
.27	.3846627	.6064199	.77	.2965948	.7793501	1.27	.1781038	.8979577
.28	.3836063	.6102612	.78	.2943050	.7823046	1.28	.1758474	.8997274
.29	.3825146	.6140919	.79	.2920038	.7852361	1.29	.1736022	.9014747
.30	.3813878	.6179114	.80	.2896916	.7881446	1.30	.1713686	.9031995
.31	.3802264	.6217195	.81	.2873689	.7910299	1.31	.1691468	.9049021
.32	.3790305	.6255158	.82	.2850364	.7938919	1.32	.1669370	.9065825
.33	.3778007	.6293000	.83	.2826945	.7967306	1.33	.1647397	.9082409
.34	.3765372	.6330717	.84	.2803438	.7995458	1.34	.1625551	.9098773
.35	.3752403	.6368307	.85	.2779849	.8023375	1.35	.1603833	.9114920
.36	.3739106	.6405764	.86	.2756182	.8051055	1.36	.1582248	.9130850
.37	.3725483	.6443088	.87	.2732444	.8078498	1.37	.1560797	.9146565
.38	.3711539	.6480273	.88	.2708640	.8105703	1.38	.1539483	.9162067
.39	.3697277	.6517317	.89	.2684774	.8132671	1.39	.1518308	.9177356
.40	.3682701	.6554217	.90	.2660852	.8159399	1.40	.1497275	.9192433
.41	.3667817	.6590970	.91	.2636880	.8185887	1.41	.1476385	.9207302
.42	.3652627	.6627573	.92	.2612863	.8212136	1.42	.1455641	.9221962
.43	.3637136	.6664022	.93	.2588805	.8238145	1.43	.1435046	.9236415
.44	.3621349	.6700314	.94	.2564713	.8263912	1.44	.1414600	.9250663
.45	.3605270	.6736448	.95	.2540591	.8289439	1.45	.1394306	.9264707
.46	.3588903	.6772419	.96	.2516443	.8314724	1.46	.1374165	.9278505
.47	.3572253	.6808225	.97	.2492277	.8339768	1.47	.1354181	.9292191
.48	.3555325	.6843863	.98	.2468095	.8364569	1.48	.1334353	.9305634
.49	.3538124	.6879331	.99	.2443904	.8389129	1.49	.1314684	.9318879
.50	.3520653	.6914625	1.00	.2419707	.8413447	1.50	.1295176	.9331928

τ	$\phi(\tau)$	$\Phi(\tau)$		$\phi(\tau)$	$\Phi(\tau)$		$\phi(\tau)$	$\Phi(\tau)$
1.51	.1275830	.9344783	2.01	.0529192	.9777844	2.51	.0170947	.9939634
1.52	.1256646	.9357445	2.02	.0518636	.9783083	2.52	.0166701	.9941323
1.53	.1237628	.9369916	2.03	.0508239	.9788217	2.53	.0162545	.9942969
1.54	.1218775	.9382198	2.04	.0498001	.9793248	2.54	.0158476	.9944574
1.55	.1200090	.9394292	2.05	.0487920	.9798178	2.55	.0154493	.9946139
1.56	.1181573	.9406201	2.06	.0477996	.9803007	2.56	.0150596	.9947664
1.57	.1163225	.9417924	2.07	.0468226	.9807738	2.57	.0146782	.9949151
1.58	.1145048	.9429466	2.08	.0458611	.9812372	2.58	.0143051	.9950600
1.59	.1127042	.9440826	2.09	.0449148	.9816911	2.59	.0139401	.9952012
1.60	.1109208	.9452007	2.10	.0439836	.9821356	2.60	.0135830	.9953388
1.61	1091548	.9463011	2.11	.0430674	.9825708	2.61	.0132337	.9954729
1.62	.1074061	.9473839	2.12	.0421661	.9829970	2.62	.0128921	.9956035
1.63	1056748	.9484493	2.13	.0412795	.9834142	2.63	.0125581	.9957308
1.64	.1039611	.9494974	2.14	.0404076	.9838226	2.64	.0122315	.9958547
1.65	.1022649	.9505285	2.15	.0395500	.9842224	2.65	.0119122	.9959754
1.66	.1005864	.9515428	2.16	.0387069	.9846137	2.66	.0116001	.9960930
1.67	.0989255	.9525403	2.17	.0378779	.9849966	2.67	.0112951	.9962074
1.68	.0972823	.9535213	2.18	.0370629	.9853713	2.68	.0109969	.9963189
1.69	.0956568	.9544860	2.19	.0362619	.9857379	2.69	.0107056	.9964274
1.70	.0940491	.9554345	2.20	.0354746	.9860966	2.70	.0104209	.9965330
1.71	.0924591	.9563671	2.21	.0347009	.9864474	2.71	.0101428	.9966358
1.72	.0908870	.9572838	2.22	.0339408	.9867906	2.72	.0098712	.9967359
1.73	.0893326	.9581849	2.23	.0331939	.9871263	2.73	.0096058	.9968333
1.74	.0877961	.9590705	2.24	.0324603	.9874545	2.74	.0093466	.9969280
1.75	.0862773	.9599408	2.25	.0317397	.9877755	2.75	.0090936	.9970202
1.76	.0847764	.9607961	2.26	.0310319	.9880894	2.76	.0088465	.9971099
1.77	.0832932	.9616364	2.27	.0303370	.9883962	2.77	.0086052	.9971972
1.78	.0818278	.9624620	2.28	.0296546	.9886962	2.78	.0083697	.9972821
1.79	.0803801	.9632730	2.29	.0289847	.9889893	2.79	.0081398	.9973646
1.80	.0789502	.9640697	2.30	.0283270	.9892759	2.80	.0079155	.9974449
1.81	.0775379	.9648521	2.31	.0276816	.9895559	2.81	.0076965	.9975229
1.82	.0761433	.9656205	2.32	.0270481	.9898296	2.82	0074829	.9975988
1.83	.0747663	.9663750	2.33	.0264265	.9900969	2.83	.0072744	.9976726
1.84	.0734068	.9671159	2.34	.0258166	.9903581	2.84	.0070711	.9977443
1.85	.0720649	.9678432	2.35	0252182	.9906133	2.85	.0068728	.9978140
1.86	.0707404	.9685572	2.36	.0246313	.9908625	2.86	.0066793	.9978818
1.87	.0694333	.9692581	2.37	.0240556	.9911060	2.87	.0064907	.9979476
1.88	.0681436	.9699460	2.38	.0234910	.9913437	2.88	.0063067	.9980116
1.89	.0668711	.9706210	2.39	.0229374	.9915758	2.89	.0061274	.9980738
1.90	.0656158	.9712834	2.40	.0223945	.9918025	2.90	.0059525	.9981342
1.91	.0643777	.9719334	2.41	.0218624	.9920237	2.91	.0057821	.9981929
1.92	.0631566	.9725711	2.42	.0213407	.9922397	2.92	.0056160	.9982498
1.93	.0619524	.9731966	2.43	.0208294	.9924506	2.93	.0054541	.9983052
1.94	.0607652	.9738102	2.44	.0203284	.9926564	2.94	.0052963	.9983589
1.95	.0595947	.9744119	2.45	.0198374	.9928572	2.95	.0051426	.9984111
1.96	.0584409	.9750021	2.46	.0193563	.9930531	2.96	.0049929	.9984618
1.97	.0573038	.9755808	2.47	.0188850	.9932443	2.97	.0048470	.9985110
1.98	.0561831	.9761482	2.48	.0184233	.9934309	2.98	.0047050	.9985588
1.99	.0550789	.9767045	2.49	.0179711	.9936128	2.99	.0045666	.9986051
2.00	.0539910	.9772499	2.50	.0175283	.9937903	3.00	.0044318	.9986501

τ	$\phi(\tau)$	$\Phi(\tau)$	τ	$\phi(\tau)$	$\Phi(\tau)$	τ	$\phi(\tau)$	$\Phi(\tau)$
3.01	.0043007	.9986938	3.21	.0023089	.9993363	3.41	.0011910	.9996752
3.02	.0041729	.9987361	3.22	.0022358	.9993590	3.42	.0011510	.9996869
3.03	.0040486	.9987772	3.23	.0021649	.9993810	3.43	.0011122	.9996982
3.04	.0039276	.9988171	3.24	.0020960	.9994024	3.44	.0010747	.9997091
3.05	.0038098	.9988558	3.25	.0020290	.9994230	3.45	.0010383	.9997197
3.06	.0036951	.9988933	3.26	.0019641	.9994429	3.46	.0010030	.9997299
3.07	.0035836	.9989297	3.27	.0019010	.9994623	3.47	.0009689	.9997398
3.08	.0034751	.9989650	3.28	.0018397	.9994810	3.48	.0009358	.9997493
3.09	.0033695	.9989992	3.29	.0017803	.9994991	3.49	.0009037	.9997585
3.10	.0032668	.9990324	3.30	.0017226	.9995166	3.50	.0008727	.9997674
3.11	.0031669	.9990646	3.31	.0016666	.9995335	3.51	.0008426	.9997759
3.12	.0030698	.9990957	3.32	.0016122	.9995499	3.52	.0008135	.9997842
3.13	.0029754	.9991260	3.33	.0015595	.9995658	3.53	.0007883	.9997922
3.14	.0028835	.9991553	3.34	.0015084	.9995811	3.54	.0007581	.9997999
3.15	.0027943	.9991836	3.35	.0014587	.9995959	5.55	.0007317	.9998074
3.16	.0027075	.9992112	3.36	.0014106	.9996103	3.56	.0007061	.9998146
3.17	.0026231	.9992378	3.37	.0013639	.9996242	3.57	.0006814	.9998215
3.18	.0025412	.9992636	3.38	.0013187	.9996376	3.58	.0006575	.9998282
3.19	.0024615	.9992886	3.39	.0012748	.9996505	3.59	.0006343	.9998347
3.20	.0023841	.9993129	3.40	.0012322	.9996631	3.60	.0006119	.9998409

* [illegible] Biometrika Tables for Statisticians, Vol I এর Table I থেকে সংকেপিত

সারণী II. মৌল নর্ম্যাল চলকের নিবেশন : τ_α-এর মানসমূহ

α	.05	.025	.01	.005
τ_α	1.645	1.960	2.326	2.576

সারণী II χ^2-এর নিবেশন* : $\chi^2_{\alpha, \nu}$ এর মানসমূহ

ν \ α	0.995	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01	0.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	3.841	5.024	6.635	7.878
2	0.010	0.020	0.051	0.103	5.999	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	11.070	12.832	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	30.114	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.688	13.091	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.520	11.524	13.120	14.611	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	40.113	43.194	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	43.773	46.979	50.892	53.672
40	20.706	22.164	24.433	26.509	55.759	59.342	63.691	66.766
50	27.991	29.707	32.537	34.764	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.535	37.485	40.482	43.188	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	124.342	129.561	135.807	140.169

* Biometrika Trustees-এর অনুমত্যানুসারে Biometrika Tables for Statisticians-এর Table 8 থেকে সংক্ষেপিত।

ν এর বৃহত্তর মানের জন্য $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu - 1}$ কে প্রমাণ নর্ম্যাল চলক হিসাবে ধরা যেতে পারে।

সারণী IV. t-নিবেশন :* $t_{\alpha,\nu}$ এর মানসমূহ

ν \ α	0.05	0.025	0.01	0.005
1	6.314	12.706	31.821	63.657
2	2.920	4.303	6.965	9.925
3	2.353	3.182	4.541	5.841
4	2.132	2.776	3.747	4.604
5	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	1.645	1.960	2.326	2.576

* Biometrika Trustees-এর অনুমত্যানুসারে Biometrika Tables for Statisticians এর Table 12 থেকে সংক্ষেপিত।

সারণী V. F নিবেশন* : $F_{.05}$; ν_1, ν_2 এর মানসমূহ

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	1941	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

সারণী V. F নিবেশন (পূর্বানুসরণ) : $F_{.01}$; ν_1, ν_2 এর মানসমূহ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	5.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.23	2.13
7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06
7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

* **Biometrika Trustees এর অনুমত্যনুসারে, Biometrika Tables for Statisticians এর Table 18 থেকে সংক্ষেপিত।**

ν_1, ν_2 এর অন্যান্য মানের জন্য $1/\nu_1$ ও $1/\nu_2$-কে অনপেক্ষ চলক ধরে অন্তঃপ্রক্ষেপণ করা যেতে পারে।

সারণী VI. সমসম্ভব সংখ্যাসারি ।*

4652	3819	8431	2150	2352	2472	0043	3488
9031	7617	1220	4129	7148	1943	4890	1749
2030	2327	7353	6007	9410	9179	2722	8445
0641	1489	0828	0385	8488	0422	7209	4950
8479	6062	5593	6322	9439	4996	1322	4918
9917	3490	5533	2577	4348	0971	2580	1943
6376	9899	9259	5117	1336	0146	0680	4052
7287	0983	3236	3252	0277	8001	6058	4501
0592	4912	3457	8773	5146	2519	3931	6794
6499	9118	3711	8838	0691	1425	7768	9544
0769	1109	7909	4528	8772	1876	2113	4781
8678	4873	2061	1835	5054	5026	2967	6560
0178	7794	6488	7364	4094	1649	2284	7753
3392	0963	6364	5762	0322	2592	3452	9002
0264	6009	1311	5873	5926	8597	9051	8995
4089	7732	8163	2798	1984	1292	0041	2500
9376	7365	7987	1937	2251	3411	6737	0367
3039	3780	2137	7641	4030	1604	2517	9211
8971	8653	1855	5285	5631	2649	6696	5475
0373	4153	5199	5765	2067	6627	3100	5716
9092	4773	0002	7000	7800	2292	2933	6125
2464	1038	3163	3569	7155	2029	2538	7080
3027	6215	3125	5856	9543	3660	0255	5544
5754	9247	1164	3283	1865	5274	5471	1346
4358	3716	6949	8502	1573	5763	5046	7135
7178	8324	8379	7365	4577	4864	0629	5100
5035	5939	3665	2160	6700	7249	1738	2721
3318	0220	3611	9887	4608	8664	2185	7290
9058	1735	7435	6822	6622	8286	8901	5534
7886	5182	7595	0305	4903	3306	8088	3899
3354	8454	7386	1333	5345	6565	3159	3991
3415	7671	0846	7100	1790	9449	6285	2525
3918	5872	7898	6125	2268	1898	0755	6034
6138	9045	6950	8843	6533	0917	6673	5721
3825	1704	2835	4677	4637	7329	3156	3291
1349	0417	9311	9787	1284	0769	8422	1077
4234	0248	7760	6504	2754	4044	0842	9080
6880	3201	7044	3657	5263	0374	7563	6599
0714	5008	5076	1134	5342	1608	5179	0967
3448	6421	3304	0583	1260	0662	7257	0766
5711	7343	7539	3684	9397	5335	4031	1486
2588	3301	0553	2427	3598	2580	7017	9176
8581	4253	7404	5264	5411	3431	3092	8573
8475	6322	3949	9675	6533	1133	8776	2216
0272	5624	8549	5552	7469	2799	2822	9620
7383	7795	7939	2652	4456	6993	2950	8573
5126	2089	7729	0945	3901	4445	7117	8186
2064	3760	0939	7319	5939	3432	2030	4752
9315	8185	7805	6294	7072	6491	4012	1016
6814	8752	3462	6001	3302	3895	7371	3432

4433	0247	9747	0412	3893	2503	2972	4154
9193	7314	1501	4702	7030	9601	0630	3727
4246	0693	6041	0931	2952	4968	8239	7729
6974	1051	8966	5157	2154	9558	7646	3043
5673	1602	8741	0513	8713	6108	7329	7698
7370	7319	4104	6025	4209	5042	4501	7824
6934	0165	3319	6222	4129	6524	4322	9422
1592	6953	7868	5874	0805	1138	9428	0189
4683	7249	1998	0956	8325	4001	2261	8844
4206	3295	1732	6780	8409	6957	5292	5041
5885	3316	1187	1217	3912	1107	7220	0035
2584	4222	9438	9652	0338	9712	8715	9587
1275	5976	4273	4895	5751	3112	5082	6050
6801	1709	0038	1231	5222	2473	8909	9970
6853	9282	1196	0347	3135	5902	2384	7929
3210	4345	4448	0229	0371	8269	4448	3348
1684	5742	1897	2503	1656	5702	4613	4108
2391	2897	3406	4844	8756	8011	0246	3663
2543	3913	1429	6379	3369	9040	5983	0436
6793	5986	8153	0769	3347	4014	7007	9018
8118	4646	9668	3408	8878	3534	5549	6929
4970	2717	9943	1136	9504	0519	5240	0991
4496	1109	8238	9173	6244	7230	0991	1463
9022	5050	5383	9582	1326	2516	5589	4051
4816	1007	1067	2866	7916	2674	5578	1675
8897	4869	3221	3266	3567	3365	3675	2195
4234	7491	8194	5072	6555	0799	1940	1232
6933	578	6675	7853	8325	9408	3252	6799
0502		7793	1529	4067	5459	8641	3247
6440	9450	8896	1441	7718	4849	3192	5958
1248	0405	4572	6861	3737	9558	1025	8707
3110	1168	6046	5837	6243	6745	2362	7710
8822	3604	7844	2085	7923	7979	0648	9003
8680	1201	2536	0308	8733	9722	4556	4684
5327	1250	9502	0340	9894	0438	2677	9200
3798	0805	8037	7474	0516	8715	8398	5552
2688	7601	3408	6525	2710	4547	9156	1623
8552	8348	7934	1530	3523	6882	4334	7237
8713	5638	7620	3148	4508	3123	4023	4560
2104	4716	7582	4576	8105	7527	9082	2426
6503	8499	3100	2209	3406	6314	6910	8051
0085	0711	9557	8428	4332	9685	6492	7422
3822	3407	5603	5431	0083	7074	6929	7054
2193	9184	4815	0566	1214	8483	2282	0916
5392	1390	7100	4578	5107	7946	4502	2765
4635	6166	3085	4297	8619	0912	6917	5364
0495	3715	6053	1723	0114	8257	4650	9901
3296	3067	3040	0852	2939	4015	6927	7710
1348	5573	7270	6840	7450	5933	6472	3750
3132	2603	5574	1528	8104	5520	7279	7940

* লণ্ডনস্থ University College এর Department of Statistics এর অনুমত্যানুসারে Tracts for Computers, No. XV (L.H.C Tippett এর র‍্যানডম সংখ্যাগুলি), পৃষ্ঠা 12—13 থেকে পুনর্লিখিত।

সারণী VII. নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় উপাদানসমূহ।*

n	A	A_1	A_2	c_2	B_1	B_2	B_3	B_4	d_2	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2.121	3.760	1.880	0.5642	0	1.843	0	3.267	1.128	0	3.686	0	3.267
3	1.732	2.394	1.023	0.7236	0	1.858	0	2.568	1.693	0	4.358	0	2.575
4	1.500	1.880	0.729	0.7979	0	1.808	0	2.266	2.059	0	0.698	0	2.282
5	1.342	1.596	0.577	0.8407	0	1.756	0	2.089	2.326	0	4.918	0	2.115
6	1.225	1.410	0.483	0.8686	0.026	1.711	0.030	1.970	2.534	0	5.078	0	2.004
7	1.134	1.277	0.419	0.8882	0.105	1.672	0.118	1.882	2.704	0.205	5.203	0.076	1.924
8	1.061	1.175	0.373	0.9027	0.167	1.638	0.185	1.815	2.847	0.387	5.307	0.136	1.864
9	1.000	1.094	0.337	0.9139	0.219	1.609	0.239	1.761	2.970	0.546	5.394	0.184	1.816
10	0.949	1.028	0.308	0.9227	0.262	1.584	0.284	1.716	3.078	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.973	0.285	0.9300	0.299	1.561	0.321	1.679	3.173	0.812	5.534	0.256	1.744
12	0.866	0.925	0.266	0.9359	0.331	1.541	0.354	1.646	3.258	0.924	5.592	0.284	1.716
13	0.832	0.884	0.249	0.9410	0.359	1.523	0.382	1.618	3.336	1.026	5.646	0.308	1.692
14	0.802	0.848	0.235	0.9453	0.384	1.507	0.406	1.594	3.407	1.121	5.693	0.329	1.671
15	0.775	0.816	0.223	0.9490	0.406	1.492	0.428	1.572	3.472	1.207	5.737	0.348	1.652
16	0.750	0.788	0.212	0.9523	0.427	1.478	0.448	1.552	3.532	1.285	5.779	0.364	1.636
17	0.728	0.762	0.203	0.9551	0.445	1.465	0.466	1.534	3.588	1.359	5.817	0.379	1.621
18	0.707	0.738	0.194	0.9576	0.461	1.454	0.482	1.518	3.640	1.426	5.854	0.392	1.608
19	0.688	0.717	0.184	0.9599	0.477	1.443	0.497	1.503	3.689	1.490	5.888	0.404	1.596
20	0.671	0.697	0.180	0.9619	0.491	1.433	0.510	1.490	3.735	1.548	5.922	0.414	1.586
21	0.655	0.679	0.173	0.9638	0.504	1.424	0.523	1.477	3.788	1.606	5.950	0.425	1.575
22	0.640	0.662	0.167	0.9655	0.516	1.415	0.534	1.466	3.819	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.647	0.162	0.9670	0.527	1.407	0.545	1.455	3.858	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.632	0.157	0.9684	0.538	1.399	0.555	1.445	3.895	1.759	6.031	0.452	1.548
25	0.600	0.619	0.153	0.9696	0.548	1.392	0.565	1.435	3.931	1.804	6.058	0.459	1.541

* American Society for testing and Materials এর অনুমত্যানুসারে Manual on Quality Control and materials এর Table B2, ASTM SPT-15C থেকে পুনর্লিখিত।

বর্ণানুক্রমিক সূচী ও পরিভাষা

প্রথম খণ্ড

অনিয়মিত গতিধারা (Irregular fluctuations)—181-182

অংশক (Sample)—1

আদমসুমারী বা জনগণনা (Population census)—41

আবর্তকাল (Period)—216

,, পরীক্ষামূলক (Trial-period)—216

,, প্রকৃত (True-period)—217

,, এর তীব্রতা (Intensity of period)—216

আবর্তরেখাচিত্র বিশ্লেষণ (Periodogram analysis)—215-218

আরোহী অনুমিতি (Inductive inference)—1

ইণ্টারভিউ পদ্ধতি (Interview method)—5

উপাত্তের সারণী বিন্যাস (Tabulation of data)—7

উপাত্ত সংশোধনী বিচার (Scrutiny of data)—6

ঋজুরৈখিক মডেল (Linear model)—92

ঋতুজ ভেদ (Seasonal fluctuations)—179-180

,, এর পরিমাপ (measurement)—198-215

কালীন সারি (Time series)—178

,, এর বিভিন্ন অংশ (Components)—178-182

ক্রেতার ঝুঁকি (Consumer's risk)—122

খালি হাতে রেখা নিরূপণ পদ্ধতি (Free hand curve method)—184-185

গম্পার্‌ত্‌জ্‌ রেখা (Gompertz curve)—197

গড় নমুনা সংখ্যা (Average sample number)—122

গাণিতিক রেখা নিরূপণ পদ্ধতি (Method of mathematical curves) 188-190

গুণ মাপক (Quality measurers)—102-103

গোষ্ঠী গড় পদ্ধতি (Group average method)—195-198

চক্রীল ভেদ (Cyclical fluctuations)—181

,, ,, এর পরিমাপ (measurement)—215-218

চলতি কাল (Current period)—138, 139
চলমান গড় (Moving averages)—185-186
,, পদ্ধতি (method)—185-186, 199-200
জনগণনালব্ধ পরিসংখ্যান (Census data)—41
জন্মগত বয়স (Chronological age)—97
জন্মহার, অশোধিত (Crude birth rate)—55
জীবন সারণী (Life table)—50-54
,, ,, এর প্রস্তুতকরণ (construction)—52-53
,, ,, এর ব্যবহার (uses)—53-54
,, ,, এর বর্ণনা (description)—50-52
জীবনসংক্রান্ত ঘটনা (Vital events)—41
,, ,, এর হার (rate)—42-43
,, পরিসংখ্যান (Statistics)—41
,, রাশিবিজ্ঞানের রেজিস্টার (vital statistics registers)—41
,, সূচক (Vital index)—57
টেস্ট (Test)—76
টেস্ট তত্ত্ব (Test theory)—92-96
টেস্টের নির্ভরযোগ্যতা (Reliability of test)—94
,, ,, এর প্রাককলন (estimation)—94-96
টেস্টের ভ্রান্তি ভেদমান (Standard error of measurement)—94
টেস্ট সঙ্গতি (Validity of test)—96
ধী-সূচক ভাগফল (Intelligence Quotient)—97
নমুনা (Sample)—1, 12-13
নমুনা একক (Sampling unit)—5
,, ,, এর পূর্ণ তালিকা (frame)—6
নমুনা চয়ন (Sampling)—6, 7-12
,, ,, এর প্রণালী (technique)—7-12
,, ,, ,, সমসম্ভব (random)—7-12
নমুনাবীক্ষণ, গুণ লক্ষণের সাহায্যে (Sampling inspection by attributes)—121-132
নমুনাবীক্ষণ প্রণালী (method)—123-132
,, ,, একক (single)—123-126
,, ,, ক্রমপর্যায়ী (sequential)—128-132

নমুনাবীক্ষণ প্রণালী, দ্বিপর্যায়ী (double)—126-128
,, ,, বহু পর্যায়ী (multiple)—128
নমুনা সমীক্ষা (Sample survey)—1-2
,, ,, জাতীয় (National)—35-36
,, ,, এর পরিকল্পন (design)—6, 16-35
,, ,, পরিকল্পন উদ্দেশ্যমূলক (purposive)—21-22, 141
,, ,, ,, ঋজুরৈখিক (line)—33
,, ,, ,, দ্বিমুখী (double)—34-35
,, ,, ,, নিয়মানুগ (systematic)—32-33
,, ,, ,, বহুপর্যায়ী (multiphase)—33-34
,, ,, ,, বহু বিভাগী (multistage)—31-32
,, ,, ,, স্তরবিন্যস্ত সমসম্ভব (stratified random)—22-31
,, ,, ,, সরল সমসম্ভব (simple random)—16-21, 141
নমুনা সমীক্ষার বিভিন্ন কার্য্যক্রম (Different steps)—4-7
নমুনা সমীক্ষায় বিভিন্ন ধরণের পক্ষপাত ও ভ্রান্তি (Biases and errors)—13-16
নমুনা সমীক্ষার মূল নীতিসমূহ (Principles)—2
নমুনা সমীক্ষার সুবিধা সমহ (Advantages)—3-4
নিয়ন্ত্রণ ক্রমচিত্র (Control charts)—103-114
,, ,, গড় (mean)—106-108
,, ,, ত্রুটীযুক্ত খণ্ড ভগ্নাংশ (fraction defective)—112-113
,, ,, ত্রুটীযুক্ত খ সংখ্যা (number defective)—111-112
,, ,, ত্রুটী সংখ্যা (number of defects)—113-114
,, ,, প্রসার (range)—110-111
,, ,, সমকপার্থক্য (standard deviation)—109-110
পরম শূন্য বিন্দু (Absolute zero-point)—76
পরম্পরীণ আপেক্ষিক পদ্ধতি (Link Relative method)—210-212
পরীক্ষণ পরিকল্পনা (Design of experiments)—1
প্রজনন হার, বয়স বিশেষিত (Age-specific fertility rate)—56
,, ,, সংকলিত (total)—56-57

প্রজনন হার, সাধারণ (general)—55-56
প্রণালী নিয়ন্ত্রণ (Process control)—102, 114-115
প্রস্তুতকারীর ঝুঁকি (Producer's risk)—121-122
প্রাককলক, অনুপাত লব্ধ (Ratio Estimate)—35
প্রাককলক, নির্ভরণ লব্ধ (Regression estimate)—35
পূর্ণক (Population)—'সমগ্রক' দেখুন
ব্যবহারিক বৈশিষ্ট্য (Operating characteristic)—122-123
বহির্গামী গুণ গড় সীমা (Average outgoing quality limit)—
 122, 124-125, 127
বিচার-প্রসূত গুচ্ছাংশ (Rational subgroups)—103
বিবরণী (Report)—7
বিবরণ লিপি (Questionnaire or Schedule of enquiry)—5
বিবরণ লিপি, ডাকযোগে পাঠানো (Mail-questionnaire)—5
বুদ্ধি পরীক্ষা (Intelligence tests)—96-97
বৃদ্ধিহার, অশোধিত স্বাভাবিক (Crude rate of natural increase)—
 57
ভিত্তিকাল (Base period)—138, 139-140
মাত্রা নিরূপণ পদ্ধতি (Scaling procedures)—77-92
 ,, ,, টেস্ট আইটেমের কাঠিন্যের (difficulty of test-items)—77-78
 ,, ,, টেস্ট নম্বরের (test scores)—78-84
 ,, ,, বিচারের (judgment)—88-92
 ,, ,, মানক্রমের (ranks)—85-86
 ,, ,, মূল্যায়নের (ratings)—85
মানসিক অনুপাত (Mental Ratio)—97
মানসিক বয়স (Mental age)—97
মাপনামাত্রা (Scale)—76
মৃত্যুহার (Death rate)—43-47
 ,, অশোধিত (crude)—43-44
 ,, প্রমাণীকৃত (standardised)—45-47
 ,, বিশেষিত (specific)—44-45
যৌথ সমীকরণসমূহ (Normal equations)—190-191
রাশিবিজ্ঞানসম্মত গুণ নিয়ন্ত্রণ (Statistical Quality Control)—7

রাশিবিজ্ঞান সম্মত বিশ্লেষণ (Statistical Analysis)—102
লঘিষ্ট বর্গ সমষ্টি পদ্ধতি (Least square method)—190-191
লট্ নিয়ন্ত্রণ (Lot control)—102
লজিষ্টিক রেখা (Logistic curve)—62-72, 197
,, এর সাযুজ্যতা নির্ণয় (fitting)—64-72
,, ,, পার্ল (Pearl) ও রীডের (Reed)-এর পদ্ধতি —64-67
,, ,, রোড্‌সের (Rhodes) পদ্ধতি—67-72
সমগ্রক (Population)—1, 4, 12-13
সম্পর্কযুক্ত চলক (Related variables)—137
সম্পূর্ণ সমীক্ষা বা সেন্সাস্ (Complete enumeration)—1
সমসম্ভব সংখ্যাসারি (Random sampling numbers)—8-11
,, ব্যবহৃত বিচারসমূহ (tests applied to)—10-11
,, বিভিন্ন সারির বর্ণনা (different series)—9
,, সংজ্ঞা (definition)—8
,, সুবিধাসমূহ (advantages)—8-9
সমান্তরাল টেষ্টসমূহ (Parallel tests)—92-94
সমীক্ষা কর্মীদের ট্রেনিং (Training of investigators)—6
সরকারী পরিসংখ্যান (Official statistics)—222-250
,, কৃষি সংক্রান্ত (agricultural)—231-236
,, ক্রমবিকাশ (development)—222-225
,, জনসংখ্যা সংক্রান্ত (population)—225-230
,, জনস্বাস্থ্য সংক্রান্ত (public health)—230
,, জাতীয় আয় ও আয়কর সংক্রান্ত (National income and income tax)—249-250
,, দর সংক্রান্ত (Price)—245-248
,, ব্যবসা বাণিজ্য সংক্রান্ত (Trade and Commerce) —240-241
,, ব্যাঙ্ক ও মুদ্রা সংক্রান্ত (Banking and Currency) —242
,, বিবিধ (Misceallaneous)—250
,, বীমা সংক্রান্ত (Insurance)—242

সরকারী পরিসংখ্যান, বৃহৎ শিল্প সংক্রান্ত (Large-scale industries)—236–238
" যানবাহন সংক্রান্ত (Transport and Communications)—242-243
" রেজিষ্ট্রীকৃত কোম্পানী সংক্রান্ত (Registered companies)—242
" শ্রম সংক্রান্ত (Labour)—244-245
" শিক্ষা সংক্রান্ত (Education)—249
" ক্ষুদ্র ও কুটীর শিল্প সংক্রান্ত (Small-scale and Cottage industries)—238-240
সসীম পূর্ণক জনিত শুদ্ধি (Finite population correction)—20
সংজনন হার (Reproduction rates)—57-60
" নীট (net)—59-60
" স্থূল (gross)—57-59
সামঞ্জস্য (Validity)—2
সামর্থ্য (Ability)—76
সুশাসিত গতিধারা (Secular trend)—179, 183-198
" " এর দ্বারা ভাগকরণ পদ্ধতি (Ratio-to-trend method)—205-210
" " এর পরিমাপ (measurement)—183-198
" " এর পূর্বাভাষ (forecast)—190
সূচকসংখ্যা, জীবিকা নির্বাহণ ব্যয়ের (Cost of living index numbers) —137, 151, 159-161
" " পশ্চিবঙ্গের 25টী শহরের—167-169
" দরের (Price)—137
" পাইকারী দরের (Wholesale price)—137, 151
" " সর্বভারতীয় (All India)—165-167
" পাশের সূত্র (Paache's formula)—149
" ফিশারের আদর্শ সূত্র (Fisher's ideal formula)—150
" মার্শাল-এজওয়ার্থের সূত্র (Marshall-Edgeworth's formula) —149
" ভারযুক্ত গুণোত্তর (Weighted geometric mean)—146

সূচক সংখ্যা, ভারযুক্ত বিবর্ত যৌগিক (Weighted harmonic mean)—147
,, ভারযুক্ত যৌগিক (Weighted arithmetic mean)—145-146
,, ভারহীন বা সরল (Unweighted)—143
,, লাসপেয়ার্সের সূত্র (Laspeyres' formula)—147-148
,, শৃঙ্খলযুক্ত (Chain)—156-159
সূচক সংখ্যার বিভিন্ন ধরণের ভ্রান্তি (Different types of errors)—151-153
,, সামঞ্জস্য বিচার (Tests of consistency)—153-156
,, ,, উপাদান বিবর্তনী (Factor Reversal)—154-156
,, ,, কাল বিবর্তনী (Time Reversal)—153-154

দ্বিতীয় খণ্ড

অবশিষ্ট প্রভেদ (Residual variance)—9
অবেক্ষণ ভ্রান্তি (Observational error)—9
উপাদানীয় পরীক্ষা (Factorial experiment)—54
উপাদানীয় পরীক্ষার ফল সমষ্টি বের করবার ইয়েট্স-এর পদ্ধতি (Yates Method of determining factorial effects total)—64
উপাদানগুলি যখন দুই-এর অধিক মাত্রায় প্রয়োগ করা হয় তখন উপাদানীয় পরীক্ষা (Factorial experiments when factors appear at more than two levels)—68
ঋজুরৈখিক প্রতিরূপ (Linear Model)—4
এক উপাদানীয় পরীক্ষা (Single factor experiment)—58
একক ভ্রান্তি (Unit error)—31
একধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ (Analysis of variance for one-way classified data)—2
একধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের সহভেদমান বিশ্লেষণ (Analysis of covariance for one-way classified data)—19
তিন উপাদানী যৌথ ক্রিয়াফল (Three factor Interaction)—64
তিন উপাদানীয় পরীক্ষা (Three factor experiment)—62

দুই উপাদানী পরীক্ষা (Two-factor experiment)—59
দুই উপাদানীয় যৌথক্রিয়াফল (Two factor Interaction)—57
দুইধারা শ্রেণীবিন্যাসী উপাত্তের প্রভেদ বিশ্লেষণ (Analysis of variance for two-way classified data)—8
দ্বিতীয় পর্যায়ের যৌথক্রিয়াফল (Second-order Interaction)—64
নিয়মানুগ বিন্যাসের পক্ষপাত (Bias of systematic arrangement)—32
পরিমাপক ভ্রান্তি (Measurmental error)—31
পরীক্ষণ ভ্রান্তি (Experimental error)—9
পরীক্ষণী পরিকল্পনার অন্তর্নিহিত তত্ত্ব (Basic principles of Design of experiments)—31
প্রথম পর্যায়ের যৌথক্রিয়াফল (First order Interaction)—57
প্রভেদ বিশ্লেষণ (Analysis of variance)—1
বহুকরণ (Replication)—33
বহুধকৃত (Replicate)—8
বিশেষক (Treatment)—2
ব্লক (Block)—35
ভেদমান (Variance)—1
মুখ্যফল (Main effect)—56
যৌথক্রিয়াফল (Interaction effect)—13
ল্যাটিন বর্গ পরিকল্পনা (Latin square design)—48
সম উপাদানীয় পরীক্ষা (Uniformity trial experiment)—33
সমসম্ভব ব্লক পরিকল্পনা (Randomised Block design)—44
সমসম্ভবীকরণ (Randomisation)—31
সহভেদমান বিশ্লেষণ (Analysis of Covariance)—19
সম্পূর্ণরূপে সমসম্ভব পরিকল্পনা (Completely randomised design)—41
সম্মিলিত বিশেষক (Treatment combination)—55
সাধারণ ফল (Simple effect)—56
স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ (Local control)—35

———

শুদ্ধিপত্র

দ্বিতীয় খণ্ড

পাতা	লাইন	আছে	হ'বে
3	12	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{ni} x_i^2 - n\bar{x}^2$	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{ni} x_{ij}^2 - n\bar{x}^2$
	2	$\sum_{ij} (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{..})^2$	$\sum_{ij} (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2$
6	19	$n_8=$	$n_8=4$
8	8	$\Sigma\, \tau_i=0$	$\Sigma\, \tau_j=0$
13	22	$+\bar{x}_{i..} - \bar{x}_{..} + \bar{x}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2$	$+\bar{x}_{i..} - \bar{x}_{...} + \bar{x}_{.j.} - \bar{x}_{...})^2$
14	1	$\sum_{ijk}(x_{ijk} - \bar{x}_{ij..})^2$	$\sum_{ijk}(x_{ijk} - \bar{x}_{ij.})^2$
18		$\sum_{i=1}^{8} \frac{T^2}{4}$	$\sum_{i=1}^{8} \frac{T_i^2}{4}$
20	4	$\sum_{j}(y_{ij} - \hat{\alpha}_i - \beta_i x_{ij})^2 / \sigma^2$	$\sum_{j}(y_{ij} - \hat{\alpha}_i - \beta x_{ij})^2 / \sigma^2$
21	11	$\sum_{ij}(\beta_i - \gamma_i - \beta)^2 (x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2 \sigma^2$	$\frac{\sum_{ij}(\beta_i - \gamma_i - \beta)^2 (x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2}{\sigma^2}$